



6



CLASS VI

MATHEMATICS

గణితం

CLASS

6

తరగతి



PART 1
భాగం 1

MATHEMATICS

గణితం



State Council of Educational Research and Training
Telangana, Hyderabad



Published by
The Government of Telangana

Government's Gift for Students' Progress



L5S6N3



Y3T3A4

MATHEMATICS

Class VI (Part-1)

SCERT, TELANGANA



Published by

The Government of Telangana, Hyderabad

Respect the Law

Get the Rights

Grow by Education

Behave Humbly



© Government of Telangana, Hyderabad.

First Published 2012

New Impressions 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021, 2022, 2023

All rights reserved.

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means without the prior permission in writing of the publisher, nor be otherwise circulated in any form of binding or cover other than that in which it is published and without a similar condition including this condition being imposed on the subsequent purchaser.

The copy right holder of this book is the Director of School Education, Hyderabad, Telangana.

This Book has been printed on 90 G.S.M. Maplitho
Title Page 250 G.S.M. White Art Card

Government's Gift for Students' Progress 2023-24

Printed in India
at the Telangana Govt. Text Book Press,
Mint Compound, Hyderabad,
Telangana.

— o —

FOREWORD

State Curriculum Frame Work (SCF-2011) recommends that childrens' life at schools must be linked to their life outside the school. The Right To Education Act (RTE-2009) perceives that every child who enters the school should acquire the necessary skills prescribed at each level upto the age of 14 years. Academic standards were developed in each subject area accordingly to maintain the quality in education. The syllabi and text books developed on the basis of National Curriculum Frame work 2005 and SCF-2011 signify an attempt to implement this basic idea.

Children after completion of Primary Education enter into the Upper Primary stage. This stage is a crucial link for the children to continue their secondary education. We recognise that, given space, time and freedom, children generate new knowledge by exploring the information passed on to them by the adults. Inculcating creativity and initiating enquiry is possible if we perceive and treat children as participants in learning and not as passive receivers. The children at this stage possess characteristics like curiosity, interest, questioning, reasoning, insisting proof, accepting the challenges etc., Therefore the need for conceptualizing mathematics teaching that allows children to explore concepts as well as develop their own ways of solving problems in a joyful way.

We have begun the process of developing a programme which helps children understand the abstract nature of mathematics while developing in them the ability to construct own concepts. The concepts from the major areas of Mathematics like Number System, Arithmetic, Algebra, Geometry, Mensuration and Statistics are provided at the upper primary stage. Teaching of the topics related to these areas will develop the skills prescribed in academic standards such as problem solving, logical thinking, expressing the facts in mathematical language, representing data in various forms, using mathematics in daily life situations.

The textbooks attempt to enhance this endeavor by giving higher priority and space to opportunities for contemplation and wondering, discussion in small groups and activities required for hands on experience in the form of 'Do This', 'Try This' and 'Projects'. Teachers support is needed in setting of the situations in the classroom. We also tried to include a variety of examples and opportunities for children to set problems. The book attempts to engage the mind of a child actively and provides opportunities to use concepts and develop their own structures rather than struggling with unnecessarily complicated terms and numbers. The chapters are arranged in such a way that they help the Teachers to evaluate every area of learning to comprehend the learning progress of children and in accordance with Continuous Comprehensive Evaluation (CCE).

With an intention to help the students to improve their understanding skills in both the languages i.e. English and Telugu, the Government of Telangana has redesigned this book as bilingual textbook in two parts. Part-1 comprises 1 to 7 lessons and Part-2 comprises 8 to 14 lessons.

I wish to thank the national experts, university teachers, research scholars, NGOs, academicians, writers, graphic designers and printers who are instrumental to bring out this textbook in present form. Our special thanks to Faculty of School of Education Tata Institute of Social Sciences (TISS), Hyderabad and Sri Ramesh Khade, Communication Officer, CETE, TISS-Mumbai and Designers identified by SCERT for their technical support in redesigning of the textbooks.

I hope the teachers will make earnest effort to implement the syllabus in its true spirit and to achieve academic standards at the stage.

The process of developing materials is a continuous one and we hope to make this book better. As an organization committed to systematic reform and continuous improvement in quality of its products, SCERT, welcomes comments and suggestions which will enable us to undertake further revision and refinement.

Place: Hyderabad

Date: 20 December 2022

DIRECTOR
SCERT, Hyderabad

NATIONAL ANTHEM

Jana-gana-mana-adhinayaka, jaya he
Bharata-bhagya-vidhata.
Punjab-Sindh-Gujarat-Maratha
Dravida-Utkala-Banga
Vindhya-Himachala-Yamuna-Ganga
Uchchhala-jaladhi-taranga.
Tava shubha name jage,
Tava shubha asisa mage,
Gahe tava jaya gatha,
Jana-gana-mangala-dayaka jaya he
Bharata-bhagya-vidhata.
Jaya he! jaya he! jaya he!
Jaya jaya jaya, jaya he!!

- Rabindranath Tagore

PLEDGE

“India is my country; all Indians are my brothers and sisters.
I love my country, and I am proud of its rich and varied heritage.

I shall always strive to be worthy of it.

I shall give my parents, teachers and all elders respect,
and treat everyone with courtesy. I shall be kind to animals.

To my country and my people, I pledge my devotion.

In their well-being and prosperity alone, lies my happiness.”

- Pydimarri Venkata Subba Rao

CONTENTS (విషయసూచిక)

S. No. క్ర.సం.	Name of the chapter పాఠం పేరు	Month మాసం	Page No. పేజీ నెం.
1.	Knowing Our Numbers మన సంఖ్యలను తెలుసుకుందాం !	June జూన్	2 3
2.	Whole Numbers పూర్ణాంకాలు	July జూలై	32 33
3.	Playing with Numbers సంఖ్యలతో ఆడుకొందాం	July జూలై	58 59
4.	Basic Geometrical Ideas ప్రాథమిక జ్యామితీయ భావనలు	August ఆగష్టు	98 99
5.	Measures of Lines and Angles రేఖలు మరియు కోణముల కొలతలు	August ఆగష్టు	122 123
6.	Integers పూర్ణ సంఖ్యలు	September సెప్టెంబర్	146 147
7.	Fractions and Decimals భిన్నాలు - దశాంశ భిన్నాలు	September, October సెప్టెంబర్, అక్టోబర్	170 171



Knowing our Numbers

1

1.1 INTRODUCTION

Latha and Uma took admission in class VI. On the first day at the school, their maths teacher discussed the population of India, population of the State, population of the District as per the recent census. Uma did not understand some of the numbers discussed by the teacher. While coming back home, Uma asked Latha about the population of their village.

Uma : Do you know the population of our village?

Latha : Yes, I know

Uma : How?

Latha : I have seen it on the wall of the panchayat office.

Uma : What particulars are written on the wall?

Latha : All information regarding our village especially population of our village, number of men, women and children, number of houses, pucca, kuccha etc.

Uma : Shall we visit the place now?

Latha : Sure.



Both of them visited the panchayat office on their way back home and observed the particulars on the wall

Name of the Gram Panchayat	:	Gummadidala
District	:	Sangareddy
Population of the village	:	8,032
No. of men	:	4,065
No. of women	:	3,967
No. of children	:	967
No. of house holds	:	2017
No. of Pucca houses	:	1,947
No. of Kuccha houses	:	76

Uma read the particulars on the wall and understood the figures. She also asked Latha about lakhs and crores, as the teacher had discussed the population in lakhs and crores in the class. Do you have any idea about lakhs and crores? Discuss with your friends.



మన సంఖ్యలను తెలుసుకుందాం

1

1.1 పరిచయం

లత, ఉమ 6వ తరగతిలో చేరారు. పాఠశాలలో మొదటి రోజున గణిత ఉపాధ్యాయుడు ప్రస్తుత జనాభాగణన వివరాల ప్రకారం మనదేశ జనాభా, రాష్ట్ర జనాభా, జిల్లా జనాభా గురించి చర్చించారు. ఈ చర్చలో ఉపాధ్యాయుడు చెప్పిన కొన్ని సంఖ్యలు ఉమకు అర్థం కాలేదు. సాయంకాలం ఇంటికి తిరిగి వచ్చినపుడు స్నేహితురాలు లతను వారి గ్రామ జనాభా వివరాల గురించి అడిగింది.

ఉమ : మన గ్రామ జనాభా నీకు తెలుసా?

లత : అవును, నాకు తెలుసు

ఉమ : ఎలా?

లత : మన పంచాయతీ ఆఫీసు గోడపై రాసి ఉన్నాయి కదా!

ఉమ : ఏ ఏ వివరాలు గోడపై రాసారు?

లత : మన గ్రామానికి చెందిన అన్ని వివరాలు ఉన్నాయి.

వాటిలో ప్రధానంగా మన గ్రామ జనాభా, పురుషుల సంఖ్య, స్త్రీల సంఖ్య, పిల్లల సంఖ్య, గ్రామంలో గల ఇండ్ల సంఖ్య, వాటిలో పక్కా ఇండ్లు, కచ్చా ఇండ్లు మొ॥నవి.

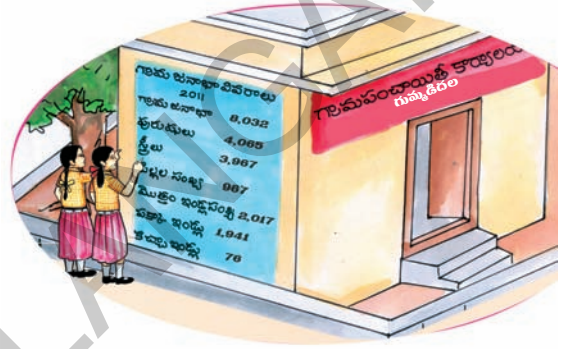
ఉమ : మనం ఒకసారి అక్కడకు వెళ్ళి చూద్దామా?

లత : తప్పకుండా.

ఇద్దరూ కలిసి ఇంటికి వెళ్ళే దారిలో గల పంచాయతీ ఆఫీసుకు వెళ్ళి గోడపైగల వివరాలు చదివారు.

గ్రామ పంచాయతీ పేరు	:	గుమ్మడిదల
జిల్లా	:	సంగారెడ్డి
గ్రామ జనాభా	:	8,032
పురుషుల సంఖ్య	:	4,065
స్త్రీల సంఖ్య	:	3,967
పిల్లల సంఖ్య	:	967
గ్రామంలో ఇండ్ల సంఖ్య	:	2,017
పక్కా ఇండ్ల సంఖ్య	:	1,941
కచ్చా ఇండ్ల సంఖ్య	:	76

ఉమ కార్యాలయం గోడపై గల వివరాలు అన్నీ చదివి అర్థంచేసుకున్నది. కాని తరగతిలో ఉపాధ్యాయుడు చెప్పిన లక్షలు, కోట్లు గురించి లతను అడిగింది. మీకు లక్షలు మరియు కోట్లు గురించి తెలుసా? ఆలోచించండి, మీ స్నేహితులతో చర్చించండి.



We have discussed numbers upto thousands in earlier classes. We use numbers in many ways. We compare them, arrange them in increasing and decreasing orders, add and subtract them.

Can you give any five situations where we use numbers in thousands?

For example a television costs ₹12,500.

Let us revise the numbers learnt in previous classes to understand and enjoy about larger numbers.

1.2 ESTIMATING AND COMPARING NUMBERS

Identify the greatest and the smallest among the following numbers.

S.No.	Numbers	the greatest number	the smallest number
1.	3845, 485, 34, 13845	13845	34
2.	856, 1459, 35851, 23
3.	585, 9535, 678, 44
4.	39, 748, 19651, 7850

We can identify them easily by simply counting the digits in the numbers. The numbers having five digits are greater than numbers having two digits.

Now ask your friend to compare 51845 and 41964. which is greater? This is also easy as the digit in ten thousands place is 5 in 51845 and 4 in 41964. So $51845 > 41964$

Now try to say which is greater, 58672 or 57875? both numbers contain the same number of digits. As 5 is in ten thousands place in both numbers, we compare the next place i.e. thousands. As $8 > 7$. So 58672 is bigger. i.e $58672 > 57875$.

If the digits in the thousands place are also same, what will you do? We move to the hundreds place to compare, then tens place and finally units place.



EXERCISE - 1.1

- Which is the greatest and the smallest among the following numbers?
 - 15432, 15892, 15370, 15524
 - 25073, 25289, 25800, 25623
 - 44687, 44645, 44670, 44602
 - 75671, 75635, 75641, 75610
 - 34895, 34891, 34899, 34893
- Write the numbers in ascending (increasing) order:
 - 375, 1475, 15951, 4713
 - 9347, 19035, 22570, 12300

మనం కింది తరగతులలో వేల వరకు లెక్కించడం నేర్చుకున్నాం. మనం సంఖ్యలను అనేక విధాలుగా వాడుతూ ఉంటాం. సంఖ్యలను పోల్చడం. అలాగే సంఖ్యలను ఆరోహణ, అవరోహణ క్రమాలలో అమర్చడం నేర్చుకున్నాం. అదేవిధంగా గుర్తులు ఉపయోగించి స్థానవిలువలు కనుక్కోవడం, సంకలనం, వ్యవకలనం వంటి పరిక్రియలు అనేకం చేసాం.

మన నిజ జీవితంలో సంఖ్యలను వేలల్లో వాడిన ఏవైనా అయిదు సందర్భాలను చెప్పగలవా?

ఉదా : ఒక టెలివిజన్ ధర ₹. 12,500.

వీటికి సంబంధించి నేర్చుకున్న వాటిని మరల జ్ఞాపకం చేసుకొని, తదుపరి ఇంకా పెద్ద సంఖ్యల గురించి తెలుసుకొని ఆనందిద్దాం!

1.2 సంఖ్యలను అంచనా వేయడం, పోల్చడం

కింది సంఖ్యలలో అతి పెద్దసంఖ్యను, అతి చిన్నసంఖ్యను కనుగొనండి.

వ.సం.	సంఖ్యలు	అతి పెద్దసంఖ్య	అతి చిన్నసంఖ్య
1.	3845, 485, 34, 13845	13845	34
2.	856, 1459, 35851, 23
3.	585, 9535, 678, 44
4.	39, 748, 19651, 7850

సంఖ్యలలో గల అంకెలను లెక్కపెట్టడం ద్వారా వాటిని సులభంగా గుర్తించవచ్చు. సాధారణంగా పరిశీలిస్తే 5 అంకెల సంఖ్య ఎల్లప్పుడూ రెండంకెల సంఖ్య కన్నా పెద్దది కదా!

51845 మరియు 41964 సంఖ్యలను పోల్చమని నీ స్నేహితుడిని అడుగు. ఇందులో ఏది పెద్దది? వీటిని కూడా పోల్చడం తేలికైన పనేకదా! పదివేల స్థానంలో అంకెలను పోలిస్తే సరి. 51845 సంఖ్య యొక్క పదివేల స్థానంలో 5 ఉన్నది. అలాగే 41964 సంఖ్య యొక్క పదివేల స్థానంలో 4 ఉంది కదా! అందుచేత $51845 > 41964$ అని చెప్పగలం.

మరి ఇప్పుడు చెప్పండి. 58672 మరియు 57875 లలో ఏది పెద్దది? ఇచ్చట రెండు సంఖ్యలలో అంకెల సంఖ్య సమానం మరియు పదివేల స్థానంలో రెండింటిలోనూ 5 కలదు.

మనం ఇప్పుడు తరువాత స్థానం అంటే వేల స్థానంలోని సంఖ్యను పోలుస్తాం. వేల స్థానంలో గల అంకెలలో $8 > 7$ కావున 58672 పెద్ద సంఖ్య అవుతుంది. అందుచేత $58672 > 57875$.

ఒకవేళ వేల స్థానంలో గల అంకెలు కూడా సమానం అయితే ఏమిచేస్తావు? వందల స్థానంలో అంకెలను, తర్వాత పదుల స్థానంలో అంకెలు, చివరగా ఒకట్ల స్థానంలో అంకెలు పోల్చుతూ వెళ్ళాలి.



అభ్యాసం - 1.1

1. కింది సంఖ్యలలో అతి పెద్దసంఖ్య, అతి చిన్నసంఖ్యలు ఏవి?

- i) 15432 ; 15892 ; 15370 ; 15524 ii) 25073 ; 25289 ; 25800 ; 25623
 iii) 44687 ; 44645 ; 44670 ; 44602 iv) 75671 ; 75635 ; 75641 ; 75610
 v) 34895 ; 34891 ; 34899 ; 34893

2. కింది సంఖ్యలను ఆరోహణ క్రమంలో (పెరిగే క్రమం)లో రాయండి.

- i) 375, 1475, 15951, 4713 ii) 9347, 19036, 22570, 12300

3. Write the numbers in descending (decreasing) order:
 - i. 1876, 89715, 45321, 89254
 - ii. 3000, 8700, 3900, 18500
4. Compare the numbers by placing appropriate symbol (< or >) in the space given:
 - i. 3854 15200
 - ii. 4895 4864
 - iii. 99454 99445
 - iv. 14500 14499
5. Write the numbers in words:
 - i. 72642 =
 - ii. 55345 =
 - iii. 66600 =
 - iv. 30301 =
6. Write the numbers in figures:
 - i. Forty thousand two hundred seventy =
 - ii. Fourteen thousand sixty four =
 - iii. Nine thousand seven hundred =
 - iv. Sixty thousand =
7. Form four digit numbers with the digits 4, 0, 3, 7 and find which is the greatest and the smallest among them?
8. Write the following numbers.
 - i. the smallest four digit number
 - ii. the greatest four digit number
 - iii. the smallest five digit number
 - iv. the greatest five digit number

1.3 ESTIMATION AND ROUNDING OFF NUMBERS

We use numbers in our daily life situations, such as:

- Nearly 25,000 people visited Salarjung museum in the month of November.
- In our State, this year approximately 9 lakh students will appear for S.S.C. board examination.
- Roughly 43,500 tonnes of iron was loaded in the ship in Vizag port.

3. కింది సంఖ్యలను అవరోహణ క్రమం (తగ్గే క్రమం) లో రాయండి.
- i) 1876, 89715, 45321, 89254 ii) 3000, 8700, 3900, 18500
4. కింది సంఖ్యల మధ్య > లేదా < గుర్తులనుంచి పోల్చండి.
- i) 3854 15200 ii) 4895 4864
- iii) 99454 99445 iv) 14500 14499
5. కింది సంఖ్యలను అక్షరాలలో రాయండి. (పదుల) (వంద)
- i) 72642 =
- ii) 55345 =
- iii) 66600 =
- iv) 30301 =
6. కింది సంఖ్యలను అంకెలలో రాయండి.
- i) నలభైవేల రెండువందల డెబ్బై =
- ii) పద్నాలుగు వేల అరవై నాలుగు =
- iii) తొమ్మిది వేల ఏడువందలు =
- iv) అరవైవేలు =
7. 4, 0, 3, 7 అంకెలతో ఏర్పడే నాలుగంకెల సంఖ్యలను రాయండి. వాటిలో అతిపెద్ద సంఖ్య, అతిచిన్న సంఖ్యలను గుర్తించండి.
8. క్రింది సంఖ్యలను రాయండి.
- i) నాలుగు అంకెల అతిచిన్న సంఖ్య
- ii) నాలుగు అంకెల అతిపెద్ద సంఖ్య
- iii) అయిదు అంకెల అతిచిన్న సంఖ్య
- iv) అయిదు అంకెల అతిపెద్ద సంఖ్య

1.3 అంచనా వేయడం - సంఖ్యలను సమీప పదులు, వందలు, వేల స్థానాలకు సవరించి రాయడం

మనం నిత్యజీవితంలో కింద ఉదహరించిన కొన్ని సందర్భాలలో సంఖ్యలను ఎలా ఉపయోగిస్తామో గమనించండి.

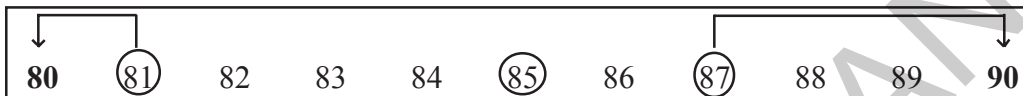
ఉదాహరణకు

- ◆ నవంబరు నెలలో దాదాపుగా 25,000 మంది ప్రజలు సాలార్ జంగ్ మ్యూజియంను సందర్శించారు.
- ◆ మన రాష్ట్రంలో ఈ సంవత్సరం ఎస్.ఎస్.సి. పబ్లిక్ పరీక్షలకు సుమారుగా 9 లక్షల మంది విద్యార్థులు హాజరగుతున్నారు.
- ◆ విశాఖపట్నం పోర్టులో ఒక నౌకలో రమారమిగా 43,500 టన్నుల ఇనుప ఖనిజం నింపారు.

The words 'nearly', 'approximately', 'roughly' do not show the exact number of people, students or weight. Writing the numbers to the nearest like this is considered as one kind of estimation. Infact 25,000 may be 24,975 or 25,045. i.e. it may be a little less or more, but not exact.

Estimation is also helpful in identifying, rounding off the numbers. We usually round off the numbers to the nearest 10's (Tens), 100's (Hundreds), 1000's (Thousands), 10000's (Ten Thousands)... etc.

Observe the procedure: **Rounding off the numbers to the nearest tens**



- ◆ In the above numbers, the greatest number is 90, the smallest number is 80 and the middle number is 85.
- ◆ 81 is nearer to 80 than 90, so 81 will be rounded off to 80.
- ◆ 87 is nearer to 90 than 80, so 87 will be rounded off to 90.
- ◆ 85 is at equal distance from 80 and 90 but by convention it is rounded off to 90.

Rounding off the numbers to the nearest hundreds:



- ◆ In this the smallest number is 200, the greatest number is 300 and the middle number is 250.
- ◆ 220 is nearer to 200 than 300, so 220 is rounded off to 200.
- ◆ 280 is nearer to 300 than 200, so it is rounded off to 300.
- ◆ What is the rounding off number for 250? Why?



DO THIS

Round off these numbers as directed:

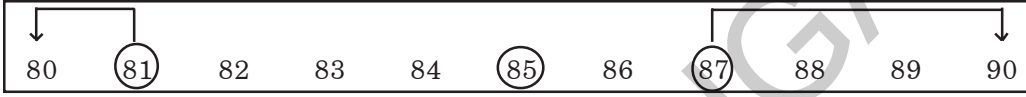
1. 48, 62, 81, 94, 27 to their nearest tens
2. 128, 275, 312, 695, 199 to their nearest hundreds.
3. 7452, 8115, 3066, 7119, 9600 to their nearest thousands.

పై ఉదాహరణలలో వాడిన పదాలు 'దాదాపు', 'సుమారు' 'రమారమి' తో ప్రజలు, విద్యార్థులు లేదా సామగ్రిని ఒక అంచనా సంఖ్యగా తెలుపుట జరిగింది. నిజానికి 25,000 అనేది 24,975 లేదా 25,045 అయి ఉండవచ్చును. అనగా ఆ సంఖ్య కొంచెం తక్కువగా లేదా కొంచెం ఎక్కువగా ఉండవచ్చు. ఖచ్చితంగా 25,000 కానవసరంలేదు. ఈ విధంగా కొన్ని సంఖ్యలను వాటికి దగ్గరలోగల సంఖ్యలకు సవరించి రాయడం అనేది ఒక రకమైన అంచనాగా భావించవచ్చును.

అంచనా అనేది సమాధానాలను సులభంగా గుర్తించడానికి, సవరించడానికి సహాయపడుతుంది.

మనం సాధారణంగా సంఖ్యలను దగ్గరగా గల 10 (పదుల), 100 (వందల), 1000 (వేల), 10000 (పదివేల) మొదలగు స్థానాలకు సవరించి అంచనా వేస్తాం.

పద్ధతిని పరిశీలించండి: సంఖ్యలను సమీప పదుల స్థానాలకు సవరించే విధానం



- ◆ పై సంఖ్యలలో గరిష్ట సంఖ్య 90, మధ్య సంఖ్య 85, కనిష్ట సంఖ్య 80
- ◆ 81 సంఖ్య 90 కన్నా 80 కు దగ్గరగా కలదు. అందుచే 81 కు పదులలో సవరించిన సంఖ్య 80 అవుతుంది.
- ◆ 87 సంఖ్య 80 కన్నా 90 కు దగ్గరగా కలదు. అందుచే 87 కు పదులలో సవరించిన సంఖ్య 90 అవుతుంది.
- ◆ 85 సంఖ్య 80 నకు, 90 నకు సమానదూరంలో ఉన్నది కదా! కాని సాంప్రదాయంగా మనం 85 ను 90 గా సవరించి రాస్తాం.

సంఖ్యలను సమీప వందల స్థానాలకు సవరించే విధానం:



- ◆ ఇందులో కనిష్ట సంఖ్య 200, గరిష్ట సంఖ్య 300, మధ్య సంఖ్య 250
- ◆ 220 సంఖ్య 300 కన్నా 200 కు దగ్గరగా కలదు. అందుచే 220 కు వందలలో సవరించిన సంఖ్య 200 అవుతుంది.
- ◆ 280 సంఖ్య 200 కన్నా 300 కు దగ్గరగా కలదు. అందుచే 280 కు వందలలో సవరించిన సంఖ్య 300 అవుతుంది.
- ◆ మరి 250 కు సవరించిన సంఖ్య ఏది? ఎందుకు?

ఇవి చేయండి

కింది సంఖ్యల సూచించిన విధంగా సవరించండి.

1. 48, 62, 81, 94, 27 లను దగ్గరి పదులకు సవరించండి.
2. 128, 275, 312, 695, 199 లను దగ్గరి వందలకు సవరించండి.
3. 7452, 8115, 3066, 7119, 9600 లను దగ్గరి వేలకు సవరించండి.

THINK, DISCUSS AND WRITE

Discuss with your friends about rounding off numbers for ten thousands place.



1.4 REVISION OF PLACE VALUE

You have already learnt how to expand a number using place value. Recall how you expand a two digit, three digit, four digit and five digit number:

1. Expand 64

Tens	Ones
6	4

$$= (6 \times 10) + (4 \times 1)$$
$$= 60 + 4$$

2. Expand 325

Hundreds	Tens	Ones
3	2	5

$$= (3 \times 100) + (2 \times 10) + (5 \times 1)$$
$$= 300 + 20 + 5$$

3. Expand 5078

Thousands	Hundreds	Tens	Ones
5	0	7	8

$$= (5 \times 1000) + (0 \times 100) + (7 \times 10) + (8 \times 1) = 5000 + 0 + 70 + 8$$
$$= 5000 + 70 + 8$$

4. Expand 29500

Ten Thousands	Thousands	Hundreds	Tens	Ones
2	9	5	0	0

$$= (2 \times 10000) + (9 \times 1000) + (5 \times 100) + (0 \times 10) + (0 \times 1)$$
$$= 20000 + 9000 + 500 + 0 + 0$$
$$= 20000 + 9000 + 500$$



Do This

Now expand the numbers as given in the example:

Number	Expansion	Expanded form
21504	$(2 \times 10000) + (1 \times 1000) + (5 \times 100) + (0 \times 10) + (4 \times 1)$	$20000 + 1000 + 500 + 4$
38400		
77888		
20050		
41501		

అలోచించండి, చర్చించండి, రాయండి



సంఖ్యలను పదివేల స్థానానికి సవరించే విధానాన్ని మీ స్నేహితులతో చర్చించండి.

1.4 స్థానవిలువలపై పునర్విమర్శ

ఒక సంఖ్యను స్థాన విలువల ప్రకారం ఏ విధంగా విస్తరించి రాయవచ్చో మీరు ఇదివరకే నేర్చుకొని యున్నారు. ఒక్కసారి మీరు రెండంకెల, మూడంకెల, నాల్గంకెల, అయిదు అంకెల సంఖ్యలను ఎలా విస్తరించారో గుర్తుకు తెచ్చుకోండి.

1. 64 విస్తరించండి

పదులు	ఒకట్లు
6	4

$$64 = (6 \times 10) + (4 \times 1)$$

$$= 60 + 4$$

2. 325 విస్తరించండి.

వందలు	పదులు	ఒకట్లు
3	2	5

$$325 = (3 \times 100) + (2 \times 10) + (5 \times 1)$$

$$= 300 + 20 + 5$$

3. 5078 ను విస్తరించండి

వేలు	వందలు	పదులు	ఒకట్లు
5	0	7	8

$$5078 = (5 \times 1000) + (0 \times 100) + (7 \times 10) + (8 \times 1)$$

$$= 5000 + 0 + 70 + 8$$

$$= 5000 + 70 + 8$$

4. 29,500 విస్తరించండి

పదివేలు	వేలు	వందలు	పదులు	ఒకట్లు
2	9	5	0	0

$$29,500 = (2 \times 10,000) + (9 \times 1000) + (5 \times 100) + (0 \times 10) + (0 \times 1)$$

$$= 20,000 + 9000 + 500 + 0 + 0$$

$$= 20,000 + 9000 + 500$$



ఇవి చేయండి

దిగువ పట్టికలోని సంఖ్యలను ఉదాహరణలో చూపిన విధంగా విస్తరించి రాయండి.

సంఖ్య	విస్తరణ	విస్తరణ రూపం
21504	$(2 \times 10000) + (1 \times 1000) + (5 \times 100) + (0 \times 10) + (4 \times 1)$	$20000 + 1000 + 500 + 4$
38400		
77888		
20050		
41501		



EXERCISE - 1.2

- Round off the following numbers to the nearest tens:
 - 89
 - 415
 - 3951
 - 4409
- Round off the following numbers to the nearest hundreds:
 - 695
 - 36152
 - 13648
 - 93618
- Round off the following numbers to the nearest thousands:
 - 3415
 - 70124
 - 8765
 - 4001
- Write the numbers in short form:
 - $3000 + 400 + 7$
 - $10000 + 2000 + 300 + 50 + 1$
 - $30000 + 500 + 20 + 5$
 - $90000 + 9000 + 900 + 90 + 9$
- Write the expanded form of the numbers:
 - 4348
 - 30214
 - 22222
 - 75025

1.5 INTRODUCTION TO LARGE NUMBERS

The greatest five digit number is 99,999. Now, we add 1 to it.

$$99,999 + 1 = 1,00,000$$

This number is **one lakh**. One lakh comes after 99,999.

Now can you say how many tens are there in one lakh?

how many hundreds are there in one lakh?

how many thousands are there in one lakh?

Now, let us take the number 3, 15, 645. Its expanded form is :

$$\begin{aligned} 3,15,645 &= (3 \times 100000) + (1 \times 10000) + (5 \times 1000) + (6 \times 100) + (4 \times 10) + (5 \times 1) \\ &= 300000 + 10000 + 5000 + 600 + 40 + 5 \end{aligned}$$

Observe the table.

3	1	5	6	4	5
Lakhs	Ten thousands	Thousands	Hundreds	Tens	Ones

This number has 5 in ones place, 4 in tens place, 6 in hundreds place, 5 in thousands place, 1 in ten thousands place and 3 at lakhs place. Now we read the number as three lakh fifteen thousand six hundred and forty five.



అభ్యాసం - 1.2

- కింది సంఖ్యలను దగ్గర పదులకు సవరించి రాయండి.

i) 89	ii) 415	iii) 3951	iv) 4409
-------	---------	-----------	----------
- కింది సంఖ్యలను దగ్గర వందలకు సవరించి రాయండి.

i) 695	ii) 36,152	iii) 13,648	iv) 93,618
--------	------------	-------------	------------
- కింది సంఖ్యలను దగ్గర వేలకు సవరించి రాయండి.

i) 3415	ii) 70124	iii) 8765	iv) 4001
---------	-----------	-----------	----------
- కింది సంఖ్యలను సంక్షిప్త రూపంలో రాయండి.

i) 3000 + 400 + 7	ii) 10,000 + 2000 + 300 + 50 + 1
iii) 30,000 + 500 + 20 + 5	iv) 90,000 + 9000 + 900 + 90 + 9
- కింది సంఖ్యలను విస్తరణ రూపంలో రాయండి.

i) 4348	ii) 30214	iii) 22222	iv) 75025
---------	-----------	------------	-----------

1.5 పెద్ద సంఖ్యల పరిచయం

అయిదు అంకెల అతి పెద్దసంఖ్య = 99,999

దీనికి 1 కలిపితే $99,999 + 1 = 1,00,000$ వస్తుంది.

ఈ సంఖ్యను ఒక లక్ష అంటారు. అంటే 99,999 తర్వాత వెంటనే వచ్చే సంఖ్య ఒక లక్ష అన్నమాట అనగా 1,00,000. ఇప్పుడు మీరు చెప్పగలరా?

ఒక లక్షలో ఎన్ని పదులు ఉన్నాయి?

ఒక లక్షలో ఎన్ని వందలు ఉన్నాయి?

ఒక లక్షలో ఎన్ని వేలు ఉన్నాయి?

ఇప్పుడు ఆరు అంకెల సంఖ్యను విస్తరణ రూపంలో ఎలా రాస్తారో చూద్దాం.

ఉదాహరణకు 3,15,645 తీసుకోండి. దాని విస్తరణ రూపం

$$\begin{aligned}
 3,15,645 &= (3 \times 1,00,000) + (1 \times 10,000) + (5 \times 1000) + (6 \times 100) + (4 \times 10) + (5 \times 1) \\
 &= 3,00,000 + 10,000 + 5000 + 600 + 40 + 5
 \end{aligned}$$

పట్టిక పరిశీలించండి.

లక్షలు	పదివేలు	వేలు	వందలు	పదులు	ఒకట్లు
3	1	5	6	4	5

ఈ సంఖ్యకు ఒకట్ల స్థానంలో '5', పదుల స్థానంలో '4', వందల స్థానంలో '6', వేలస్థానంలో '5', పదివేల స్థానంలో '1', లక్షల స్థానంలో '3' ఉన్నాయని గమనించవచ్చు. ఇప్పుడు మనం ఈ సంఖ్యను మూడులక్షల పదిహేను వేల ఆరువందల నలభై అయిదు అని చదువుతాము.

Read and expand the numbers as shown below.

Number	Expanded form	Read as
5,00,000	5×100000	Five lakh
4,50,000	$4 \times 100000 + 5 \times 10000$	Four lakh fifty thousand
4,57,000		
3,05,400		
3,09,390		
2,00,035		

Write a few more 6 digit numbers and ask your friend to read and expand them.

What number would you get if all digits are 9s in a 6-digit number?

Can you call it the greatest 6-digit number? Why?

Now if we add '1' to this number, what would we get?

$$9,99,999 + 1 = 10,00,000$$

It is called **ten lakh**.

Is it the smallest 7-digit number?

So now observe the following pattern and complete it.

$$\begin{aligned} 9 + 1 &= 10 \\ 99 + 1 &= 100 \\ 999 + 1 &= 1000 \\ 9999 + 1 &= \dots\dots\dots \\ 99999 + 1 &= \dots\dots\dots \\ 999999 + 1 &= \dots\dots\dots \\ 9999999 + 1 &= 1,00,00,000 \end{aligned}$$

Add one more to the greatest 7-digit number. You get the smallest 8-digit number which is called **one crore**.

How will you get the greatest 8 digit number?

We come across large numbers in many different situations. For example, area of our country is 32, 87, 263 square km., population of our state 8,46,65,533. Similarly cost of school building, agricultural production, distance between the planets, multiplication of 3 digit numbers with 3 or more digit numbers, we obtain large numbers.

By learning these large numbers, do you think Uma can understand the numbers taught by her teacher in the classroom?

కింది పట్టికలో ఇచ్చిన సంఖ్యలను చదివి ఉదాహరణలో చూపిన విధంగా విస్తరణ రూపంలో రాయండి.

సంఖ్య	విస్తరణ రూపం	చదివే విధానం
5,00,000	$5 \times 1,00,000$	అయిదు లక్షలు
4,50,000	$4 \times 1,00,000 + 5 \times 10,000$	నాలుగు లక్షల యాభైవేలు
4,57,000		
3,05,400		
3,09,390		
2,00,035		

మరికొన్ని 6 అంకెల సంఖ్యలను రాయండి. మీ స్నేహితుడిని చదివి, విస్తరించమనండి. ఆరు అంకెల సంఖ్యలో అన్ని అంకెలు '9' లు అయితే ఎటువంటి సంఖ్య వస్తుంది? దీనిని ఆరు అంకెల సంఖ్యలలో అతిపెద్ద సంఖ్య అనవచ్చా? ఎందుకు? అతిపెద్ద ఆరు అంకెల సంఖ్యకు '1' కలపండి. ఏ సంఖ్య వస్తుందో చూడండి?

$9,99,999 + 1 = 10,00,000$ దీనిని 'పదిలక్షలు' అంటారు.

దీనిని 7 అంకెల సంఖ్యలలో అతిచిన్న సంఖ్య అనవచ్చా?

ఇప్పుడు క్రింది తెల్పిన సంఖ్యల అమరికను పరిశీలించి పూర్తి చేయండి

9	+	1	=	10
99	+	1	=	100
999	+	1	=	1000
9999	+	1	=
99999	+	1	=
999999	+	1	=
9999999	+	1	=	1,00,00,000

ఏడు అంకెల అతిపెద్ద సంఖ్యకు '1' కలిపితే ఎనిమిది అంకెల సంఖ్యలలో అతిచిన్న సంఖ్య ఏర్పడిందని గమనించవచ్చు. ఈ సంఖ్యనే ఒక కోటి అంటారు.

ఎనిమిది అంకెల అతి పెద్దసంఖ్య ఎలా వస్తుందో చెప్పగలరా?

మనకు అనేక సందర్భాలలో అతిపెద్ద సంఖ్యల ప్రస్తావన వస్తుంది. ఉదాహరణకు మన దేశ విస్తీర్ణం 32,87,263 చదరపు కిలోమీటర్లు, మనరాష్ట్ర జనాభా 8,46,65,533. అదే విధంగా పాఠశాల భవన నిర్మాణంనకు అయ్యే వ్యయం, వ్యవసాయ ఉత్పాదన, గ్రహాల మధ్యదూరం, మూడంకెల సంఖ్యను మరొక మూడంకెలు లేదా ఏదైనా పెద్ద సంఖ్యతో గుణించినపుడు పెద్ద సంఖ్యలు వస్తాయి.

ఇటువంటి పెద్దసంఖ్యల గురించి తెలుసుకున్నాక ఉమకు తరగతి గదిలో ఉపాధ్యాయుడు చెప్పిన సంఖ్యలు అర్థమయ్యాయని మీరు భావిస్తున్నారా?



TRY THESE

1. Give any five examples using daily life situations where the number of things counted would be more than 6-digits.
2. Write the smallest and greatest of all two digit, three digit, four digit, fivedigit, six digit, seven digit, eight digit numbers.

1.5.1 Place value of larger numbers

Read the following numbers:

- a) 25240 b) 130407 c) 4504155 d) 12200320

Was it difficult to read? Did you find it difficult to read the number in crores, lakhs and thousands? Now read the following numbers.

- a) 25,240 b) 1,30,407 c) 45,04,155 d) 1,22,00,320

Is it comparatively easier, than above numbers ?

Use of 'comma' helps us in reading and writing of large numbers.

There are some indicators useful in writing the expansion of numbers. For example, Radha is expanding a number. She identifies the digits in ones place, tens place and hundreds place in 367 by writing them under O, T and H as shown the table.

H	T	O	Expansion
3	6	7	$3 \times 100 + 6 \times 10 + 7 \times 1$

Similarly for 1,729,

Th	H	T	O	Expansion
1	7	2	9	$1 \times 1000 + 7 \times 100 + 2 \times 10 + 9 \times 1$

One can extend this idea to numbers upto lakhs and crores as shown in the following table:

Places	Crores		Lakhs		Thousands		Hund- reds (H)	Tens (T)	Ones (O)
	Ten Crores (T. Cr)	Crores (Cr)	Ten Lakhs (T. La)	Lakhs (La)	Ten Thou- sands (T.Th.)	Thou- sands (Th.)			
Number	10,00,00,000	1,00,00,000	10,00,000	1,00,000	10,000	1,000	100	10	1
No. of Digits	9	8	7	6	5	4	3	2	1

1 crore = 100 lakhs
= 10,000 thousands

1 lakh = 100 thousands
= 1000 hundreds



ప్రయత్నించండి

1. మీరు నిత్యజీవిత సందర్భాలలో, ఆరు అంకెల సంఖ్యల కన్నా పెద్దవైన సంఖ్యలు వాడే ఏవైనా అయిదు ఉదాహరణలను పేర్కొనండి.
2. రెండు అంకెలు, మూడు అంకెలు, నాలుగు అంకెలు, అయిదు అంకెలు, ఆరు అంకెలు, ఏడు అంకెలు, మరియు ఎనిమిది అంకెలు గల సంఖ్యలలో అతిచిన్న, అతిపెద్ద సంఖ్యలు రాయండి.

1.5.1 పెద్దసంఖ్యల స్థాన విలువలు

క్రింది సంఖ్యలను చదవండి.

ఎ) 25240 బి) 130407 సి) 4504155 డి) 12200320

చదవడం కష్టంగా ఉందా? కోట్లు, లక్షలు మరియు వేలల్లో ఉన్న సంఖ్యలను చదవడం మీకు కష్టంగా ఉందా? ఇప్పుడు క్రింది సంఖ్యలను చదవండి.

ఎ) 25,240 బి) 1,30,407 సి) 45,04,155 డి) 1,22,00,320

కామా (,) లు పెట్టి వీటిని చదవడం సులభంగా ఉంది కదా!

కామాలను ఉపయోగిస్తే పెద్ద సంఖ్యలను చదవడం, రాయడం సులభమౌతుంది.

సంఖ్యలను విస్తరించి రాయడానికి కొన్ని సూచికలు ఉపయోగపడతాయి. ఉదాహరణకు రాధ ఒక సంఖ్యను విస్తరించి రాస్తోంది. ఆమె 367 అనే సంఖ్యలోని ఒకట్ల స్థానం, పదుల స్థానం, వందల స్థానాలలో గల అంకెలను గుర్తించి, పట్టికలో చూపినట్లు వాటిని O, T మరియు H క్రింద రాస్తున్నది.

H	T	O	విస్తరణ
3	6	7	$3 \times 100 + 6 \times 10 + 7 \times 1$

అదే విధంగా మరొక సంఖ్య 1729 ను ఎలా చూపిందో పరిశీలించండి.

Th	H	T	O	విస్తరణ
1	7	2	9	$1 \times 1000 + 7 \times 100 + 2 \times 10 + 9 \times 1$

ఈ విధంగా ఈ సూచికలను పెద్దసంఖ్యలైన లక్షలు, కోట్లకు ఏ విధంగా ఉపయోగించవచ్చో పట్టిక చూస్తే తెలుస్తుంది.

స్థానాలు	కోట్లు		లక్షలు		వేలు		వందలు	పదులు	ఒకట్లు
	పదికోట్లు	కోట్లు	పది లక్షలు	లక్షలు	పదివేలు	వేలు			
సంఖ్య	10,00,00,000	1,00,00,000	10,00,000	1,00,000	10,000	1,000	100	10	1
అంకెల సంఖ్య	9	8	7	6	5	4	3	2	1

1 కోటి = 100 లక్షలు

= 10,000 వేలు

1 లక్ష = 100 వేలు

= 1000 వందలు

Now let us write the large numbers using the place value chart and read the number as given below:

Number	T.Cr.	Cr.	T.La	La	T.Th.	Th.	H	T	O	Read as
41430495	-	4	1	4	3	0	4	9	5	Four crore fourteen lakh thirty thousand four hundred ninety five
304512031										
241800240										
69697100										
100091409										

Think of five more large numbers and write them. Can you write the expanded form of these numbers as shown below?

Expansion of 12735045

$$1,27,35,045 = 1 \times 1,00,00,000 + 2 \times 10,00,000 + 7 \times 1,000,00 + 3 \times 10,000 + 5 \times 1,000 + 0 \times 100 + 4 \times 10 + 5 \times 1$$



DO THIS

Expand the numbers using commas.

i. 999999999

ii. 34530678

iii. 510010051

1.5.2 Usage of commas

In our Indian system of numeration we use ones, tens, hundreds, thousands, lakhs and crores. Commas are used to mark thousands, lakhs and crores. The first comma comes after hundred place (i.e. three digits from the right) and marks thousands 74517,500. The second comma comes two digits later (i.e. five digits from the right) 745,17,500. It comes after ten thousands place and marks lakh. The third comma comes after another two digits. (i.e. seven digits from the right) 7,45,17,500. It comes after ten lakhs place and marks crore. Commas help us in reading and writing large numbers easily.

For example, Seven crore forty five lakh seventeen thousand and five hundred can be written as,

7, 45, 17, 500.

Similarly we can easily read this number which is separated by commas as 45,30,14,252 (Forty five crore thirty lakh fourteen thousand two hundred fifty two).

మనం ఇప్పుడు పెద్ద సంఖ్యలను స్థానవిలువల పట్టిక ప్రకారం రాసి క్రింద చూపిన విధంగా చదవండి.

సంఖ్య	పది కోట్లు	కోట్లు	పది లక్షలు	లక్షలు	పది వేలు	వేలు	వందలు	పదులు	ఒకట్లు	చదివే విధానం
41430495	-	4	1	4	3	0	4	9	5	నాలుగు కోట్ల పద్నాలుగు లక్షల ముప్పై వేల నాలుగు వందల తొంభై అయిదు
304512031										
241800240										
69697100										
100091409										

నీకు తోచిన 5 పెద్ద సంఖ్యలను, స్థాన విలువల సూచికలతో రాసి, వాటిని చదవండి.

ఇప్పుడు పెద్ద సంఖ్యల విస్తరణ రూపం రాయగలరా?

ఉదా : 12735045 సంఖ్యను విస్తరించండి.

$$1,27,35,045 = 1 \times 1,00,00,000 + 2 \times 10,00,000 + 7 \times 1,000,00 + 3 \times 10,000 + 5 \times 1,000 + 0 \times 100 + 4 \times 10 + 5 \times 1$$



ఇవి చేయండి

కింది సంఖ్యలను కామాలతో రాసి, విస్తరించండి.

- i. 999999999 ii. 34530678 iii. 510010051

1.5.2 విరామ చిహ్నాల (కామాల) వాడుక

హిందూ సంఖ్యామాన పద్ధతిలో మనం ఒకట్లు, పదులు, వందలు, వేలు, లక్షలు, కోట్లు వంటి స్థానాలను రాస్తాం. వేలను, లక్షలను, కోట్లను చదవడంలో కామాల ఉపయోగిస్తాం. మొదటి కామాను వందల స్థానం తర్వాత (అంటే కుడివైపు నుండి మూడంకెల తర్వాత) రాసి ముందు సంఖ్య అంతా 'వేలు' అని గుర్తిస్తాం 74517,500. రెండవ కామాను మరి రెండు అంకెల తర్వాత అంటే పదివేల స్థానం తర్వాత (అంటే కుడివైపు నుండి అయిదు అంకెల తర్వాత) రాసి ముందు సంఖ్య అంతా 'లక్షలు' అని గుర్తిస్తాం 745,17,500. మూడవ కామాను తిరిగి మరి రెండు అంకెల తర్వాత అంటే పది లక్షల స్థానం తర్వాత (అంటే కుడివైపు నుండి ఏడు అంకెల తర్వాత) రాసి ముందు మిగిలిన సంఖ్య అంతా 'కోట్లు' అని గుర్తిస్తాం 7,45,17,500. కామాల పెద్దసంఖ్యలను స్థానాల ప్రకారం చదవడానికి, రాయడానికి ఉపయోగపడతాయి.

ఉదా : ఏడు కోట్ల నలభై అయిదు లక్షల పదిహేడువేల అయిదు వందలు. సంఖ్యను కామాలతో ఎలా రాస్తామో గమనించండి.

$$7, 45, 17, 500$$

ఇదే విధంగా కామాలతో విభజింపబడిన పెద్దసంఖ్య 45,30,14,252 ను సులభంగా నలభై అయిదుకోట్ల ముప్పైలక్షల పద్నాలుగు వేల రెండువందల యాభై రెండు అని సులభంగా చదవవచ్చు.



Do This

Read these numbers and write in words.

a) 5,06,45,075

b) 12,36,99,140

c) 2,50,00,350



EXERCISE - 1.3

- Write the numbers using commas according to place values.**
 - 11245670
 - 22402151
 - 30608712
 - 190308020
- Write the numbers in words.**
 - 34,025
 - 7,09,115
 - 47,60,00,317
 - 6,18,07,000
- Write the number in figures.**
 - Four lakh fifty seven thousand four hundred.
 - Sixty lakh two thousand and seven hundred seventy five.
 - Two crore fifty lakh forty thousand three hundred and three.
 - Sixty crore sixty lakh sixty thousand six hundred.
- Write the numbers in expanded form.**
 - 6,40,156
 - 63,20,500
 - 1,25,30,275
 - 75,80,19,202
- Write the following numbers in short form (standard notation):
 - $50,00,000 + 4,00,000 + 20,000 + 8,000 + 500 + 20 + 4$
 - $6,00,00,000 + 40,00,000 + 3,00,000 + 20,000 + 500 + 1$
 - $3,00,00,000 + 3,00,000 + 7,000 + 800 + 80 + 1$
 - $7,00,00,000 + 70,00,000 + 7000 + 70$.
- Which is larger between each of these two? Use greater than symbol (>) and write.**
 - 4,67,612 or 18,71,964
 - 14,35,10,300 or 14,25,10,300
- Which is smaller between each of these two? Use less than symbol (<) and write.**
 - 2,00,015 or 99,999
 - 13,50,050 or 13,49,785
- Write any ten numbers with digits 5 in crores place, 2 in lakhs place, 1 in ten thousands place, 6 in tens place and 3 in ones place. (keep any digits in the remaining places)**

1.6 INTERNATIONAL SYSTEM OF NUMERATION

The numbers in which we read and write in our country are different from that of many other countries. We use lakhs for 6-digit number, ten lakhs for 7-digit numbers and then crores and ten crores etc. In the International system of numeration, we use ones, tens, hundreds, thousands and then millions.



ఇవి చేయండి

కింది సంఖ్యలను చదివి అక్షరాలలో రాయండి.

ఎ) 5,06,45,075

బి) 12,36,99,140

సి) 2,50,00,350



అభ్యాసం - 1.3

- కింది సంఖ్యలను స్థాన విలువల ఆధారంగా కామాలు పెట్టి రాయండి.
 - 11245670
 - 22402151
 - 30608712
 - 190308020
- కింది సంఖ్యలను అక్షరాలలో రాయండి.
 - 34,025
 - 7,09,115
 - 47,60,00,317
 - 6,18,07,000
- కింది వాటిని అంకెలలో రాయండి.
 - నాలుగు లక్షల యాభై ఏడు వేల నాలుగు వందలు
 - అరవై లక్షల రెండువేల ఏడు వందల డెబ్బైఐదు
 - రెండు కోట్ల యాభై లక్షల నలభై వేల మూడు వందల మూడు
 - అరవై కోట్ల అరవై లక్షల అరవై వేల ఆరు వందలు
- కింది సంఖ్యలను విస్తరణ రూపంలో రాయండి.
 - 6,40,156
 - 63,20,500
 - 1,25,30,275
 - 75,80,19,202
- కింది సంఖ్యల విస్తరణకు సంక్షిప్త రూపం రాయండి.
 - $50,00,000 + 4,00,000 + 20,000 + 8,000 + 500 + 20 + 4$
 - $6,00,00,000 + 40,00,000 + 3,00,000 + 20,000 + 500 + 1$
 - $3,00,00,000 + 3,00,000 + 7,000 + 800 + 80 + 1$
 - $7,00,00,000 + 70,00,000 + 7000 + 70$
- కింది రెండు సంఖ్యలలో ఏది పెద్దది? '>' గుర్తును ఉపయోగించి రాయండి.
 - 4,67,612 లేదా 18,71,964
 - 14,35,10,300 లేదా 14,25,10,300
- కింది రెండు సంఖ్యలలో ఏది చిన్నది? '<' గుర్తును ఉపయోగించి రాయండి.
 - 2,00,015 లేదా 99,999
 - 13,50,050 లేదా 13,49,785
- కోట్ల స్థానంలో '5', లక్షల స్థానంలో '2', పదివేల స్థానంలో '1', పదుల స్థానంలో '6', ఒకట్ల స్థానంలో '3' అంకెలను ఉంచి ఏవైనా 10 సంఖ్యలను రాయండి. (మిగిలిన స్థానాల్లో ఏవైనా అంకెలు ఉంచవచ్చు)

1.6 అంతర్జాతీయ సంఖ్యామానం (ఆంగ్ల సంఖ్యామానం)

మనం సంఖ్యలను చదివే విధానం, రాసే విధానం ప్రపంచ దేశాలకు భిన్నంగా ఉంది. మనం 6 అంకెలుగల సంఖ్యను 'లక్షలు' గానూ, 7 అంకెల సంఖ్యను 'పదిలక్షల'లోనూ అదే విధంగా కోట్లు, పది కోట్లు అని తర్వాత సంఖ్యలను చదువుతాం. కాని అంతర్జాతీయ సంఖ్యామాన పద్ధతిలో ఒకట్లు, పదులు, వందలు, వేలు, పదివేలు, వందవేలు, తర్వాత 'మిలియన్లు' అని చదువుతారు.

One million is a thousand thousands or ten lakhs. Commas are used to mark thousands and millions. Comma comes after every three digits from the right.

Suppose the number is 45690255

Indian system of numeration	International system of numeration
4,56,90,255	45,690,255
Four crore fifty six lakhs ninety thousand two hundred and fifty five.	Forty five million six hundred ninety thousand two hundred fifty five.

Have you noticed that there is no change of numeration upto hundreds place?

What else have you observed?

Let us compare the places in both the systems for better understanding:

Indian System	H.Cr.	T.Cr.	Cr.	T.La	La	Ten Th.	Thousand	Hund.	Tens	Ones
International System	Billion	Hund. Million	Ten Million	Million	Hun. Th.	Ten Th.	Thous.	Hund.	Tens	Ones

From the above table, the relation between these systems can be understood as follows:

10 lakhs	=	1 million
1 crore	=	10 million
10 crore	=	100 million
100 crore	=	1 billion



EXERCISE - 1.4

- Write the numbers using commas according to International system of numeration.
 - 97645315
 - 20048421
 - 476356
 - 9490026834
- Collect the mobile numbers of your friends and other family members. Write them using commas and read them in International system.
- Write the numbers in words in both Indian and International system:
 - 123115027
 - 89643092
- Read the number carefully and answer the following:
302,179,468
 - The digit in millions place
 - The digit in hundreds place
 - The digit in ten millions place
 - How many millions are there in the number?

ఒక మిలియన్ అంటే వేలు వేలు లేదా 'పదిలక్షలకు' సమానం. కుడి నుండి అనగా ఒకట్ల స్థానంతో మొదలిడి ప్రతి మూడు స్థానాల తర్వాత కామాలు వస్తాయి.

ఉదాహరణకు ఒక సంఖ్యను పరిశీలిద్దాం. 45690255

హిందూ సంఖ్యామానం	అంతర్జాతీయ సంఖ్యామానం
4,56,90,255	45,690,255
నాలుగుకోట్ల యాభై ఆరు లక్షల తొంభై వేల రెండువందల యాభై అయిదు	నలభై ఐదు మిలియన్ల ఆరు వందల తొంభై వేల రెండువందల యాభై అయిదు

రెండు సంఖ్యామాన పద్ధతులలో వందల స్థానం వరకు ఎటువంటి తేడా లేదని మీరు గమనించే ఉంటారు. మీరు పరిశీలించిన ఇతర అంశాలు చెప్పండి.

మనం ఇప్పుడు ఒకసారి రెండు సంఖ్యామాన పద్ధతులలో స్థానాలను పోలుద్దాం.

హిందూ సంఖ్యామానం	వంద కోట్లు	పది కోట్లు	కోట్లు	పది లక్షలు	లక్షలు	పది వేలు	వేలు	వందలు	పదులు	ఒకట్లు
అంతర్జాతీయ సంఖ్యామానం	బిలియన్	వంద మిలియన్లు	పది మిలియన్లు	మిలియన్	వంద వేలు	పది వేలు	వేలు	వందలు	పదులు	ఒకట్లు

పై పట్టిక ఆధారంగా, మనం ఈ సంఖ్యామానాల మధ్య కొన్ని సంబంధాలను క్రింది విధంగా అర్థం చేసుకోవచ్చు.

- 10 లక్షలు = 1 మిలియన్
 1 కోటి = 10 మిలియన్లు
 10 కోట్లు = 100 మిలియన్లు
 100 కోట్లు = 1 బిలియన్

అభ్యాసం - 1.4

- కింది సంఖ్యలను అంతర్జాతీయ సంఖ్యామాన పద్ధతిలో కామాలు ఉపయోగించి రాయండి.
 - 97645315
 - 20048421
 - 476356
 - 9490026834
- మీ స్నేహితుల, కుటుంబసభ్యుల మొబైల్ ఫోన్ నెంబర్లు సేకరించుము. వాటిని కామాలతో విభజించి అంగ్లసంఖ్యామానం ప్రకారం కామాలు ఉపయోగించి రాసి, చదవండి.
- కింది సంఖ్యను హిందూ సంఖ్యామానంలోనూ, అంగ్ల సంఖ్యామానంలోనూ అక్షరాలలో రాయండి.
 - 123115027
 - 89643092
- కింది సంఖ్యను చదివి, ప్రశ్నలకు జవాబివ్వండి.

302,179,468

 - 'మిలియన్ల' స్థానంలో గల అంకె
 - 'వందల స్థానం'లో గల అంకె
 - 'పది మిలియన్లు' స్థానంలో గల అంకె
 - సంఖ్యలో ఎన్ని మిలియన్లు ఉన్నాయి?

1.7 LARGE NUMBERS USED IN DAILY LIFE SITUATIONS

We know that we use meter (m) as unit of length, kilogram (kg) as a unit of weight and litre (l) as a unit of volume and second (s) as a unit of time.

For example, in the case of length or distance, we use centimeter for measuring the length of a pencil as it is small, meter for measuring length of a saree and kilometer (*km*) for measuring distance between two places. But for measuring the thickness of a paper, even centimeter is too big. So we use millimeter (mm) in this case.

Since there is a relationship between all of them we need to know about this conversion and convenient usage.

10 millimeters	=	1 centimeter
100 centimeters	=	1 meter
1000 meters	=	1 kilometer

How would you calculate the number of millimeters in 1 kilometer?

$$\begin{aligned}1 \text{ km} &= 1000\text{m} \\ &= 1000 \times 100 \text{ cm} \\ &= 1000 \times 100 \times 10 \text{ mm} \\ &= 10,00,000 \text{ mm}\end{aligned}$$

In the same way we buy rice or wheat in kilograms. But items like spices, chillipowder, haldi etc. which we do not need in large quantities, are bought in grams (g).

$$1000 \text{ g.} = 1 \text{ kg}$$

Can you calculate the number of milli grams in 1 kg?

A bucket normally holds 20 litres of water. But some times we need a smaller unit, the milliliters. A bottle of hairoil, painting colour lables in milliliters (*ml*) and oil tankers, water in reservoirs are marked with kilolitres (*kl*)

$$1000 \text{ litres} = 1 \text{ kilo litre}$$

How many milli litres will make 1 kililo litre?



TRY THESE

1. Name four important towns in your district. Note the distance between them in km. Express these in centimeters and millimeters.
2. Can you tell where we use milligrams?
3. A box contains 1,00,000 tablets (medicine) each weighing 20 mg. What is the weight of all the tablets in the box in both grams and kilograms?
4. A petrol tanker contains 20,000 litres of petrol. Express the quantity of petrol in kilolitres and millilitres.

1.7 నిత్యజీవిత సందర్భాలలో పెద్ద సంఖ్యల వాడుక

పొడవుకు ప్రమాణంగా “మీటరు” (m), బరువుకు ప్రమాణం “కిలోగ్రాము” (kg), ద్రవాల పరిమాణానికి ప్రమాణం “లీటరు” (l) మరియు కాలానికి ప్రమాణంగా సెకండు (s) వాడుతున్నామనే విషయం మీకు తెలిసినదే.

ఉదాహరణకు మనం పెన్సిల్ పొడవును “సెంటీమీటర్ల” లోనూ, బట్టపొడవును మీటర్ల లోనూ కొలుస్తాం. అదేవిధంగా రెండు ప్రదేశాల మధ్యదూరాన్ని కిలోమీటర్లలో సూచిస్తాం. కాని కాగితం మందాన్ని కొలిచేటప్పుడు సెంటీమీటరు ప్రమాణం పెద్దదవుతుందని గమనించవచ్చు. ఈ సందర్భంలో మనం మిల్లీ మీటర్లు (mm) వాడతాం.

ఈ ప్రమాణాలన్నింటికి మధ్య సంబంధం కలదు. కనుక మనం వీటిని ఒకదాని నుండి మరొక దానికి మార్పిడి చేయడానికి, అనుకూలంగా ఉపయోగించడానికి ఇవి తెలుసుకోవాలి.

10 మిల్లీమీటర్లు	=	1 సెంటీ మీటరు
100 సెంటీమీటర్లు	=	1 మీటరు
1000 మీటర్లు	=	1 కిలోమీటరు

మరి 1 కిలోమీటరు అంటే ఎన్ని మిల్లీ మీటర్లు చెప్పగలరా?

$$\begin{aligned}
 1 \text{ కి.మీ.} &= 1000 \text{ మీ.} \\
 &= 1000 \times 100 \text{ సెం.మీ.} \\
 &= 1000 \times 100 \times 10 \text{ మి.మీ} \\
 &= 10,00,000 \text{ మి.మీ.}
 \end{aligned}$$

ఇదే విధంగా మనం బియ్యం లేదా గోధుమలను కిలోగ్రాములలో కొంటాం. కాని మసాలా దినుసులు, కారంపొడి, పసుపు వంటి వాటికి పెద్ద పరిమాణాలలో అవసరం లేదు. వీటిని గ్రాము (g) లలో కొంటాం.

$$1000 \text{ గ్రాములు} = 1 \text{ కిలోగ్రాము}$$

మరి 1 కి.గ్రా. అంటే ఎన్ని మిల్లీగ్రాములు?

ఇలాగే ఒక బకెట్లో సాధారణంగా 20 లీటర్ల నీరు పడుతుంది. కాని కొబ్బరినూనె, బొమ్మల రంగులు మొదలగు వాటిని మిల్లీ లీటర్లలోనూ, చమురు ట్యాంకర్లలో గల చమురు, తటాకంలో (రిజర్వాయరు) నీటిని మనం కిలోలీటర్ల (kl) లోనూ తెలుపుతాం.

$$1000 \text{ లీటర్లు} = 1 \text{ కిలో లీటరు}$$

మరి 1 కిలోలీటరుకు ఎన్ని మిల్లీ లీటర్లు?



ప్రయత్నించండి

1. మీ జిల్లాలో గల నాలుగు ప్రధాన పట్టణాలను తెల్పండి. ఈ పట్టణాల మధ్య దూరాన్ని కి.మీ.లలో తెలపండి. ఈ దూరాన్ని సెంటీమీటర్లలోనూ, మిల్లీ మీటర్లలోనూ వ్యక్తపరచండి.
2. మనం ‘మిల్లీగ్రాము’ల ప్రమాణాలలో వినియోగించే కొన్ని వస్తువులు తెల్పండి.
3. ఒక మందుల పెట్టెలో 1,00,000 ట్యాబ్లెట్లు కలవు. ఒక్కొక్క ట్యాబ్లెట్ బరువు 20 మిల్లీగ్రాములు. అయితే ఆపెట్టెలో గల ట్యాబ్లెట్లు మొత్తం బరువును గ్రాములలోనూ, కిలో గ్రాము లలోనూ తెల్పండి.
4. ఒక ఆయిల్ ట్యాంకర్ 20,000 లీటర్లు పెట్రోల్తో నింపబడింది. దీనిని కిలోలీటర్ల లోనూ, మిల్లీలీటర్లలోనూ వ్యక్తపరచండి.

Let us understand some examples using large numbers in daily life.

Example-1. Tendulkar is a famous cricket player. He has so far scored 15,030 runs in test matches and 18,111 runs in one day cricket. What is the total number of runs scored by him in both Formats?

Solution:

Runs scored in Test matches by Tendulkar	=	15,030
Runs scored in One day matches	=	18,111
Total number of runs	=	<u>33,141</u>

Example-2. A newspaper is published everyday. It contains 16 pages. Every day 15,020 copies are printed. How many pages are printed every day?

Solution:

Number of copies printed every day	=	15,020
Number of pages in each copy	=	16
Number of pages in 15,020 copies	=	$15,020 \times 16$ pages.

Try to estimate the total number of pages. It must be more than 2,00,000 pages.

Total number of pages printed = $15,020 \times 16 = 2,40,320$

So, every day 2,40,320 pages are printed.

Example-3. A hotel has 15 litres milk. 25ml of milk is required to prepare a cup of tea. How many cups of tea can be made with the milk.

Solution:

Quantity of milk in the hotel	=	15 litres
	=	15×1000 ml
	=	15000 ml

Since 25ml. of milk is required for each cup of tea

number of cups of tea that can be made with the milk	=	$15000 \div 25$
	=	600 cups



EXERCISE - 1.5

1. The number of people who visited during common wealth games in New Delhi for the first four days was recorded as 15,290; 14,181; 14,235 and 10,578. Find the total number of people visited in these four days?
2. In Lok Sabha election, the elected candidate got 5,87,500 votes and defeated candidate got 3,52,768. By how many votes did the winner win the election?
3. Write the greatest and smallest 5-digit number formed by the digits 5, 3, 4, 0 and 7 and find their difference?
4. A bicycle industry makes 3,125 bicycles each day. Find the total number of bicycles manufactured in the month of July?
5. A helicopter covers 600 km. in 1 hour. How much distance will it cover in 4 hours? Express your answer in meters..

పెద్దసంఖ్యలను ఉపయోగించి సాధించే కొన్ని నిత్యజీవిత సమస్యలను పరిశీలిద్దాం.

ఉదా 1 : సచిన్ టెండూల్కర్ ప్రఖ్యాత క్రికెట్ క్రీడాకారుడు. అతను ఇప్పటివరకు టెస్ట్ మ్యాచ్‌లలో 15,030 పరుగులు, వన్డే మ్యాచ్‌లలో 18,111 పరుగులు చేసాడు. అతను రెండు రకాల మ్యాచ్‌లలో సాధించిన మొత్తం పరుగులు ఎన్ని?

సాధన :	టెస్ట్ మ్యాచ్‌లలో టెండూల్కర్ సాధించిన పరుగులు	=	15,030
	వన్డే మ్యాచ్‌లలో టెండూల్కర్ సాధించిన పరుగులు	=	18,111
	రెండు రకాల మ్యాచ్‌లలో సాధించిన మొత్తం పరుగులు	=	<u>33,141</u>

ఉదా 2 : ఒక దిన పత్రిక 16 పేజీలతో రోజూ ప్రచురితం అవుతుంది. ప్రతి రోజున 15,020 ప్రతులు ముద్రించిన ప్రతి రోజున ముద్రించబడిన మొత్తం పేజీలు ఎన్ని?

సాధన : ప్రతిదినం ముద్రితమయ్యే ప్రతుల సంఖ్య = 15,020

ఒక్కొక్క ప్రతిలో గల పేజీలు = 16

∴ 15,020 ప్రతులలో పేజీల సంఖ్య = 15,020 × 16 పేజీలు

మొత్తం పేజీలు ఎన్ని ఉంటాయో అంచనా వేయడానికి ప్రయత్నించండి. ఇది దాదాపుగా 2,00,000 పేజీలు కావచ్చు. మరి, గణనచేసి చూద్దాం. 15,020 × 16 = 2,40,320

∴ ప్రతిరోజూ 2,40,320 పేజీలు ముద్రితమవుతాయి.

ఉదా 3 : ఒక హోటల్‌లో 15 లీటర్ల పాలు కలవు. ఒక కప్పు 'టీ' తయారుచేయడానికి 25 మి.లీ. పాలు అవసరం. అయిన 15 లీటర్ల పాలతో ఎన్ని కప్పుల 'టీ' తయారగునో కనుగొనండి.

సాధన : హోటల్‌లో గల పాలు = 15 లీటర్లు
 = 15 × 1000 మి.లీ.
 = 15000 మి.లీ.

1 కప్పు 'టీ' తయారీకి కావాల్సిన పాలు 25 మి.లీ. కావున

మొత్తం పాలతో తయారు చేయగల టీ కప్పుల సంఖ్య = 15000 ÷ 25 = 600

= 600 కప్పులు



అభ్యాసం - 1.5

1. న్యూఢిల్లీలో జరిగిన కామన్‌వెల్త్ గేమ్స్‌కు మొదటి నాలుగు రోజులలో హాజరైన ప్రేక్షకుల సంఖ్య వరుసగా 15,290; 14,181, 14,235 మరియు 10,578 అని నమోదైంది. ఈ నాలుగు రోజులలో హాజరైన మొత్తం ప్రేక్షకులు ఎందరు?
2. లోక్‌సభకు జరిగిన ఒక ఎన్నికలో గెలుపొందిన అభ్యర్థికి 5,87,500 ఓట్లు, ఓడిన అభ్యర్థికి 3,52,768 ఓట్లు వచ్చాయి. గెలుపొందిన అభ్యర్థి ఎన్ని ఓట్లు అధిక్యతతో గెలుపొందాడో కనుగొనండి.
3. 5, 3, 4, 0 మరియు 7 లతో ఏర్పడే ఐదంకెల అతిపెద్ద సంఖ్యకు, ఐదంకెల అతి చిన్న సంఖ్యకు గల తేడాను తెల్పండి. (ఒక అంకెను ఒకసారి మాత్రమే వాడాలి)
4. ఒక సైకిలు తయారీ కంపెనీ ఒకరోజుకు 3,125 సైకిళ్లను తయారుచేయగల్గినచో, జూలై నెలలో కంపెనీ తయారు చేసే మొత్తం సైకిళ్లు ఎన్ని?
5. ఒక హెలికాప్టర్ 1 గంటకు 600 కి.మీ. దూరం ప్రయాణించగలదు. అయిన అది 4 గంటలలో ప్రయాణించే దూరం ఎంత? మీ సమాధానాన్ని మీటర్లలో తెలపండి.

6. The total weight of 5 biscuit packets of same size is 8kg 400 grams. What is the weight of each packet?
7. Everyday Gayatri walks both the ways to attend the school. The distance between the school and her house is 1 km 875 m. Find the total distance she walked in 6 days?
8. The cloth required to make a shirt of school uniform for each boy is 1 m 80 cm. How many shirts can tailor stitch using 40m. of cloth? How much cloth will be left?
9. The rate of petrol is ₹60 per litre. A petrol bunk sells 750 litres of petrol on a day. How much money do they get at the end of the day?

THINK, DISCUSS AND WRITE

1. You live in Ahmedabad and you travelled 400 m by bus to reach the nearest station. Then you take a train to reach Gandhi Nagar which is 15 km. away. Then you take a cab to reach your aunt's house which is 18 km. away.
 - i. How much distance did you travel to reach your aunt's house?
 - ii. If you travel for 7 days like this how much distance would you travel?
2. Every child in your school bring a water bottle containing 2 litres of water. If all the water is poured into a container which has 2 kilo litre capacity of water it was found that it needed 600 litre more to be filled. How many children poured water bottles in the container?



WHAT HAVE WE DISCUSSED?

1. Given two numbers, one with more digits is the greater number. If the number of digits in two given numbers is the same, that number is greater, which has a greater leftmost digit. If this digit also happens to be the same, we look at the next digits and so on.
2. In forming numbers from given digits, we should be careful to see if the conditions under which the numbers are to be formed are satisfied. Thus, to form the greatest four digit number from 7, 8, 3, 5 without repeating a single digit, we need to use all four digits, the greatest number can have only 8 as the leftmost digit.
3. The smallest four digit number is 1000 (one thousand). It follows the largest three digit number 999. Similarly, the smallest five digit number is 10,000. It is ten thousand and follows the largest four digit number 9999.



6. సమాన పరిమాణం గల అయిదు బిస్కెట్ ప్యాకెట్ల బరువు 8 కి.గ్రా. 400 గ్రా. అయిన ప్రతి ప్యాకెట్ బరువు ఎంత?
7. ప్రతిరోజూ గాయత్రి ఇంటి నుండి పాఠశాలకు నడిచివెళ్ళి తిరిగివస్తుంది. ఇంటి నుండి పాఠశాలకు గల దూరం 1 కి.మీ. 875 మీ. అయిన 6 రోజులలో ఆమె నడిచే మొత్తం దూరం ఎంత?
8. ఒక విద్యార్థికి స్కూలు యూనిఫారం షర్టు తయారీకి 1 మీ. 80సెం.మీ. పొడవుగల బట్ట అవసరం. 40 మీ. పొడవుగల బట్టతో ఎన్ని యూనిఫారం షర్టులు తయారుచేయవచ్చును? ఇంకా ఎంత బట్ట మిగులుతుంది?
9. ఒక లీటరు పెట్రోలు ధర లీటరుకు ₹ 60. ఒక పెట్రోలు బంకులో ఒక రోజు 750 లీటర్ల పెట్రోలు అమ్మారు. అయిన ఆ రోజుకు వారికి ఎంత సొమ్ము వస్తుంది?

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

1. అహ్మదాబాద్ లో నివసించే నీవు 400 మీ. దూరంలో గల స్టేషన్ కు బస్సులో చేరావు. రైలులో ప్రయాణించి 15 కి.మీ. దూరంలో గల గాంధీనగర్ కు వెళ్ళావు. అక్కడ నుండి 18 కి.మీ. దూరంలో గల పిన్ని ఇంటికి కారులో చేరావనుకొనుము.
 - i) మీ పిన్ని ఇంటికి చేరడానికి నీవు మొత్తం ఎంత దూరం ప్రయాణించావు?
 - ii) ఇదే విధంగా ఏడు రోజులు ప్రయాణిస్తే మొత్తం ఎంత దూరం ప్రయాణించినట్లు చెప్పండి?
2. మీ పాఠశాలలో మంచినీటిని నిల్వచేసే ట్యాంకు 2 కిలో లీటర్ల సామర్థ్యం కలదు. ఒకరోజు కొందరు విద్యార్థులు, ప్రతీ విద్యార్థి 2 లీటర్ల చొప్పున నీరు తెచ్చి నింపారు. ట్యాంకు నిండడానికి ఇంకా 600 లీటర్ల నీరు అవసరమైతే ఎంత మంది విద్యార్థులు ఆ రోజున ట్యాంకును నీటితో నింపారు?

మనం నేర్చుకున్నది

1. ఇచ్చిన రెండు సంఖ్యలలో ఎక్కువ అంకెలు కలిగిన సంఖ్య పెద్దది. రెండింటిలో అంకెల సంఖ్య సమానము అయిన ఎడమవైపు చివర ఉన్న అంకెలలో పెద్ద అంకె ఉన్న సంఖ్య పెద్దది. ఎడమవైపు చివర ఉన్న అంకెలు సమానము అయిన దాని తరవాత అంకెలను పోలుస్తాం.
2. ఇచ్చిన అంకెలతో సంఖ్యలను రాసేటప్పుడు, ఆ సంఖ్యల ఏర్పాటు తృప్తిపరచవలసిన నియమాల పట్ల జాగ్రత్త వహించాలి. ఏ అంకెను తిరిగి ఉపయోగించకుండా 7, 8, 3, 5 లతో అతి పెద్ద సంఖ్యను రాయాలంటే ఇచ్చిన నాలుగు అంకెలను ఉపయోగించాలి. అతిపెద్ద అంకె 8 ని ఎడమవైపు మొదటి అంకెగా రాయాలి.
3. నాలుగంకెల అతిచిన్న సంఖ్య 1000. ఇది మూడంకెల అతి పెద్ద సంఖ్యకు '1' కు కలిపిన వస్తుంది. అదే విధంగా నాలుగంకెల అతి పెద్ద సంఖ్య 9999 కు 1 కలిపిన ఐదంకెల అతి చిన్న సంఖ్య 10,000 వచ్చును. ఇదే విధంగా ఐదు, ఆరు, ఏడు, అంకెల సంఖ్యలకు కూడా వర్తిస్తుంది.



4. Use of commas helps in reading and writing large numbers. In the Indian system of numeration we have commas after 3 digits starting from the right and thereafter every 2 digits. The commas after 3rd, 5th and 7th digits to separate thousand, lakh and crore respectively. In the International system of numeration commas are placed after every 3 digits starting from the right. The commas after 3rd and 6th digits to separate thousand and million respectively.
5. Large numbers are needed in many ways in daily life. For example, for counting number of students in a district, number of people in a village or town, money paid or received in large transaction (paying and selling), in measuring large distances say between various cities in a country or in the world and so on.
6. Remember that kilo means 1000, Centi means 100th part and milli means 1000 part. Thus, 1 kilometre = 1000 metres, 1 metre = 100 centimetres or 1000 millimetres etc.
7. There are a number of situations in which we do not need the exact quantity but need only a reasonable guess or an estimate. For example, while stating how many spectators watched a particular International hockey match, we state the approximate number, say 51,000, we do not need to state the exact number.
8. Estimation involves approximating a quantity to an accuracy required. Thus, 4,117 may be approximated to 4,100 or to 4,000, i.e. to the nearest hundred or to the nearest thousand depending on our need.
9. In number of situations, we have to estimate the outcome of number operations. This is done by rounding off the numbers involved and getting a quick, rough answer.
10. Use of numbers in Indo-Arabic system and International system.

Srinivasa Ramanujan (India)

1887 - 1920

He worked on the number Theory. He is the first Indian elected to the fellow of Royal Society (England). 1729 is the Ramanujan's Number. Mathematics Day is celebrated on 22nd December every year on his birth day.



A Postal Stamp was released by the Government of India in memory of Ramanujan in 2011. Govt. of India Declared 2012 as Maths year.

4. హిందూ సంఖ్యామానంలో కుడి నుండి ఎడమకు 3వ, 5వ, 7వ,స్థానాల తర్వాత కామాలుంచిన సంఖ్యలను సులభంగా చదవవచ్చు. 3వ, 5వ మరియు 7వ స్థానాల తరువాత ఉంచిన కామాలు వరుసగా వేలు, లక్షలు మరియు కోట్లను వేరు చేస్తాయి. ఆంగ్ల సంఖ్యామానంలో కుడి నుండి ఎడమకు ప్రతిమూడు స్థానాలకు కామాలుంచి చదువుతాము. ఈ కామాలను 3వ, 6వ, 9వ, ... స్థానాల తరువాత ఉంచాలి. అవి వరుసగా వేలు మరియు మిలియన్లను వేరు చేస్తాయి.
5. నిత్యజీవితంలో పెద్ద సంఖ్యలను అనేక సందర్భాలలో ఉపయోగిస్తాం. జిల్లాల్లో గల విద్యార్థుల సంఖ్య, పట్టణ జనాభా, ఆస్తుల కొనుగోలు, దేశంలో గల ప్రధాన నగరాల మధ్య దూరం మొదలగునవి.
6. ఒక సాధారణ ప్రమాణానికి 1000 రెట్లను కిలోతోను, వందవ వంతును సెంటీతోను, వెయ్యవ వంతును మిల్లీలలోను కొలుస్తారు.
1 కి.మీ = 1000 మీ., 1 మీ. = 100 సెం.మీ లేదా 1000 మిల్లిమీటర్లు.
7. కొన్ని సందర్భాలలో ఖచ్చితమైన సంఖ్య మనకు అవసరం ఉండదు. తార్కికమైన ఊహ లేదా అంచనా వేసిన సంఖ్య సరిపోతుంది. ఉదాహరణకు ఒక అంతర్జాతీయ హాకీ ఆటకు ఎంతమంది వీక్షకులు వచ్చారో ఊహించి సుమారు 51,000 అని చెప్పగలిగితేచాలు. ఖచ్చితమైన సంఖ్య అవసరం లేదు.
8. నిత్యజీవితంలో రాశులు విలువలు తెలిపేటప్పుడు వాటిని సమీప సంఖ్యలకు సవరించి తెలుపుతాము. అందుచే 4, 117 అనే సంఖ్య సుమారుగా 4, 100 లేదా 4,000 కావచ్చు. దగ్గర వందలకు, వేలకు మన అవసరాలకు అనుగుణంగా సంఖ్యలను సవరిస్తాం.
9. సంఖ్య పరిక్రియలలో చాలా సందర్భాలలో సులభంగా అంచనా వేయడానికి సంఖ్యలను సవరిస్తాం.
10. సంఖ్యలను హిందూ - అరబిక్ పద్ధతిలోను, అంతర్జాతీయ పద్ధతిలోను చదవడం, రాయడం.

శ్రీనివాస రామానుజన్ (భారతదేశం)

1887 - 1920

సంఖ్యా సిద్ధాంతాలు రూపొందించిన గణిత మేధావి. ఫెలో ఆఫ్ రాయల్ సొసైటీ (ఇంగ్లాండ్)కు ఎంపికైన తొలి భారతీయుడు. 1729ను రామానుజన్ సంఖ్య అంటారు. ఆయన జన్మదినమైన డిసెంబర్ 22వ తేదీని గణిత దినోత్సవంగా, ప్రతి సంవత్సరం జరుపుకుంటాం.



భారతప్రభుత్వం రామానుజన్ జ్ఞాపకార్థం 2011లో పోస్టల్ స్టాంప్ విడుదల చేసింది. భారత ప్రభుత్వం 2012 ను గణిత సంవత్సరంగా ప్రకటించింది.



Whole Numbers

2

2.1 INTRODUCTION

In our previous class, we learnt about counting things. While counting things, we need numbers 1, 2, 3, to count. These numbers are called natural numbers. We express the set of natural numbers in the form of $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

While learning about natural numbers, we experienced that if we add '1' to any natural number, we get the next natural number. For example, if we add '1' to '16', then we get the number 17 which is again a natural number. In the same way if we deduct '1' from any natural number, generally we get a natural number. For example if we deduct '1' from a natural number 25, the result is 24, which is a natural number. Is this true if 1 is deducted from 1?

The next number of any natural number is called its successor and the number just before a number is called the predecessor.

For example, the successor of 9 is 10
and the predecessor of 9 is 8.

Now fill the following table with the successor and predecessor of the numbers provided:

S.No.	Natural number	Predecessor	Successor
1.	13		
2.	237		
3.	999		
4.	26		
5	9		
6	1		

Discuss with your friends

1. Which natural number has no successor?
2. Which natural number has no predecessor?

2.2 WHOLE NUMBERS

You might have come to know that the number '1' has no predecessor in natural numbers. We include zero to the collection of natural numbers. The natural numbers along with the zero form the collection of Whole numbers.

Whole numbers are represented as follows:

$$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$



2.1 పరిచయం

మనం వస్తువులను లెక్కించడాన్ని ఇంతకు ముందు తరగతిలోనే నేర్చుకున్నాం. వస్తువులను లెక్కించేటపుడు 1, 2, 3, సంఖ్యల అవసరమౌతాయి. ఆ సంఖ్యలను సహజ సంఖ్యలు అంటారు. సహజ సంఖ్యల సమితిని $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ అని సూచిస్తాం.

సహజ సంఖ్యల గురించి నేర్చుకునేటపుడు, ఏదైనా ఒక సహజ సంఖ్యకు '1' ని కలిపితే ఆ తర్వాతి సహజ సంఖ్య వస్తుందని తెలుసుకున్నాము. ఉదాహరణకు '16' కు '1' ని కలిపితే '17' వస్తుంది, కాని ఇది కూడా ఒక సహజసంఖ్యయే అదే విధంగా ఏదైనా ఒక సహజ సంఖ్య నుండి '1' ని తీసివేస్తే, సాధారణంగా సహజ సంఖ్యే వస్తుంది. ఉదాహరణకు 25 అనే సహజ సంఖ్య నుండి '1' ని తీసివేస్తే 24 వస్తుంది, ఇది కూడా ఒక సహజ సంఖ్యయే. మరి 1 నుండి 1ని తీసివేసినపుడు ఇది సత్యమేనా?

ఏదైనా ఒక సహజ సంఖ్యకు తర్వాత గల సంఖ్యను ఉత్తర సంఖ్య అనీ, అలాగే ఒక సంఖ్యకు గల ముందు సంఖ్యను పూర్వ సంఖ్య అనీ అంటారు.

ఉదాహరణకు, 9 యొక్క ఉత్తర సంఖ్య 10

9 యొక్క పూర్వ సంఖ్య 8

ఇప్పుడు, ఇచ్చిన సంఖ్యలకు పూర్వ సంఖ్య, ఉత్తర సంఖ్యలతో క్రింది పట్టికను పూరించండి.

క్ర.సం.	సహజ సంఖ్య	దాని ముందు సంఖ్య (పూర్వ సంఖ్య)	దాని తర్వాత సంఖ్య (ఉత్తర సంఖ్య)
1	13		
2	237		
3	999		
4	26		
5	9		
6	1		

మీ స్నేహితులతో చర్చించండి.

1. ఏ సహజ సంఖ్యకు ఉత్తర సంఖ్య లేదు?
2. ఏ సహజ సంఖ్యకు పూర్వ సంఖ్య లేదు?

2.2 పూర్ణాంకాలు

సహజసంఖ్యలలో '1'కి పూర్వ సంఖ్య లేదు అని మీరు తెలుసుకొనే ఉంటారు. మనం 'సున్నా'ను సహజ సంఖ్యల సముదాయానికి చేర్చాము. '0' ను సహజ సంఖ్యలకు చేర్చగా పూర్ణాంకాల సముదాయం ఏర్పడుతుంది.

పూర్ణాంకాలను క్రింది విధంగా సూచిస్తాం.

$$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$



DO THIS

1. Which is the smallest whole number?

THINK, DISCUSS AND WRITE

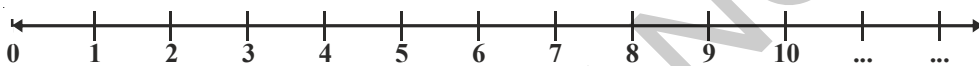
1. Are all natural numbers whole numbers?
2. Are all whole numbers natural numbers?



2.3 REPRESENTATION OF WHOLE NUMBERS ON NUMBER LINE

Draw a line. Mark a point on it. Label it as '0'. Mark as many points as you like on the line at equal distance to the right of 0. Label the points as 1, 2, 3, 4, respectively. The distance between any two consecutive points is the unit distance. You can go to any whole number on the right.

The number line for whole numbers is:



On the number line given above you know that the successor of any number will lie to the right of that number. For example, the successor of 3 is 4. 4 is greater than 3 and lies on the right side of number 3.

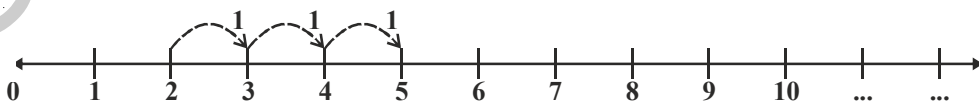
Now can we say that all the numbers that lie on the right of that number are greater than the number?

Discuss with your friends and fill the table.

S.No.	Number	Position on number line	Relation between numbers
1.	12, 8	12 lies on the right of 8	$12 > 8$
2.	12, 16		
3.	236, 210		
4.	1182, 9521		
5.	10046, 10960		

Addition on number line

Addition of whole numbers can be represented on number line. In the line given below, the addition of 2 and 3 is shown as below.



Start from 2, we add 3 to two. We make 3 jumps to the right on the number line, as shown above. We will reach at 5.

$$\text{So, } 2 + 3 = 5$$

So whenever we add two numbers we move on the number line towards right starting from any of them.



ఇవి చేయండి

1. కనిష్ట పూర్ణాంకమేది?

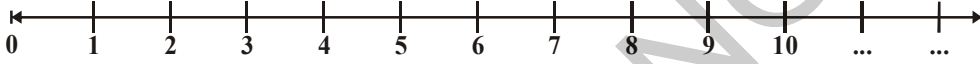
ఆలోచించి, చర్చించి మరియు రాయండి

1. సహజ సంఖ్యలన్నీ పూర్ణాంకాలా? తాయా?
2. పూర్ణాంకాలన్నీ సహజ సంఖ్యలా? తాయా?



2.3 పూర్ణాంకాలను సంఖ్యా రేఖపై సూచించుట

ఒక సరళరేఖను గీయండి. దానిపై ఒక బిందువును గుర్తించి, దానిని '0' చే సూచించండి. '0' కు కుడివైపున వీలైనన్ని బిందువులను సమాన దూరాలలో గుర్తించి, వాటిని 1,2,3,4,... లుగా సూచించండి. ఏవైనా రెండు వరుస బిందువుల మధ్య దూరాన్ని ప్రమాణ దూరం అంటారు. సంఖ్యారేఖపై ఎన్ని పూర్ణాంకాలైనా కుడివైపున గుర్తిస్తూ పోవచ్చును. పూర్ణాంకాల సంఖ్యా రేఖ :



పైన ఇవ్వబడిన సంఖ్యారేఖను గమనించండి. దానిపై గల ఏ సంఖ్యకైనా, ఉత్తర సంఖ్య దానికి కుడివైపున ఉంటుందని మీకు తెలుసు. ఉదాహరణకు 3 యొక్క ఉత్తర సంఖ్య 4, 3 కంటే 4 పెద్ద సంఖ్య ఇది 3కు కుడివైపున ఉంటుంది.

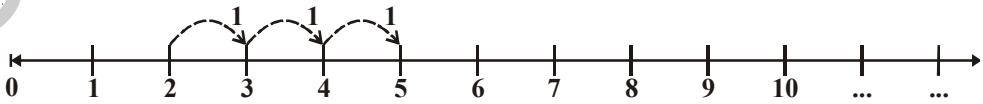
మరి, సంఖ్యారేఖపై గల ఒక సంఖ్యకు కుడివైపున గల సంఖ్యలన్నియు ఎల్లప్పుడు ఆ సంఖ్య కంటే పెద్ద సంఖ్యలని చెప్పగలమా?

మీ స్నేహితులతో చర్చించి క్రింది పట్టికను పూరించండి.

క్ర.సం.	సంఖ్యలు	సంఖ్యారేఖ పై గల స్థానం	సంఖ్యల మధ్య సంబంధం
1.	12, 8	12,8 కి కుడివైపున ఉండును	$12 > 8$
2.	12, 16		
3.	236, 210		
4.	1182, 9521		
5.	10046, 10960		

సంఖ్యా రేఖపై సంకలనం

పూర్ణాంకాల సంకలనాన్ని సంఖ్యా రేఖపై సూచించవచ్చు. 2 మరియు 3 సంఖ్యల సంకలనం క్రింది రేఖపై సూచించబడింది.



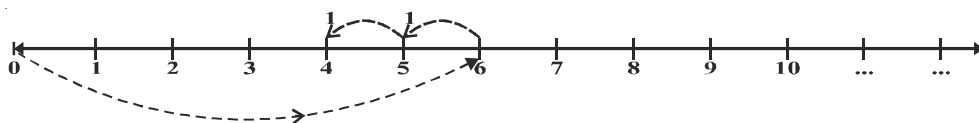
2కు 3ను కలుపాలి, కాబట్టి పైన చూపిన విధంగా సంఖ్యారేఖ పై 2తో ఆరంభించి, దానికి కుడివైపున ఒక ప్రమాణ దూరంతో 3 సార్లు కదిలితే 5ని చేరుకుంటాం.

$$\text{కావున } 2 + 3 = 5$$

అందువల్ల ఏ రెండు సంఖ్యలను కలపాలన్నా, సంఖ్యా రేఖపై మనం ఆ రెండు సంఖ్యలలో ఒక సంఖ్య నుండి కుడివైపుకు కదులుతాం.

Subtraction on the Number Line

Consider now $6 - 2$.



Start from 6. Since we subtract 2 from 6, we take 2 steps to the left on the number line, as shown above. We reach 4. So, $6 - 2 = 4$. Thus moving towards left means subtraction.



DO THIS

Show these on number line:

1. $5 + 3$

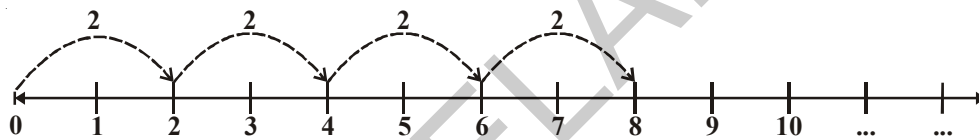
2. $5 - 3$

3. $3 + 5$

4. $10 + 1$

Multiplication on the Number Line

Let us now consider the multiplication of the whole numbers on the number line. Let us find 4×2 . We know that 4×2 means taking 2 steps four times. 4×2 means four jumps towards right, each of 2 steps.



Start from 0, move 2 units to the right each time, making 4 such moves. We will reach 8. So, $4 \times 2 = 8$

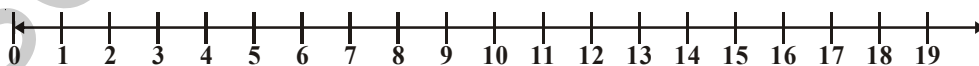


TRY THESE

Find the following by using number line:

1. What number should be deducted from 8 to get 5?
2. What number should be deducted from 6 to get 1?
3. What number should be added to 6 to get 8?
4. How many 6 are needed to get 30?

Raju and Gayatri together made a number line and played a game on it.



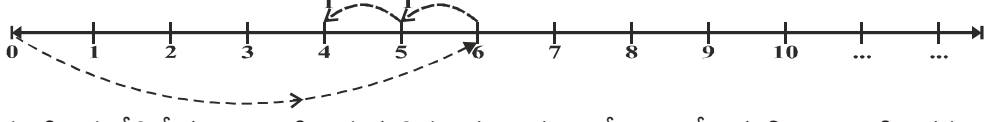
Raju asked "Gayatri, where will you reach if you jump thrice, taking leaps of 3, 8 and 5 starting from zero." Gayatri said 'the first leap will take me to 3 and then from there I will reach 11 in the second step and another five steps from there to 16'.

Do you think Gayatri described correctly "where would she reach?" Draw Gayatri's steps.

Play this game using addition and subtraction on this number line with your friend.

సంఖ్యరేఖపై వ్యవకలనం

6 నుండి 2ను తీసివేయడం సంఖ్య రేఖ పై ఎలా చూపాలో పరిశీలిద్దాం.



6 నుండి 2ను తీసివేయాలి, కాబట్టి పైన చూపిన విధంగా సంఖ్యరేఖపై 6తో ఆరంభించి, దానికి ఎడమ వైపున ఒక ప్రమాణదూరం రెండు సార్లు కదిలితే 4 ని చేరుకుంటాం. కావున $6-2 = 4$

అనగా వ్యవకలనం చేయాలంటే సంఖ్యరేఖపై ఎడమ వైపుకు కదులుతాం.



ఇవి చేయండి

కింది వాటిని సంఖ్యరేఖపై సూచించండి.

1. $5 + 3$

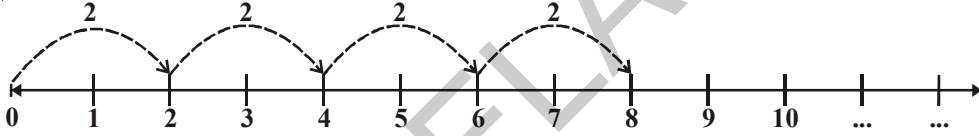
2. $5 - 3$

3. $3 + 5$

4. $10 + 1$

సంఖ్యరేఖపై గుణకారం

ఇప్పుడు సంఖ్యరేఖపై పూర్ణాంకాల గుణకారాన్ని పరిశీలిద్దాం. 4×2 ని కనుగొందాం. 4×2 అనగా 2 ప్రమాణాలు 4సార్లు, 4×2 అనగా ప్రతిసారి 2 ప్రమాణాల చొప్పున 4 సార్లు కుడివైపుకు కదలాలి.



'0' వద్ద ఆరంభించి, ప్రతిసారి 2 ప్రమాణాల చొప్పున, 4 సార్లు కుడివైపుకు కదలవలెను. అప్పుడు మీరు 8 ని చేరుకుంటారు. కావున $4 \times 2 = 8$

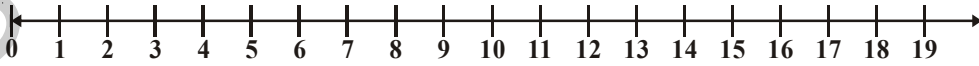


ప్రయత్నించండి

సంఖ్య రేఖనుపయోగించి క్రింది వాటిని కనుగొనండి.

1. 5 రావాలంటే 8 నుండి ఏ సంఖ్యను తీసివేయాలి?
2. 1 రావాలంటే 6 నుండి ఏ సంఖ్యను తీసివేయాలి?
3. 8 రావాలంటే 6కి ఏ సంఖ్యను కలపాలి?
4. 30 రావాలంటే ఎన్ని 6లు అవసరం?

రాజు మరియు గాయత్రి కలిసి సంఖ్యరేఖను తయారుచేసారు. దానిపై వారు ఒక ఆట ఆడుతున్నారు.



గాయత్రి నీవు సున్న వద్ద ప్రారంభించి, మొదటిసారి 3, రెండవసారి 8 మరియు మూడవసారి 5 అడుగుల చొప్పున దూకితే చివరకు ఎక్కడికి చేరుతావు అని రాజు అడిగాడు. మొదటిసారి దూకినప్పుడు 3 వద్ద, తరువాత దూకినప్పుడు 11 వద్ద మరియు చివరలో మరో 5 అడుగులు కనుక 16 వద్దకు చేరుతాను అని గాయత్రి చెప్పింది.

గాయత్రి సమాధానం సరియైనదని నీవు భావిస్తున్నావా? గాయత్రి మార్గమును సంఖ్య రేఖపై సూచించుము.

సంకలన, వ్యవకలనాలను ఉపయోగిస్తూ ఈ ఆటను నీ మిత్రునితో కలిసి ఆడుము.



EXERCISE - 2.1

- Which of the statements are true (T) and which are false (F). Correct the false statements.
 - There is a natural number that has no predecessor.
 - Zero is the smallest whole number.
 - All whole numbers are natural numbers.
 - A whole number that lies on the number line lies to the right side of another number is the greater number.
 - A whole number on the left of another number on the number line, is greater.
 - We can't show the smallest whole number on the number line.
 - We can show the greatest whole number on the number line.
- How many whole numbers are there in between 27 and 46?
- Find the following using number line.
 - $6 + 7 + 7$
 - $18 - 9$
 - 5×3
- In each pair, state which whole number on the number line is on the right of the other number.
 - 895 ; 239
 - 1001 ; 10001
 - 10015678 ; 284013
- Mark the smallest whole number on the number line.
- Choose the appropriate symbol from $<$ or $>$
 - 8 7
 - 5 2
 - 0 1
 - 10 5
- Place the successor of 11 and predecessor of 5 on the number line.

2.4 PROPERTIES OF WHOLE NUMBERS

Studying the properties of whole numbers help us to understand numbers better. Let us look at some of the properties.

Take any two whole numbers and add them.

Is the result a whole number? Think of some more examples and check.

Your additions may be like this:

$$2 + 3 = 5, \text{ a whole number}$$

$$0 + 7 = 7, \text{ a whole number}$$

$$20 + 51 = 71, \text{ a whole number}$$

$$0 + 1 = 1, \text{ a whole number}$$

$$0 + 0 = 0, \text{ a whole number}$$

Here, we observe that the sum of any two whole numbers is always a whole number.



అభ్యాసం - 2.1

- కింది వాక్యాలలో ఏవి సత్యం (T) ఏవి అసత్యం (F) అసత్య వాక్యాలను సరిగా రాయండి.
 - పూర్వ సంఖ్య లేని ఒక సహజ సంఖ్య కలదు.
 - '0' కనిష్ట పూర్ణాంకము.
 - పూర్ణాంకాలన్నీ సహజ సంఖ్యలు.
 - సంఖ్యారేఖపై కుడివైపున గల పూర్ణాంకము దానికి ఎడమవైపున గల పూర్ణాంకం కంటే పెద్దది.
 - సంఖ్యారేఖపై ఎడమవైపున గల పూర్ణాంకము దానికి కుడివైపున గల పూర్ణాంకం కంటే పెద్దది.
 - సంఖ్యారేఖపై అతిచిన్న పూర్ణాంకాన్ని సూచించలేము.
 - సంఖ్యారేఖపై అతిపెద్ద పూర్ణాంకాన్ని చూపగలము.
- 27 మరియు 46ల మధ్య ఎన్ని పూర్ణాంకాలుంటాయి?
- సంఖ్యారేఖనుపయోగించి కింది వాటిని కనుగొనండి.
 - $6 + 7 + 7$
 - $18 - 9$
 - 5×3
- కింది జతలలో ఏ పూర్ణాంకం మరొక పూర్ణాంకానికి సంఖ్యారేఖ పై కుడివైపున ఉంటుంది?
 - 895; 239
 - 1001; 10001
 - 10015678; 284013
- అతిచిన్న పూర్ణాంకాన్ని సంఖ్యారేఖపై చూపండి.
- $<$, $>$ లలో సరియైన గుర్తును ఖాళీలలో రాయండి.
 - 8 7
 - 5 2
 - 0 1
 - 10 5
- సంఖ్యారేఖపై 11 యొక్క ఉత్తర సంఖ్యను మరియు 5 యొక్క పూర్వ సంఖ్యను సూచించండి.

2.4 పూర్ణాంకాల ధర్మాలు

పూర్ణాంకాల ధర్మాలు మనకు సంఖ్యలను ఇంకా బాగా అవగాహన చేసుకోవడానికి దోహదపడతాయి. పూర్ణాంకాల ధర్మాలను కొన్నింటిని పరిశీలిద్దాం.

ఏవైనా రెండు పూర్ణాంకాలను తీసుకొని వాటిని కలుపుదాం. మరి వాటి మొత్తం పూర్ణాంకమవుతుందా? మరి కొన్ని ఉదాహరణలు తీసుకొని సరిచూడండి.

మీరు చేసే కూడికలు ఇలా ఉండాలి :

$$\begin{array}{rclcl} 2 & + & 3 & = & 5, \text{ ఒక పూర్ణాంకం} \\ 0 & + & 7 & = & 7, \text{ ఒక పూర్ణాంకం} \\ 20 & + & 51 & = & 71, \text{ ఒక పూర్ణాంకం} \\ 0 & + & 1 & = & 1, \text{ ఒక పూర్ణాంకం} \\ 0 & + & 0 & = & 0, \text{ ఒక పూర్ణాంకం} \end{array}$$

ఇక్కడ, ఏ రెండు పూర్ణాంకాల మొత్తమైనా ఎల్లప్పుడు ఒక పూర్ణాంకమని గమనిస్తాం.

Can you find any pair of whole numbers, which when added will not give a whole number? We see that no such pair exists and the collection of whole numbers are closed under addition. This property is known as the closure property of addition for whole numbers.

Let us check whether the collection of whole numbers is also closed under multiplication. Try with 5 examples.

Your multiplications may be like this:

5	×	6	=	30, a whole number
11	×	0	=	0, a whole number
16	×	5	=	80, a whole number
10	×	100	=	1000, a whole number
7	×	16	=	112, a whole number

The product of any two whole numbers is found to be a whole number too. Hence, we say that the collection of whole numbers is closed under multiplication.

We can say that whole numbers are closed under addition and multiplication.

THINK, DISCUSS AND WRITE



- Are the whole numbers closed under subtraction?

Your subtractions may be like this:

7	-	5	=	2, a whole number
5	-	7	=	-2, not a whole number
.....	-	=
.....	-	=

Take as many examples as possible and check.

- Are the whole numbers closed under division?

Now observe this table:

6	÷	3	=	2, a whole number
5	÷	2	=	$\frac{5}{2}$ is not a whole number
.....	÷	=
.....	÷	=

Confirm it by taking a few more examples.

Division by Zero

Let us find $6 \div 2$

6 Divided by 2 means, we subtract 2 from 6 repeatedly i.e. we subtract 2 from 6 again and again till we get zero.

ఏదైనా ఒక జత పూర్ణాంకాల మొత్తం ఒక పూర్ణాంకం కాని జత ఉంటుందా? అటువంటి పూర్ణాంకాల జతలు అసలు ఉండవు అని మనము గమనిస్తాం. కాబట్టి పూర్ణాంకాల సమితి సంకలనంతో సంవృత ధర్మాన్ని పాటిస్తుంది. దీనినే పూర్ణాంకాల సంకలనంలో సంవృత ధర్మం అంటారు.

మరి పూర్ణాంకాల సమితి గుణకారంలో కూడా సంవృత ధర్మాన్ని పాటిస్తుందేమో సరిచూద్దామా? పూర్ణాంకాల గుణకారాలకు ఐదు ఉదాహరణలు తీసుకోండి.

మీరు చేసిన గుణకారాలు ఇలా ఉంటాయి.

5	×	6	=	30, ఒక పూర్ణాంకం
11	×	0	=	0, ఒక పూర్ణాంకం
16	×	5	=	80, ఒక పూర్ణాంకం
10	×	100	=	1000, ఒక పూర్ణాంకం
7	×	16	=	112, ఒక పూర్ణాంకం

ఏ రెండు పూర్ణాంకాల లబ్ధమైనా ఒక పూర్ణాంకమేనని తెలుస్తుంది. కాబట్టి, పూర్ణాంకాల సమితి గుణకారంలో సంవృత ధర్మాన్ని కలిగి ఉంటుంది.

కాబట్టి పూర్ణాంకాల సమితి సంకలనం మరియు గుణకారాలలో సంవృతం ధర్మాన్ని పాటిస్తుందని చెప్పవచ్చు.

ఆలోచించి, చర్చించి, రాయండి

1. పూర్ణాంకాల సమితి వ్యవకలనంలో సంవృత ధర్మాన్ని పాటిస్తుందా? ఉదాహరణలను పరిశీలించి, ఖాళీలను పూరించండి.

7	-	5	=	2 ఒక పూర్ణాంకం
5	-	7	=	-2 ఒక పూర్ణాంకం కాదు
.....	-	=
.....	-	=

వీలైనన్ని ఉదాహరణలు తీసుకొని సరి చూడండి.

2. పూర్ణాంకాల సమితి భాగహారంలో సంవృత ధర్మాన్ని పాటిస్తుందా? ఈ పట్టికను పరిశీలించండి.

6	÷	3	=	2, ఒక పూర్ణాంకం
5	÷	2	=	$\frac{5}{2}$ ఒక పూర్ణాంకం కాదు
.....	÷	=
.....	÷	=

మరి కొన్ని ఉదాహరణలు తీసుకొని నిర్ధారించండి.

సున్న తో భాగహారం

$6 \div 2$ ను కనుగొందాం.

6 ను 2 తో భాగించడం అనగా 6 నుండి 2 ను మళ్ళీ, మళ్ళీ తీసివేయడం. అనగా 6 నుండి 2 ను మళ్ళీ మళ్ళీ 'సున్నా' వచ్చే వరకు తీసివేస్తూ ఉండాలి.

విద్యార్థుల వికాసానికి ప్రభుత్వ కానుక

$$6 - 2 = 4 \quad \text{once}$$

$$4 - 2 = 2 \quad \text{twice}$$

$$2 - 2 = 0 \quad \text{thrice}$$

$$\text{So, } 6 \div 2 = 3$$

Let us consider $3 \div 0$,

Here we have to subtract zero again and again from 3

$$3 - 0 = 3 \quad \text{once}$$

$$3 - 0 = 3 \quad \text{twice}$$

$$3 - 0 = 3 \quad \text{thrice and so on.....}$$

Will this ever stop? No. So, $3 \div 0$ is not a number that we can reach.

So division of a whole number by 0 does not give a known number as answer.

i.e. division by zero is not defined.



Do This

1. Find out $12 \div 3$ and $42 \div 7$
2. What would $6 \div 0$ and $9 \div 0$ be equal to?

Commutativity of whole numbers

Observe the following additions;

$$2 + 3 = 5 \quad ; \quad 3 + 2 = 5$$

We see in both cases that we get 5. Look at this

$$7 + 8 = 15 \quad ; \quad 8 + 7 = 15$$

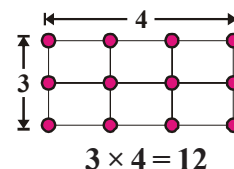
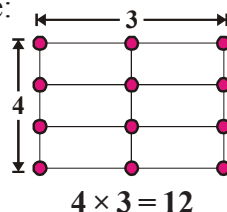
We find that $7 + 8$ and $8 + 7$ are also equal.

Here, the sum is same, though the order of addition of a pair of whole numbers is changed.

Check it for few more examples, $10 + 11$, $25 + 10$.

Thus it is clear that we can add two whole numbers in any order. We say that addition is commutative for whole numbers.

Observe the following figure:



We observe that, the product is same, though the order of multiplication of two whole numbers is changed.

Check it for few more examples of whole numbers like 5×6 , 6×5 and 9×7 , 7×9 etc. Do you get these to be equal too?

Thus, addition and multiplication are commutative for whole numbers.

$6 - 2 = 4$ 1వ సారి

$4 - 2 = 2$ 2వ సారి

$2 - 2 = 0$ 3వ సారి

కావున, $6 \div 2 = 3$

$3 \div 0$ పరిశీలిద్దాం.

ఇక్కడ మనం 0ను మళ్ళీ, మళ్ళీ 3లో నుంచి తీసివేయాలి.

$3 - 0 = 3$

$3 - 0 = 3$

$3 - 0 = 3$

ఇది ఎప్పటికైనా అంతమవుతుందా? లేదు కదా. కావున $3 \div 0$ కి సరైన ఫలితాన్ని మనం పొందలేము. కావున పూర్ణాంకాన్ని సున్నాతో భాగించినపుడు, తెలిసిన సంఖ్యను సమాధానంగా పొందలేము. అనగా సున్నాచే భాగహారం నిర్వచించబడదు.



ఇవి చేయండి

1. $12 \div 3$ మరియు $42 \div 7$ లను కనుగొనండి.
2. $6 \div 0$ మరియు $9 \div 0$ ల ఫలితాలు దేనికి సమానం?

పూర్ణాంకాల్లో స్థిత్యంతర (వినిమయ) ధర్మం

క్రింది కూడికలను పరిశీలించండి.

$2 + 3 = 5 ; 3 + 2 = 5$

పై రెండింటిలో ఒకే విలువ 5 వచ్చింది. అలాగే ఇది చూడండి.

$7 + 8 = 15 ; 8 + 7 = 15$

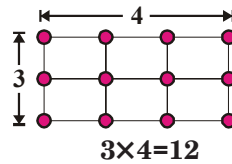
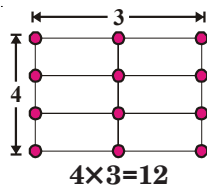
$7+8$ మరియు $8+7$ సమానం. ఇక్కడ కూడా ఫలితం 15 వచ్చింది.

ఇక్కడ, ఒక జత పూర్ణాంకాలను కూడే క్రమం మార్చినప్పటికీ, వాటి మొత్తం ఒకే విధంగా ఉన్నది.

దీనిని మరికొన్ని ఉదాహరణలతో సరిచూడండి. $10+11$, $25+10$.

అనగా, రెండు పూర్ణాంకాలను ఏ క్రమంలోనైనా కూడ వచ్చును. కాబట్టి, పూర్ణాంకాల సమితి సంకలనంలో స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని కల్గి ఉంటుంది. దీనినే పూర్ణాంకాల సంకలనంలో స్థిత్యంతర ధర్మం అంటారు.

క్రింది పటాలను పరిశీలించండి.



ఒక జత పూర్ణాంకాలను క్రమం మార్చి గుణించినా ఒకే లబ్ధం వస్తుందని గమనించాం కదా.

దీనిని మరికొన్ని ఉదాహరణలతో సరిచూడండి. 5×6 , 6×5 మరియు 9×7 , 7×9 మొదలైనవి. ఇవి కూడా సమానంగా వచ్చాయా?

కాబట్టి, పూర్ణాంకాల సమితి సంకలన, గుణకారాలలో స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని కల్గి ఉంటుంది.



TRY THESE

Take a few examples and check whether -

1. Subtraction is commutative for whole numbers or not?
2. Division is commutative for whole numbers or not?

Associativity of addition and multiplication

Observe the following:

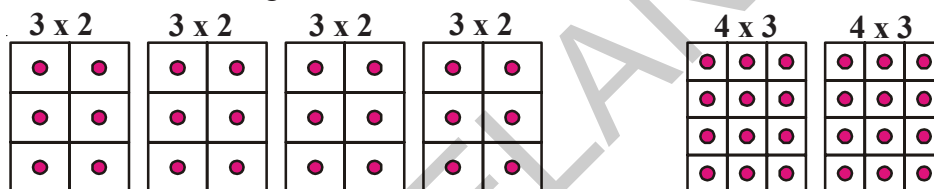
i. $(3 + 4) + 5 = 7 + 5 = 12$ ii. $3 + (4 + 5) = 3 + 9 = 12$

So, $(3 + 4) + 5 = 3 + (4 + 5)$

In (i) we add 3 and 4 first and then add 5 to the sum and in (ii) we add 4 and 5 first, and then add the sum to 3. But the result is the same.

This is called associative property of addition for whole numbers. Create 10 more examples and check it for them. Could you find any example where the sums are not identical?

Observe the following:



$4 \times (3 \times 2) = \text{four times } (3 \times 2)$

Fig. (a)

$2 \times (4 \times 3) = \text{twice of } (4 \times 3)$

Fig. (b)

Count the number of blocks in fig. (a), and in fig. (b). What do you get? The number of blocks is the same in fig. (a) we have 3×2 blocks in each box. So the total number of blocks is $4 \times (3 \times 2) = 24$

In fig. (b) each box has 4×3 blocks. So the total number of blocks is $2 \times (4 \times 3) = 24$

Thus, $4 \times (3 \times 2) = 2 \times (4 \times 3)$

In multiplication also, we see that the result is same, whichever order of multiplication you follow, the result is the same.

This is associative property for multiplication of whole numbers.

We see that addition and multiplication are associative over whole numbers.



DO THIS

Verify the following:

i. $(5 \times 6) \times 2 = 5 \times (6 \times 2)$

ii. $(3 \times 7) \times 5 = 3 \times (7 \times 5)$



ప్రయత్నించండి

కొన్ని ఉదాహరణలను తీసుకొని, క్రింది వాటిని సరిచూడండి.

1. పూర్ణాంకాలలో వ్యవకలనం స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని పాటిస్తుందా?
2. పూర్ణాంకాలలో భాగహారం స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని పాటిస్తుందా?

సంకలన, గుణకారాలలో సహచర ధర్మం

క్రింది వాటిని పరిశీలించండి.

i. $(3 + 4) + 5 = 7 + 5 = 12$

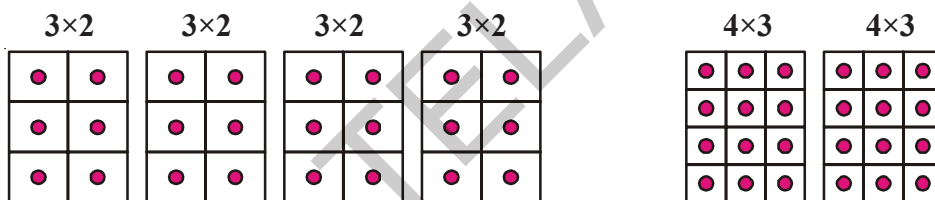
ii. $3 + (4 + 5) = 3 + 9 = 12$

కావున $(3 + 4) + 5 = 3 + (4 + 5)$

మనం (i) లో మొదట 3, 4లను కూడి, మొత్తానికి 5ని కలిపాం. (ii) లో మొదట 4,5లను కూడి, మొత్తానికి 3ని కలిపాం. కాని, రెండింటి మొత్తం ఒకే విధంగా సమానంగా వచ్చింది.

దీనినే పూర్ణాంకాల సంకలనంలో సహచర ధర్మం అని అంటారు. ఇలాంటివి 10 ఉదాహరణలను రాసుకొని పై ధర్మాన్ని సరిచూడండి. ఫలితాలు సమానంగా లేని ఏదైనా ఉదాహరణను మీరు గమనించారా?

క్రింది వాటిని పరిశీలించండి.



$4 \times (3 \times 2) = (3 \times 2)$ కు నాలుగు రెట్లు

పటం (a)

$2 \times (4 \times 3) = (4 \times 3)$ కు రెట్టింపు

పటం (b)

పటం (a) మరియు పటం (b)లలోని చుక్కల గడులను లెక్కించండి. ఎంత వచ్చింది. రెండు పటాలలో గడుల సంఖ్య సమానం. పటం (a) లో ప్రతి గదిలో 3×2 గడులున్నాయి. కాబట్టి మొత్తం గడుల సంఖ్య $4 \times (3 \times 2) = 24$.

పటం (b) లో ప్రతి గదిలో 3×4 గడులున్నాయి. కావున మొత్తం గడుల సంఖ్య $2 \times (4 \times 3) = 24$.

కావున, $4 \times (3 \times 2) = 2 \times (4 \times 3)$

గుణకారంలో కూడా ఫలితం ఒకటే అనే తెలుసుకున్నాం. అంటే ఏ క్రమంలో గుణకారం చేసినా ఫలితం ఒకటే.

దీనినే పూర్ణాంకాల గుణకారంలో సహచరధర్మం అని అంటారు.

కావున పూర్ణాంకాలు, సంకలనం మరియు గుణకారం ప్రక్రియల దృష్ట్యా సహచర ధర్మాన్ని పాటిస్తాయని చెప్పవచ్చు.



ఇవి చేయండి

ఈ క్రింది వాటిని సరి చూడండి.

i. $(5 \times 6) \times 2 = 5 \times (6 \times 2)$

ii. $(3 \times 7) \times 5 = 3 \times (7 \times 5)$

Example-1. Find $196 + 57 + 4$.

Solution: $196 + (57 + 4)$
 $= 196 + (4 + 57)$ [Commutative property]
 $= (196 + 4) + 57$ [Associative property]
 $= 200 + 57 = 257$

Here we used a combination of commutative and associative properties for addition.

Do you think using the commutative and associative properties made the calculations easier?

Example-2. Find $5 \times 9 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$

Solution: $5 \times 9 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$
 $= 5 \times 2 \times 9 \times 2 \times 5 \times 3$ [Commutative property]
 $= (5 \times 2) \times 9 \times (2 \times 5) \times 3$ [Associative property]
 $= 10 \times 9 \times 10 \times 3$
 $= 90 \times 30 = 2700$

Here we used a combination of commutative and associative properties for multiplication.

Do you think using the commutative and associative properties made the calculations easier?



DO THIS

Use the commutative and associative properties to simplify the following:

- i. $319 + 69 + 81$ ii. $431 + 37 + 69 + 63$
iii. $2 \times (71 \times 5)$ iv. $50 \times 17 \times 2$

THINK, DISCUSS AND WRITE

Is $(16 \div 4) \div 2 = 16 \div (4 \div 2)$?

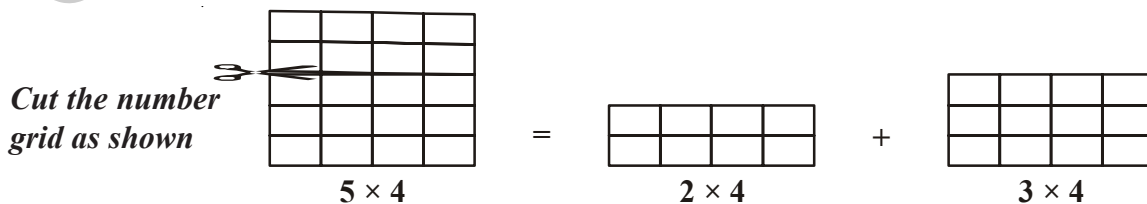
Does the associative property for division hold for the set of whole numbers?

Check if the property holds for subtraction of whole numbers too.

Give 5 examples each for substantiate your answer.



Observe the following



The grid paper 5×4 has been divided into two pieces 2×4 and 3×4

ఉదాహరణ-1 $196 + 57 + 4$ కనుగొనండి.

సాధన : $196 + (57 + 4)$
 $= 196 + (4 + 57)$ [స్థిత్యంతర ధర్మం]
 $= (196 + 4) + 57$ [సహచర ధర్మం]
 $= 200 + 57 = 257$

ఇక్కడ, స్థిత్యంతర, సహచర ధర్మాలను కలిపి సంకలనంలో ఉపయోగించాము.

మరి, ఇలా స్థిత్యంతర, సహచర ధర్మాలను ఉపయోగించడం వల్ల గణనలు సులభమవుతాయని మీరు భావిస్తున్నారా?

ఉదాహరణ-2 $5 \times 9 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$ ని కనుగొనండి.

సాధన : $5 \times 9 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$
 $= 5 \times 2 \times 9 \times 2 \times 5 \times 3$ [స్థిత్యంతర ధర్మం]
 $= (5 \times 2) \times 9 \times (2 \times 5) \times 3$ [సహచర ధర్మం]
 $= 10 \times 9 \times 10 \times 3$
 $= 90 \times 30 = 2700$

ఇక్కడ స్థిత్యంతర సహచర ధర్మాలను కలిపి గుణకారంలో ఉపయోగించాం.

స్థిత్యంతర, సహచర ధర్మాలను ఉపయోగించడం వల్ల గణనలు సులభమవుతాయని మీరు భావిస్తున్నారా?



ఇవి చేయండి

స్థిత్యంతర, సహచరధర్మాలనుపయోగించి క్రింది వానిని సూక్ష్మీకరించండి.

- i) $319+69+81$ ii) $431+37+69+63$
 iii) $2 \times (71 \times 5)$ iv) $50 \times 17 \times 2$

ఆలోచించి, చర్చించి, రాయండి

$(16 \div 4) \div 2 = 16 \div (4 \div 2)$ అవుతుందా?

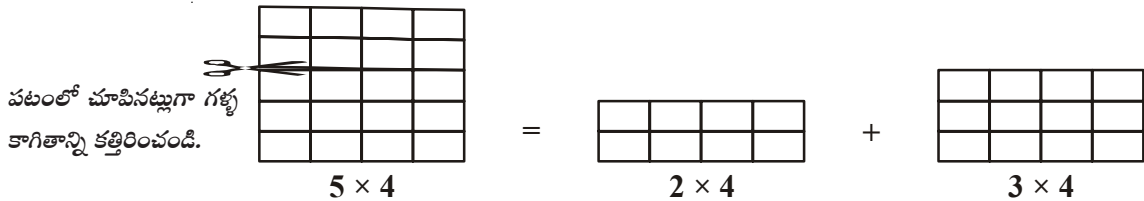
పూర్ణాంకాలకు భాగహారంలో సహచర ధర్మం వర్తిస్తుందా?

పూర్ణాంకాలకు వ్యవకలనంలో సహచర ధర్మం వర్తిస్తుందేమో సరిచూడండి.

మీ సమాధానాన్ని సమర్థించుకుంటూ ప్రతీదానికి 5 ఉదాహరణలు రాయండి.



క్రింది వాటిని పరిశీలించండి.



ఇక్కడ, 5×4 గళ్ళకాగితాన్ని 2×4 మరియు 3×4 అనే రెండు ముక్కలుగా విభజించడం జరిగింది.

$$\begin{aligned}\text{Thus, } 5 \times 4 &= (2 \times 4) + (3 \times 4) \\ &= 8 + 12 = 20\end{aligned}$$

also since $5 = 2 + 3$, we have

$$5 \times 4 = (2 + 3) \times 4 \text{ Thus we can say } (2 + 3) \times 4 = (2 \times 4) + (3 \times 4)$$

$$\text{In the same way, } (5 + 6) \times 7 = 11 \times 7 = 77 \quad \text{and}$$

$$(5 \times 7) + (6 \times 7) = 35 + 42 = 77$$

We see that both are equal.

This is known as distributive property of multiplication over addition.

Using the distributive property find value of ; $2 \times (5 + 6)$; $5 \times (7 + 8)$, $19 \times 7 + 19 \times 3$

Example-3. Find the value of 12×75 using distributive property.

$$\begin{aligned}\text{Solution: } 12 \times 75 &= 12 \times (70 + 5) && = 12 \times (80 - 5) \\ &= (12 \times 70) + (12 \times 5) \text{ or } && = (12 \times 80) - (12 \times 5) \\ &= 840 + 60 = 900 && = 960 - 60 = 900\end{aligned}$$



DO THIS

Find the values of 25×78 ; 17×26 ; $49 \times 68 + 32 \times 49$ using distributive property.

Identity (for addition and multiplication)

When you add 7 and 5, you get a new whole number 12. Addition of two whole numbers gives a new whole number. But is this always so for all whole numbers?

Observe the table;

When we add zero to a whole number, we get the same whole number again.

2	+	0	=	2
9	+	0	=	9
0	+	11	=	11
.....	+	25	=	25

Zero is called as the additive identity for whole numbers.

Consider the following table now:

1	×	9	=	9
6	×	5	=	30
6	×	4	=	24
5	×	1	=	5
11	×	1	=	11
2	×	3	=	6

From the above table, we see when we multiply a whole number with 1, the product will be the same whole number. One is called the multiplicative identity for whole numbers.

$$\begin{aligned} \text{కావున } 5 \times 4 &= (2 \times 4) + (3 \times 4) \\ &= 8 + 12 = 20 \text{ మరియు } 5 = 2+3 \text{ కావున} \\ \therefore 5 \times 4 &= (2+3) \times 4 \text{ కాబట్టి } (2+3) \times 4 = (2 \times 4) + (3 \times 4) \text{ అని చెప్పగలం.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{అదే విధంగా, } (5+6) \times 7 &= 11 \times 7 = 77 \text{ మరియు} \\ (5 \times 7) + (6 \times 7) &= 35 + 42 = 77 \end{aligned}$$

రెండు సమానమని మనం చూడవచ్చు.

దీనినే సంకలనంపై గుణకారం యొక్క విభాగ న్యాయము అంటారు.

విభాగ న్యాయాన్ని ఉపయోగించి $2 \times (5+6)$, $5 \times (7+8)$, $19 \times 7 + 19 \times 3$ విలువలను కనుగొనుము.

ఉదాహరణ 3 :

12×75 విలువను విభాగ న్యాయాన్ని ఉపయోగించి కనుగొనండి.

$$\begin{aligned} \text{సాధన : } 12 \times 75 &= 12 \times (70 + 5) &= 12 \times (80 - 5) \\ &= (12 \times 70) + (12 \times 5) \text{ (లేదా)} &= (12 \times 80) - (12 \times 5) \\ &= 840 + 60 = 900 &= 960 - 60 = 900 \end{aligned}$$



ఇవి చేయండి

25×78 ; 17×26 ; $49 \times 68 + 32 \times 49$ ల విలువలను విభాగ న్యాయాన్ని ఉపయోగించి కనుగొనండి.

తత్వమాంశం (సంకలనం మరియు గుణకారాలకు)

7,5 లను కూడితే మనకు 12 అనే సంఖ్య వస్తుంది. రెండు పూర్ణాంకాలను కూడిన ఫలితం ఒక కొత్త పూర్ణాంకం అవుతుంది. అన్ని సందర్భాలలో ఇది సమ్మతమా? చూద్దాం.

2	+	0	=	2
9	+	0	=	9
0	+	11	=	11
.....	+	25	=	25

పట్టికను పరిశీలించండి.

ఒక పూర్ణాంకానికి సున్నాను కలిపితే, అదే పూర్ణాంకం వస్తుంది.

సున్నాను పూర్ణాంకాల సంకలన తత్వమాంశం అంటారు.

కింది పట్టికను పరిశీలించండి.

1	×	9	=	9
6	×	5	=	30
6	×	4	=	24
5	×	1	=	5
11	×	1	=	11
2	×	3	=	6

పై పట్టిక నుండి, ఒక పూర్ణాంకాన్ని 1 చే గుణిస్తే వచ్చే ఫలితం అదే పూర్ణాంకం అవుతుందని గమనించవచ్చు.

1ని పూర్ణాంకాల గుణకార తత్వమాంశం అని అంటారు.



EXERCISE - 2.2

1. Give the results without actually performing the operations using the given information.

i. $28 \times 19 = 532$ then $19 \times 28 =$

ii. $1 \times 47 = 47$ then $47 \times 1 =$

iii. $a \times b = c$ then $b \times a =$

iv. $58 + 42 = 100$ then $42 + 58 =$

v. $85 + 0 = 85$ then $0 + 85 =$

vi. $a + b = d$ then $b + a =$

2. Find the sum by suitable rearrangement.

i. $238 + 695 + 162$

ii. $154 + 197 + 46 + 203$

3. Find the product by suitable rearrangement.

i. $25 \times 1963 \times 4$

ii. $20 \times 255 \times 50 \times 6$

4. Find the value of the following.

i. $(368 \times 12) + (18 \times 368)$

ii. $(79 \times 4319) + (4319 \times 11)$

5. Find the product using suitable properties.

i. 205×1989

ii. 1991×1005

6. A milk vendor supplies 56 liters of milk in the morning and 44 liters of milk in the evening to a hostel. If the milk costs ₹ 30 per liter, how much money does he get per day?

7. Chandana and Venu purchased 12 note books and 10 note books respectively. The cost of each note book is ₹ 15, then how much amount should they pay to the shop keeper?

8. Match the following.

i. $1991 + 7 = 7 + 1991$

a. Additive identity

ii. $68 \times 50 = 50 \times 68$

b. Multiplicative identity

iii. 1

c. Commutative under addition

iv. 0

d. Distributive property of multiplication over addition

v. $879 \times (100 + 30) = 879 \times 100 + 879 \times 30$ e. Commutative under multiplication

2.5 PATTERNS IN WHOLE NUMBERS

We shall try to arrange numbers in elementary shapes made up of dots. The dots would be placed on a grid with equidistant points along the two axes. The shapes we would make are (i) a line (ii) a rectangle (iii) a square and (iv) a triangle. Every number should be arranged in one of these shapes. No other irregular shape is allowed.





అభ్యాసం - 2.2

1. ఇచ్చిన సమాచారం ఆధారంగా ఫలితాలను గణించకుండా చెప్పండి.
 - i. $28 \times 19 = 532$ అయితే $19 \times 28 =$
 - ii. $1 \times 47 = 47$ అయితే $47 \times 1 =$
 - iii. $a \times b = c$ అయితే $b \times a =$
 - iv. $58 + 42 = 100$ అయితే $42 + 58 =$
 - v. $85 + 0 = 85$ అయితే $0 + 85 =$
 - vi. $a + b = d$ అయితే $b + a =$
2. తగిన విధంగా తిరిగి మార్చుకొని మొత్తాన్ని కనుగొనండి.
 - i. $238 + 695 + 162$ ii. $154 + 197 + 46 + 203$
3. తగిన విధంగా తిరిగి మార్చుకొని లబ్ధాన్ని కనుగొనండి.
 - i. $25 \times 1963 \times 4$ ii. $20 \times 255 \times 50 \times 6$
4. కింది వాటి విలువను కనుగొనండి.
 - i. $(368 \times 12) + (18 \times 368)$ ii. $(79 \times 4319) + (4319 \times 11)$
5. తగిన ధర్మాలను పయోగించి కింది వాటి లబ్ధాలను కనుగొనండి.
 - i. 205×1989 ii. 1991×1005
6. ఒక పాల వ్యాపారి ఉదయం 56 లీటర్ల పాలను, సాయంత్రం 44 లీటర్ల పాలను ఒక వసతి గృహానికి సరఫరా చేస్తాడు. ఒక లీటరు పాల ధర ₹. 30 అయితే, అతనికి ఒక రోజుకు ఎంత డబ్బు వస్తుంది?
7. చందన 12 నోటు పుస్తకాలను, వేణు 10 నోటు పుస్తకాలను కొన్నారు. ఒక నోటు పుస్తకం ధర ₹. 15 అయితే, దుకాణదారునికి వారు ఎంత డబ్బు ఇవ్వాలి?
8. జత పర్చుము.
 - i. $1991+7 = 7+1991$ [] a. సంకలన తత్వమాంశము
 - ii. $68 \times 50 = 50 \times 68$ [] b. గుణకార తత్వమాంశము
 - iii. 1 [] c. సంకలనంలో స్థిత్యంతర ధర్మం
 - iv. 0 [] d. సంకలనంపై గుణకారం విభాగ న్యాయము
 - v. $879 \times (100+30) = 879 \times 100 + 879 \times 30$ [] e. గుణకారంలో స్థిత్యంతర ధర్మం

2.5 పూర్ణాంకాలలో అమరికలు

చుక్కలతో సంఖ్యలను ప్రాథమిక జ్యామితీయ ఆకారాలుగా అమర్చడానికి ప్రయత్నిద్దాం. చుక్కలను గళ్ళ కాగితం పై రెండు అక్షలపై సమానదూరంలో ఉంచాలి. (i) రేఖ (ii) దీర్ఘ చతురస్రం (iii) చతురస్రం (iv) త్రిభుజం అనే ఆకారాలను తీసుకొందాం. ప్రతి సంఖ్యను ఈ ఆకారాలలో ఏదో ఒక ఆకారంగా అమర్చుదాం. ఏ ఇతర క్రమరహిత ఆకారాలు అనుమతించబడవు.

Whole numbers can be shown in elementary shapes made up of dots, observe the following.

- Every number can be arranged as a line
The number 2 is shown as 
The number 3 is shown as  and so on.
- Some numbers can also be shown as rectangle.
For example,

The number 6 can be shown as 

In this rectangle observe that there are 2 rows and 3 columns.

- Some numbers like 4 or 9 can also be arranged as squares.

4  9 

What are the other numbers that form squares like this? We can see a pattern here.

$4 = 2 \times 2$ this is a perfect square.

$9 = 3 \times 3$ this is also a perfect square.

What will be the next number which can be arranged like a square?

Easily we can observe that $4 \times 4 = 16$ and 16 is the next number which is also a perfect square.

Find the next 3 numbers that can be arranged as squares.

Give 5 numbers that can be arranged as rectangles that are not squares.

- Some numbers can also be arranged as triangles.

3  6 

Note that the arrangement as a triangle would have its two sides equal. The number of dots from the bottom row can be like 4, 3, 2, 1. The top row always contains only one dot, so as to make one vertex.

What is the next possible triangle? And the next.


Do you observe any pattern here? Observe the number of dots in each row and think about it. Now complete the following table:


Number	Line	Rectangle	Square	Triangle
2	Yes	No	No	No
3	Yes	No	No	Yes
4	Yes	No	Yes	No
5				
.....				
25				

Is 1 a square or not? why?


పూర్ణాంకాలను ప్రాథమిక జ్యామితీయ ఆకారాలుగా చుక్కలతో అమర్చవచ్చు. క్రింది వాటిని పరిశీలించండి.

- ప్రతి సంఖ్యను చుక్కలతో రేఖగా చూపవచ్చు.

2 ను ఇలా చూపవచ్చు 

3 ను ఇలా చూపవచ్చు  మొ॥నవి.

- కొన్ని సంఖ్యలను దీర్ఘచతురస్రాలుగా చూపవచ్చు.

ఉదాహరణకు 6 సంఖ్యను ఇలా చూపవచ్చు. 

ఈ దీర్ఘ చతురస్రంలో రెండు అడ్డు వరుసలు, మూడు నిలువు వరుసలు ఉన్నాయని గమనించండి.

- 4 లేదా 9 వంటి వాటిని చతురస్రాలుగా అమర్చవచ్చు.

4  9 

ఈ విధంగా, ఇంకా ఏ సంఖ్యలను చతురస్రాలుగా అమర్చవచ్చు? ఇక్కడ ఒక అమరికను గమనించవచ్చు.

$4 = 2 \times 2$ ఇది ఒక వర్గ సంఖ్య.

$9 = 3 \times 3$ ఇది కూడా ఒక వర్గ సంఖ్య.

దీని తర్వాత చతురస్రంగా అమర్చ గలిగే సంఖ్య ఏది?

$4 \times 4 = 16$ అని మనం సులభంగా పరిశీలించవచ్చు మరియు 16 అనేది తరువాత వచ్చే వర్గ సంఖ్య. చతురస్రాలుగా అమర్చగలిగిన తరువాత మూడు సంఖ్యలను కనుగొనండి. చతురస్రాలుగా కేవలం దీర్ఘచతురస్రాలుగా అమర్చగలిగే 5 సంఖ్యలను తెలపండి.

- కొన్ని సంఖ్యలను త్రిభుజులుగా అమర్చవచ్చు.

3  6 

త్రిభుజంలోని రెండు భుజాలు సమానంగా ఉండాలని గమనించండి. క్రింది నుండి ప్రతి వరుసలో చుక్కల సంఖ్య 4,3,2,1గా ఉండాలి. ఎల్లప్పుడూ, పై వరుసలో మాత్రం ఒకటి ఉంటుంది. పైన ఒకే శీర్షం ఉంటుంది కాబట్టి.

తర్వాత అమర్చగలిగే త్రిభుజం ఏది? ఆ తర్వాత ఏది? చెప్పండి.

ఇక్కడ ఏదైనా అమరికను గమనించారా? ప్రతి వరుసలోని చుక్కల సంఖ్యను పరిశీలించండి, అమరిక గురించి ఆలోచించండి.

ఇప్పుడు, క్రింది పట్టిను పూరించండి.

సంఖ్య	రేఖ	దీర్ఘ చతురస్రం	చతురస్రం	త్రిభుజం
2	అవును	కాదు	కాదు	కాదు
3	అవును	కాదు	కాదు	అవును
4	అవును	కాదు	అవును	కాదు
5				
.....				
25				

1 వర్గసంఖ్య అవుతుందా? కాదా? ఎందుకు?



TRY THESE

1. Which numbers can be shown as a line only?
2. Which numbers can be shown as rectangles?
3. Which numbers can be shown as squares?
4. Which numbers can be shown as triangles? eg. 3, 6,

Patterns of numbers

We can use patterns to guide us in simplifying processes. Study the following:

1. $296 + 9 = 296 + 10 - 1 = 306 - 1 = 305$
2. $296 - 9 = 296 - 10 + 1 = 286 + 1 = 287$
3. $296 + 99 = 296 + 100 - 1 = 396 - 1 = 395$
4. $296 - 99 = 296 - 100 + 1 = 196 + 1 = 197$

Let us see one more pattern:

1. $65 \times 99 = 65 (100 - 1) = 6500 - 65 = 6435$
2. $65 \times 999 = 65 (1000 - 1) = 65000 - 65 = 64935$
3. $65 \times 9999 = 65 (10000 - 1) = 650000 - 65 = 649935$
4. $65 \times 99999 = 65 (100000 - 1) = 6500000 - 65 = 6499935$ and so on.

Here, we can see a shortcut to multiply a number by numbers of the form 9, 99, 999,

This type of shortcuts enable us to do sums mentally.

Observe the following pattern: It suggests a way of multiplying a number by 5, 15, 25,

(You can think of extending it further).

- a. $46 \times 5 = 46 \times \frac{10}{2} = \frac{460}{2} = 230 = 230 \times 1$
- b. $46 \times 15 = 46 \times (10 + 5)$
 $= 46 \times 10 + 46 \times 5 = 460 + 230 = 690 = 230 \times 3$
- c. $46 \times 25 = 46 \times (20 + 5)$
 $= 46 \times 20 + 46 \times 5 = 920 + 230 = 1150 = 230 \times 5$

Can you tell some more examples for using such processes to simplify calculations?



EXERCISE - 2.3

1. Study the pattern:

$$1 \times 8 + 1 = 9$$

$$12 \times 8 + 2 = 98$$

$$123 \times 8 + 3 = 987$$

$$1234 \times 8 + 4 = 9876$$

$$12345 \times 8 + 5 = 98765$$

Write the next four steps. Can you find out how the pattern works?





ప్రయత్నించండి

1. ఏ సంఖ్యలను రేఖగా మాత్రమే చూపవచ్చు?
2. ఏ ఏ సంఖ్యలను దీర్ఘ చతురస్రాలుగా చూపవచ్చు?
3. ఏ ఏ సంఖ్యలను చతురస్రాలుగా చూపవచ్చు?
4. ఏ ఏ సంఖ్యలను త్రిభుజాలుగా చూపవచ్చు? ఉదాహరణకు 3, 6,

సంఖ్యల అమరిక

అమరికలు, సూక్ష్మీకరణలకు సులభతర మార్గాలను సూచిస్తాయి. క్రింది వాటిని పరిశీలించండి.

1. $296 + 9 = 296 + 10 - 1 = 306 - 1 = 305$
2. $296 - 9 = 296 - 10 + 1 = 286 + 1 = 287$
3. $296 + 99 = 296 + 100 - 1 = 396 - 1 = 395$
4. $296 - 99 = 296 - 100 + 1 = 196 + 1 = 197$

మరొక అమరికను చూద్దాం.

1. $65 \times 99 = 65 (100 - 1) = 6500 - 65 = 6435$
2. $65 \times 999 = 65 (1000 - 1) = 65000 - 65 = 64935$
3. $65 \times 9999 = 65 (10000 - 1) = 650000 - 65 = 649935$
4. $65 \times 99999 = 65 (100000 - 1) = 6500000 - 65 = 6499935$ మొ॥ సవి.

ఇక్కడ, ఒక సంఖ్యను 9, 99, 999, ... రూపంలో నున్న సంఖ్యతో సులభ విధానంలో గుణించడాన్ని గమనించవచ్చు. ఇలాంటి సులభ మార్గాలు మనోగణిత సమస్యలను సాధించే సామర్థ్యాన్ని పెంచుతాయి.

క్రింది అమరికను పరిశీలించండి. ఇది ఒక సంఖ్యను 5, 15, 25 ... లతో గుణించే మార్గాన్ని సూచిస్తుంది. (దీనిని ఇంకా ముందుకు విస్తరించడానికి ఆలోచించండి).

- a. $46 \times 5 = 46 \times \frac{10}{2} = \frac{460}{2} = 230 = 230 \times 1$
- b. $46 \times 15 = 46 \times (10 + 5)$
 $= 46 \times 10 + 46 \times 5 = 460 + 230 = 690 = 230 \times 3$
- c. $46 \times 25 = 46 \times (20 + 5)$
 $= 46 \times 20 + 46 \times 5 = 920 + 230 = 1150 = 230 \times 5$

గణనలను సులభతరం చేసే విధానాలకు మరికొన్ని ఉదాహరణలను మీరు చెప్పగలరా?



అభ్యాసము - 2.3

1. కింది అమరికను పరిశీలించండి.

$$1 \times 8 + 1 = 9$$

$$12 \times 8 + 2 = 98$$

$$123 \times 8 + 3 = 987$$

$$1234 \times 8 + 4 = 9876$$

$$12345 \times 8 + 5 = 98765$$



తర్వాత వచ్చే నాలుగు సోపానాలు రాయండి. ఈ అమరిక తర్వాత సంఖ్యలకు ఎలా వస్తుందో చెప్పగలరా?

2. Study the pattern:

$$91 \times 11 \times 1 = 1001$$

$$91 \times 11 \times 2 = 2002$$

$$91 \times 11 \times 3 = 3003$$

Write next seven steps. Check, whether the result is correct.

Try the pattern for $143 \times 7 \times 1$, $143 \times 7 \times 2$

3. How would we multiply the numbers 13680347, 35702369 and 25692359 with 9 mentally? What is the pattern that emerges?



WHAT HAVE WE DISCUSSED?

1. The numbers 1, 2, 3, which we use for counting are known as natural numbers.
2. Every natural number has a successor. Every natural number except 1 has a predecessor.
3. If we include the number 'zero' to the collection of natural numbers, we get the collection of whole numbers $W = \{0, 1, 2, \dots\}$.
4. Every whole number has a successor. Every whole number except zero has a predecessor.
5. All natural numbers are whole numbers, and all whole numbers except zero are natural numbers.
6. We can make a number line with whole numbers represented on it. We can easily perform the number operations of addition, subtraction and multiplication on such a number line.
7. Addition corresponds to moving to the right on the number line, where as subtraction corresponds to moving to the left. Multiplication corresponds to making jumps of equal distance from zero.
8. Whole numbers are closed under addition and multiplication. But whole numbers are not closed under subtraction and division.
9. Division by zero is not defined.
10. Zero is the additive identity and 1 is the multiplicative identity of whole numbers.
11. Addition and multiplication are commutative for whole numbers.
12. Addition and multiplication are associative for whole numbers.
13. Multiplication is distributive over addition for whole numbers.
14. Commutativity, associativity and distributivity of whole numbers are useful in simplifying calculations and we often use them without being aware of them.
15. Pattern with numbers are not only interesting, but are useful especially for mental calculations. They help us to understand properties of numbers better.



2. క్రింది అమరికను పరిశీలించండి.

$$91 \times 11 \times 1 = 1001$$

$$91 \times 11 \times 2 = 2002$$

$$91 \times 11 \times 3 = 3003$$

తర్వాత వచ్చే ఏడు సోపానాలు రాయండి. ఫలితం సరియైనదేనేమో సరి చూడండి.

$143 \times 7 \times 1, 143 \times 7 \times 2 \dots$ వంటి అమరికల ఫలితాలకు ప్రయత్నించండి.

3. 13680347, 35702369, 25692359 సంఖ్యలను 9 తో మనో గణితంలో ఎలా గుణించవచ్చును? ఎటువంటి అమరిక వస్తుంది?

మనం నేర్చుకున్నది

1. లెక్కించడానికి ఉపయోగించే సంఖ్యలైన 1, 2, 3 ... సంఖ్యలను సహజ సంఖ్యలు అంటారు.
2. ప్రతి సహజ సంఖ్యకు ఉత్తర సంఖ్య ఉంది. '1' తప్ప మిగిలిన సహజ సంఖ్యలకు పూర్వ సంఖ్యలుంటాయి.
3. సహజ సంఖ్యల సమితికి సున్నాను చేర్చితే, పూర్ణాంకాల సమితి $W = \{0, 1, 2, \dots\}$ వస్తుంది.
4. ప్రతి పూర్ణాంకానికి ఉత్తర సంఖ్య ఉంది. '0' కి తప్ప మిగిలిన పూర్ణాంకాలన్నిటికీ పూర్వ సంఖ్యలుంటాయి.
5. సహజ సంఖ్యలన్నీ పూర్ణాంకాలవృత్తాయి కాని పూర్ణాంకాలలో సున్న తప్ప మిగిలినవన్నీ సహజ సంఖ్యలే.
6. సంఖ్యారేఖపై పూర్ణాంకాలను సూచించవచ్చు. సంకలనం, వ్యవకలనం, గుణకార పరిక్రియలను సంఖ్యారేఖపై సులభంగా చేయవచ్చు.
7. సంఖ్యారేఖపై సంకలనం చేయడానికి కుడి వైపుకు కదిలితే, వ్యవకలనం చేయడానికి ఎడమవైపుకు కదులుతాం. గుణకారం చేయడానికి సున్నా నుండి సమాన దూరాలలో కుడివైపుకు కదులుతాం.
8. పూర్ణాంకాలు సంకలన, గుణకారాలలో సంవృత ధర్మాన్ని పాటిస్తాయి. కాని వ్యవలకన, భాగహారాలలో సంవృత ధర్మాన్ని పాటించవు.
9. సున్నాతో భాగహారం నిర్వచించబడదు.
10. పూర్ణాంకాలలో సంకలన తత్వమాంశం సున్న మరియు గుణకార తత్వమాంశం ఒకటి.
11. పూర్ణాంకాలు సంకలన, గుణకారాలలో స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని పాటిస్తాయి.
12. పూర్ణాంకాలు సంకలన, గుణకారాలలో సహచర ధర్మాన్ని పాటిస్తాయి.
13. పూర్ణాంకాలలో సంకలనం మీద గుణకారం విభాగ న్యాయాన్ని కల్గి ఉంటుంది.
14. పూర్ణాంకాల స్థిత్యంతర, సహచర, విభాగ న్యాయాలు సంఖ్యలను సులభంగా గణించడానికి ఉపయోగపడతాయి. మనకు తెలియకుండానే గణనలో వాటిని ఉపయోగిస్తాం.
15. సంఖ్యల అమరికలు ఆసక్తికరంగా ఉండడమే కాకుండా, మనోగణిత గణనలకు ఉపయోగపడ్తాయి. అలాగే సంఖ్య ధర్మాలను ఇంకా బాగా అర్థం చేసుకోవడానికి దోహదపడ్తాయి.





3.1 INTRODUCTION

Let us observe the situation.

Hasini wants to distribute chocolates to her classmates on her birthday. Her father brought a box of 125 chocolates. There are 25 students in her class.

She decided to distribute all the chocolates such that each one would get equal number of chocolates. First, she thought of giving 2 chocolates each but found that some chocolates were remaining. Then again she tried of giving 3 each, but again some chocolates were remaining. Finally, she thought of giving 5 chocolates each. Now, she found that no chocolates were remaining.

Is there any easy way to find the no. of chocolates equally distributed among her classmates? Think. Of course she can divide 125 by 25. In the previous classes you have become familiar with rules which tell us whether a given number is divisible by 2, 3, 5, 6, 9 and 10. In this chapter we will recollect these tests. Further, we will also discover the rules of divisibility for 4, 8 and 11.



3.2 DIVISIBILITY RULE

Let us consider 29. When you divide 29 by 4, it leaves remainder 1 and gives quotient 7. Can you say that 29 is completely divisible by 4? Why?

Find the quotient and remainder when 24 is divided by 4?

Is 24 completely divisible by 4? Why?

So, we see that a number is completely divisible by another number, when it leaves zero as remainder.

The process of checking whether a number is divisible by a given number or not without actual division is called divisibility rule for that number.

Let us review the tests of divisibility studied in the previous classes.



3.1 పరిచయం

క్రింది సందర్భాన్ని పరిశీలిద్దాము. హాసిని తన పుట్టినరోజు సందర్భంగా తన తోటి విద్యార్థులకు చాక్లెట్లను పంచాలని అనుకొన్నది. ఆమె తండ్రి 125 చాక్లెట్లు ఉన్న బాక్సును తీసుకొని వచ్చారు. ఆమె తరగతిలో 25 మంది విద్యార్థులున్నారు.

హాసిని తన సహచర విద్యార్థులందరికీ సమాన సంఖ్యలో చాక్లెట్లు వచ్చే విధంగా పంపిణీ చేయాలని అనుకొన్నది. మొదటగా ప్రతీ విద్యార్థికి రెండేసి చొప్పున చాక్లెట్లను పంచుదామని అనుకొన్నది. కాని రెండేసి చాక్లెట్లు చొప్పున పంచితే కొన్ని చాక్లెట్లు మిగిలినవి. అందుచే ఈసారి ప్రతీ విద్యార్థికి మూడేసి చాక్లెట్ల చొప్పున పంచితే ఈ సందర్భంలో కూడా కొన్ని చాక్లెట్లు మిగలడం గమనించింది. చివరగా ప్రతి విద్యార్థికి 5 చాక్లెట్లు చొప్పున పంచిన సందర్భంలో చాక్లెట్లు మిగలలేదు.



అయితే హాసిని ఒక్కొక్క విద్యార్థికి ఎన్ని సమాన చాక్లెట్లు ఇవ్వాలో ముందుగానే నేరుగా సమాధానం కనుగొనే అవకాశం ఉందా? ఆలోచించండి. $125 \div 25$ చేస్తే మనకు కావలసిన సరియైన సమాధానం లభిస్తుంది. కాని ఒక సంఖ్యను ఇచ్చిన సంఖ్యతో భాగించుటకు సమస్యను చేయకుండానే నిశ్శేషంగా భాగింప బడినదా, లేదా అని తెలుసుకొనడానికి కింది తరగతులలో ఒక సంఖ్య భాగింపబడడానికి కావలసిన నియమాలను 'భాజనీయతా సూత్రాలు' గా నేర్చుకొన్నారు. ఈ పాఠ్యాంశములో 2,3,5,6,9 మరియు 10 యొక్క భాజనీయతా సూత్రాలను జుప్టికి తెచ్చుకొందాం. ఇంకా 4,8 మరియు 11 యొక్క భాజనీయతా సూత్రాలను కనుగొందాం.

3.2 భాజనీయతా సూత్రం

29 సంఖ్యను తీసుకొందాం. 29 ను 4 చే భాగిస్తే మనకు 7 భాగఫలంగా, 1 శేషంగా వస్తుంది. 29, 4 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందని మీరు చెప్పగలరా? ఎందువలన?

24 ను 4 చే భాగించి భాగఫలం మరియు శేషంను తెల్పండి.

24, 4 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడినదా? ఎందుచేత?

ఒక సంఖ్య, మరో సంఖ్యచే భాగింపబడినప్పుడు శేషం '0' అయితే ఆ సంఖ్య నిశ్శేషంగా భాగింపబడిందని అంటాం.

ఒక సంఖ్య మరో సంఖ్యచే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా? లేదా? అని పరిశీలించడానికి మనము ఉపయోగించే విధానంను "భాజనీయతా సూత్రం" అంటాం.

కింది తరగతులలో మనము నేర్చుకొన్న భాజనీయతా సూత్రాలను పునఃశ్రవణ చేసుకొందాం.

3.2.1 Divisibility by '2'

Let us look at the number chart given below.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Now cross all the multiples of 2. Do you see any pattern in the ones place of these numbers?

These numbers have only the digits 0, 2, 4, 6, 8 in the ones place. Looking at these observations we can say that **a number is divisible by 2 if it has any of the digits 0, 2, 4, 6 or 8 in its ones place.**



DO THIS

Are 953, 9534, 900, 452 divisible by 2? Also check by actual division.

3.2.2 Divisibility by 3

Now encircle all the multiples of 3 in the above chart. You must have encircled numbers like 21, 27, 36, 54 etc. Do you see any pattern in the ones place of these numbers. No! Because numbers with the same digit in ones place may or may not be divisible by 3. For example, both 27 and 37 have 7 in ones place. Are they both divisible by 3?

Let us now add the digits of 21, 36, 54, 63, 72, 117

$$2 + 1 = 3$$

$$5 + 4 = \underline{\quad}$$

$$7 + 2 = \underline{\quad}$$

$$3 + 6 = \underline{\quad}$$

$$6 + 3 = \underline{\quad}$$

$$1 + 1 + 7 = \underline{\quad}$$

All these sums are divisible by 3.


Thus we can say that **if the sum of the digits is divisible by 3, then the number is divisible by 3.** Check this rule for other circled numbers.

3.2.1 '2' యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

ఇచ్చట ఇవ్వబడిన సంఖ్యా పట్టికను చూడండి

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2 యొక్క గుణిజములన్నింటినీ కొట్టివేయండి. మీరు కొట్టివేసిన సంఖ్యల ఒకట్ల స్థానాలలో ఏదైనా అమరికను గమనించారా? 2 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడే సంఖ్యలలో ఒకట్ల స్థానములోని అంకె 0,2,4,6 లేదా 8 గా ఉంటుంది. ఈ పరిశీలనల నుండి ఒక సంఖ్య ఒకట్ల స్థానంలోని అంకె 0,2,4,6 లేదా 8 అయినచో ఆ సంఖ్య "2" చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుంది అని చెప్పవచ్చు.

 **ఇవి చేయండి**
 953,9534, 900, 452 సంఖ్యలు 2 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడతాయా? మీ సమాధానంను భాగహార పద్ధతి ద్వారా సరిచూడండి.

3.2.2 3 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

ఇప్పుడు 3 యొక్క గుణిజాలను వృత్తాలతో చూపండి. మీరు 21,27,36,54 మొదలగు సంఖ్యలను వృత్తాలతో చూపుతారు. ఈ విధంగా చూపబడిన సంఖ్యలలో మీరు ఏదైనా ప్రత్యేక అమరికను ఒకట్ల స్థానములోని అంకెలు కలిగి ఉండటము గమనించారా? లేదు! ఒకట్లస్థానంలో (ఒకే అంకె) గల సంఖ్యలన్నీయూ 3 చే భాగింపబడవచ్చు, లేకపోవచ్చు. ఉదాహరణకు 27 మరియు 37 సంఖ్యలలో ఒకట్లస్థానములో ఒకే అంకె 7 ను కల్గియున్నాయి. 27, 3 చే భాగింపబడుతుంది. 37,3 చే భాగింపబడదు.

21, 36, 54, 63, 72, 117 సంఖ్యలలోని అంకెల మొత్తంను కూడండి.

$$2 + 1 = 3 \qquad 5 + 4 = \underline{\quad\quad\quad} \qquad 7 + 2 = \underline{\quad\quad\quad}$$

$$3 + 6 = \underline{\quad\quad\quad} \qquad 6 + 3 = \underline{\quad\quad\quad} \qquad 1 + 1 + 7 = \underline{\quad\quad\quad}$$

పై మొత్తాలన్నీయూ 3చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుచున్నవి.

అందుచే ఒక సంఖ్యలోని అంకెల మొత్తం, 3చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడితే ఆ సంఖ్య 3 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడును. మీరు వృత్తాలలో చూపిన సంఖ్యలను ఈ నియమంతో సరిచూడండి



Do THIS

Check whether the following numbers are divisible by 3?

- i. 45986 ii. 36129 iii. 7874

3.2.3 Divisibility by '6'

Put a cross on the numbers which are multiples of 6 in the number chart.

Do you notice anything special about them.

Yes, they are divisible by both 2 and 3.

If a number is divisible by both 2 and 3 then it is also divisible by 6.



TRY THESE

1. Is 7224 divisible by 6? Why?
2. Give two examples of 4 digit numbers which are divisible by 6.
3. Can you give an example of a number which is divisible by 6 but not by 2 and 3. Why?

3.2.4 Divisibility by '9'

Put a (box) on the numbers which are multiples of 9 in the number chart.

Now try to find a pattern or rule for checking the divisibility of 9. (Hint : Sum of digits)

Sum of digits in these numbers are also divisible by 9.

For example If we take 81, $8 + 1 = 9$ similarly 99, $9 + 9 = 18$ divisible by 9.

A number is divisible by 9, if the sum of the digits of the number is divisible by 9.



Do THIS

1. Test whether 9846 is divisible by 9?
2. Without actual division, find whether 8998794 is divisible by 9?
3. Check whether 786 is divisible by both 3 and 9?

3.2.5 Divisibility by 5

Are all the numbers 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50 divisible by 5?

Is 53 divisible by 5? Why?

Can you say that all the numbers with zero and five at ones place is divisible by 5?

Consider the numbers 5785, 6021, 1000, 101010, 9005. Guess which are divisible by 5 and verify by actual division.



ఇవి చేయండి

- ఈ క్రింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యలు 3చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయేమో సరిచూడండి.
i) 45986 ii) 36129 iii) 7874

3.2.3 '6' యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

సంఖ్యా పట్టికలో 6 యొక్క గుణిజాలను (×) గుర్తుతో చూపండి.

ఆ సంఖ్యలలో ఏదైనా ప్రత్యేకతను గమనించారా?

అవును, అన్ని సంఖ్యలూ 2 మరియు 3 లచే నిశ్శేషంగా భాగింపబడ్డాయి.

“2, 3లచే నిశ్శేషంగా భాగింపబడే సంఖ్యలన్నీ 6 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయి”.



ప్రయత్నించండి

- 7224, 6చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా? ఎలా?
- 6 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడే ఏవేని నాల్గంకెల సంఖ్యలకు రెండు ఉదాహరణలివ్వండి.
- 6 చే భాగింపబడి, 2 మరియు 3లచే భాగింపబడని ఏదైనా సంఖ్య కలదా? ఎందుకు?

3.2.4 '9' యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

సంఖ్యా పట్టికలో 9 యొక్క గుణిజాలను (□) గుర్తుతో చూపండి.

ఇప్పుడు 9 భాజనీయతా సూత్రాన్ని సరిచూసే ఏదైనా అమరికను లేదా నియమాన్ని కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి.

(సూచన : అంకెల మొత్తం)

9 యొక్క గుణిజాలలోని అంకెల మొత్తం 9 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

ఉదాహరణకు 81 ను పరిశీలిస్తే, 81 లో అంకెల మొత్తం $8+1 = 9$, అలాగే 99లో $9+9 = 18$, 9 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

“ఒక సంఖ్యలోని అంకెల మొత్తం 9 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడితే ఆ సంఖ్య 9 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.”



ఇవి చేయండి

- 9846, 9 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా? పరీక్షించండి.
- భాగహారం చేయకుండానే 8998794, 9 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా?
- 786, 3 మరియు 9ల చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా? పరీక్షించండి.

3.2.5 '5' యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

20,25,30,35,40,45,50 సంఖ్యలన్నియూ 5 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయా?

53, 5 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా? ఎందుచేత?

ఒకట్ల స్థానములో 0 లేదా 5 గల సంఖ్యలన్నీయూ 5 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయని మీరు చెప్పగలరా? 5785, 6021, 1000, 101010, 9005 సంఖ్యలను తీసుకొని 5 చే భాగింపబడే సంఖ్యలను ఊహించండి. అలాగే భాగహార పద్ధతి ద్వారా మీ సమాధానంను సరిచూడండి.

3.2.6 Divisibility by 10

Mark all the numbers divisible by 10 in the number chart.

What do you notice?

- All of them have 0 at their ones place.
- All of them are divisible by both 5 and 2.



EXERCISE - 3.1

- Which of the following numbers are divisible by 2, by 3 and by 6?

(i) 321729 (ii) 197232 (iii) 972132 (iv) 1790184
 (v) 312792 (vi) 800552 (vii) 4335 (viii) 726352

- Determine which of the following numbers are divisible by 5 and by 10.

25, 125, 250, 1250, 10205, 70985, 45880

Check whether the numbers that are divisible by 10 are also divisible by 2 and 5.

- Fill the table using divisibility test for 3 and 9.

Number	Sum of the digits in the number	Divisible by	
		3	9
72		
197		
4689		
79875		
988974	$9 + 8 + 8 + 9 + 7 + 4 = 45$	Yes	Yes

- Make 3 different 3 digit numbers using 1, 9 and 8, where each digit can be used only once. Check which of these numbers are divisible by 9.
- Which numbers among 2, 3, 5, 6, 9 divides 12345 exactly?
 Write 12345 in reverse order and test now which numbers divide it exactly?
- Write different 2 digit numbers using digits 3, 4 and 5. Check whether these numbers are divisible by 2, 3, 5, 6 and 9?
- Write the smallest digit and the greatest possible digit in the blank space of each of the following numbers so that the numbers formed are divisible by 3.
 - 6724
 - 4765 2
 - 7221 5
- Find the smallest number that must be added to 123, so that it becomes exactly divisible by 5?
- Find the smallest number that has to be subtracted from 256, so that it becomes exactly divisible by 10?

3.2.6 10 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

10 యొక్క గుణిజాలన్నింటిని సంఖ్యా పట్టికలో '✓' గుర్తుతో సూచించండి.

మీరు ఏమి గమనించారు?

1. సంఖ్యలన్నియూ ఒకట్లస్థానంలో '0' ను కల్గియున్నవి.
2. సంఖ్యలన్నియూ 2 మరియు 5చే నిశ్శేషంగా భాగించబడినవి.



అభ్యాసం 3.1

1. ఈ క్రింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యలలో 2,3 మరియు 6 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడే సంఖ్యలేవి?
(i) 321729 (ii) 197232 (iii) 972132 (iv) 1790184
(v) 312792 (vi) 800552 (vii) 4335 (viii) 726352
2. ఈ క్రింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యలలో 5 మరియు 10 లచే నిశ్శేషంగా భాగింపబడే సంఖ్యలను గుర్తించండి.
25, 125, 250, 1250, 10205, 70985, 45880
10 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడే సంఖ్యలన్నీయూ 2 మరియు 5 లచే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయో, లేదో పరీక్షించండి.
3. ఈ క్రింద ఇవ్వబడిన పట్టికను 3 మరియు 9 యొక్క భాజనీయతా సూత్రాలనుపయోగించి పూరించండి.

సంఖ్య	సంఖ్యలలోని అంకెల మొత్తం	భాగించే సంఖ్య	
		3	9
72		
197		
4689		
79875		
988974	$9 + 8 + 8 + 9 + 7 + 4 = 45$	అవును	అవును

4. 1,9, 8 అంకెలను ఒకసారి మాత్రమే ఉపయోగిస్తూ రాయగల మూడంకెల సంఖ్యలను రాయండి, ఈ సంఖ్యలు 9 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయో లేదో పరీక్షించండి.
5. 2,3,5,6,9 అంకెలలో 12345ను నిశ్శేషంగా భాగించే వాటిని రాయండి?
12345 ను వెనుక నుండి వరుస క్రమంలో రాయగా ఏర్పడిన సంఖ్యను 2,3,5,6,9 లలో ఏవి నిశ్శేషంగా భాగిస్తాయో తెలుపండి.
6. 3,4,5 అంకెలనుపయోగించి రాయవీలగు రెండంకెల సంఖ్యలను రాయండి, ఆ సంఖ్యలు 2,3,5,6 మరియు 9 లచే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయో, లేదో పరీక్షించండి.
7. ఈ క్రింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యలలో ఖాళీ స్థలంలో నింపబడే అంకెతో ఏర్పడిన సంఖ్య 3 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడేటట్లు గరిష్ట లేదా కనిష్ట విలువ కల్గిన అంకెలతో పూరించండి.
(i) ___ 6724 (ii) 4765__ 2 (iii) 7221__ 5
8. 123 నకు ఏ కనిష్ట సంఖ్యను కూడితే ఏర్పడిన సంఖ్య 5 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది?
9. 256 నుండి ఏ కనిష్ట సంఖ్యను తీసివేస్తే వచ్చిన సంఖ్య 10చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది?

3.3 FACTORS

We have studied the divisibility and discovered tests of divisibility for 2, 3, 5, 6, 9 and 10. Now we will learn the concepts of factors.

Let us observe a situation:

Devi has 6 laddoos with her. She wants to arrange them in columns in such a way that each column has the same number of laddoos. She arranges them in many ways using all the 6 laddoos.

Case (i) 1 laddoo in each column
number of columns = 6
Total number of laddoos = $1 \times 6 = 6$

Case (ii) 2 laddoos in each column
Number of columns = 3
Total number of laddoos = $2 \times 3 = 6$

Case (iii) 3 laddoos in each column
Number of columns = 2
Total number of laddoos = $3 \times 2 = 6$

Case (iv) 6 laddoos in each column
Number of column = 1
Total number of laddoos = $6 \times 1 = 6$

These are the only possible arrangements using all the 6 laddoos.

From these arrangements, Devi observes that 6 can be written as a product of two numbers in different ways as

$$6 = 1 \times 6 \quad 6 = 2 \times 3 \quad 6 = 3 \times 2 \quad 6 = 6 \times 1$$

From $6 = 2 \times 3$ it can be said that 2 and 3 exactly divide 6. So, 2 and 3 are factors of 6. From the other product $6 = 1 \times 6$, thus 6 and 1 are also factors of 6.

1, 2, 3 and 6 are the only factors of 6.

"A number which divides the other number exactly is called a **factor** of that number."

In other words, every number is completely divisible by its factors. Here 1, 2, 3 and 6 are all factors of 6. Similarly 1 and 19 are factors of 19. Number 5 is not a factor of 16. Why?

Observe the following table:

Number	Factors
12	1, 2, 3, 4, 6, 12
18	1, 2, 3, 6, 9, 18
20	1, 2, 4, 5, 10, 20
24	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

From the above table we can notice that;

- (i) '1' is a factor of every number and is the smallest of all factors.

3.3 కారణాంకాలు

ప్రస్తుత పాఠ్యాంశంలో 2,3,5,6,9, 10 సంఖ్యల భాజనీయత సూత్రాలను నేర్చుకొన్నాం. ఇప్పుడు 'కారణాంక భావన'ను నేర్చుకొందాం.

దేవి వద్ద 6 లడ్డులున్నవి. వాటిని వరుసలలో, ప్రతీ వరుసలోను సమాన సంఖ్యలో లడ్డులు ఉండే విధంగా అమర్చాలని అనుకొంది. 6 లడ్డులను దేవి అనేక విధాలుగా అమర్చింది. వాటిని పరిశీలిద్దాం.

సందర్భం 1 : ప్రతి నిలువు వరుసలో ఒక లడ్డు ఉండే విధంగా అమరిస్తే

నిలువు వరుసల సంఖ్య = 6

మొత్తం లడ్డులు = $1 \times 6 = 6$



సందర్భం 2 : ప్రతీ నిలువు వరుసలో రెండేసి లడ్డులుండే విధంగా అమరిస్తే

నిలువు వరుసల సంఖ్య = 3

మొత్తం లడ్డులు = $2 \times 3 = 6$



సందర్భం 3 : ప్రతీ నిలువు వరుసలో మూడేసి లడ్డులుండే విధంగా అమరిస్తే

నిలువు వరుసల సంఖ్య = 2

మొత్తం లడ్డులు = $3 \times 2 = 6$



సందర్భం 4 : ప్రతీ నిలువు వరుసలో 6 లడ్డులుండే విధంగా అమరిస్తే

నిలువు వరుసల సంఖ్య = 1

మొత్తం లడ్డులు = $6 \times 1 = 6$

పైన పేర్కొన్న సందర్భాలలో మాత్రమే 6 లడ్డులను అమర్చగలం.

ఈ అమరికల నుండి, 6ను రెండు సంఖ్యల లబ్ధంగా వివిధ రకాలుగా వ్రాయవచ్చని దేవి గమనించింది.

$$6 = 1 \times 6 \quad 6 = 2 \times 3 \quad 6 = 3 \times 2 \quad 6 = 6 \times 1$$

$6 = 2 \times 3$ నుండి 2 మరియు 3 లు 6 ను నిశ్చేషంగా భాగిస్తాయని చెప్పగలం. అందుచే 2, 3లను 6కు కారణాంకాలుగా చెప్పవచ్చు. $6 = 1 \times 6$ నుండి 6 మరియు 1లను 6 యొక్క కారణాంకాలుగా చెప్పవచ్చు.

1, 2, 3 మరియు 6 మాత్రమే 6 యొక్క కారణాంకాలు.

“ఒక సంఖ్యను నిశ్చేషంగా భాగించే మరో సంఖ్యను ఆ సంఖ్య యొక్క కారణాంకం” అంటారు.

మరో విధంగా చెప్పాలి అంటే ఒక సంఖ్యను నిశ్చేషంగా భాగించే సంఖ్యలను ఆ సంఖ్య కారణాంకాలుగా చెప్పవచ్చు. ఇచ్చట, 1,2,3, 6, లు 6 యొక్క కారణాంకాలు. అదే విధంగా 1, 19లు 19 యొక్క కారణాంకాలు. 5, 16 యొక్క కారణాంకం కాదు. ఎందుచేత ?

ఈ కింది పట్టికను పరిశీలించండి.

సంఖ్య	కారణాంకాలు
12	1, 2, 3, 4, 6, 12
18	1, 2, 3, 6, 9, 18
20	1, 2, 4, 5, 10, 20
24	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

పై పట్టికను గమనిస్తే మనం ఈ కింది అంశాలను గమనించవచ్చు.

(i) ప్రతీ సంఖ్యకు '1' కారణాంకం ఇది సంఖ్య యొక్క కారణాంకంలన్నింటిలోనూ చిన్నది.

- (ii) Every number is a factor to itself and it is the biggest factor of it.
- (iii) Every factor of a number is less than or equal to the given number.
- (iv) Number of factors of a given number are countable.

Do This

1. Find the factors of 80.
2. Do all the factors of a given number divide the number exactly? Find the factors of 28 and verify by division.
3. 3 is a factor of 15 and 24. Is 3 a factor of their difference also?

3.4 PRIME AND COMPOSITE NUMBERS

Let us observe the number of factors of a few numbers in the table given below:

Number	Factors	Number of Factors
1	1	1
2	1, 2	2*
3	1, 3	2*
4	1, 2, 4	3
5	1, 5	2*
6	1, 2, 3, 6	4
7	1, 7	2*

From the table say which numbers have only two factors?

There are four numbers 2, 3, 5 and 7, having exactly two factors (shown with*) i.e. 1 and the number itself.

These numbers whose only factors are 1 and the number itself are called prime numbers.

Which numbers have more than two factors?

Numbers having more than two factors like 4, 6 and so on are called **composite numbers**.

Give 5 examples of composite numbers greater than 10.

Which number has only one factor?

The number 1 has only one factor (i.e. itself) so, **1 is neither prime nor composite.**

Try These

1. What is the smallest Prime number?
2. What is the smallest composite number?
3. What is the smallest odd composite number?
4. Give 5 odd and 5 even composite numbers?
5. Is 1 prime or composite and why?

- (ii) ప్రతీ సంఖ్య దానికదే కారణాంకం ఇది ఆ సంఖ్య యొక్క కారణాంకములన్నింటిలో పెద్దది.
- (iii) ప్రతీ కారణాంకం ఆ సంఖ్యకు సమానం లేదా ఆ సంఖ్య కంటే చిన్నది.
- (iv) ప్రతీ సంఖ్యకు గల కారణాంకాలు పరిమితం. (లెక్కించదగ్గవి).



ఇవి చేయండి

1. 80 యొక్క కారణాంకాలు రాయండి.
2. ఒక సంఖ్య యొక్క కారణాంకాలన్నీ ఆ సంఖ్యను నిశ్చేషంగా భాగిస్తాయా? 28 యొక్క కారణాంకాలను కనుగొనండి. భాగాహార పద్ధతి ద్వారా సరి చూడండి.
3. 15, 24 యొక్క కారణాంకం 3. ఈ సంఖ్యల భేదానికి కూడా 3 కారణాంకం అవుతుందా?

3.4 ప్రధాన సంఖ్యలు, సంయుక్త సంఖ్యలు

కొన్ని సంఖ్యలకు, కారణాంకాల సంఖ్య క్రింది పట్టికలో ఇవ్వబడ్డాయి. పరిశీలించండి.

సంఖ్య	కారణాంకం	కారణాంకాల సంఖ్య
1	1	1
2	1, 2	2*
3	1, 3	2*
4	1, 2, 4	3
5	1, 5	2*
6	1, 2, 3, 6	4
7	1, 7	2*

పై పట్టికలో ఏయే సంఖ్యలు కేవలం రెండు కారణాంకాలను మాత్రమే కల్గియున్నాయి.

2, 3, 5, 7 సంఖ్యలు కేవలం రెండు కారణాంకాలను మాత్రమే కల్గియున్నాయి. (* గుర్తుతో చూపబడినవి).

అనగా 1 మరియు అదే సంఖ్య.

1 మరియు అదే సంఖ్య కారణాంకాలుగా గల్గిన సంఖ్యలను “ప్రధాన సంఖ్యలు” అంటారు.

ఏ సంఖ్యలు రెండు కంటే ఎక్కువ కారణాంకాలు కల్గియున్నవి?

4, 6 ... మొదలగు సంఖ్యలు రెండు కంటే ఎక్కువ కారణాంకాలు కల్గియున్నవి. వీటిని ‘సంయుక్త సంఖ్యలు’ అంటారు.

10 కంటే పెద్దవైన 5 సంయుక్త సంఖ్యలను తెల్పండి?

ఒకే ఒక కారణాంకం కల్గిన సంఖ్య ఏది?

‘1’ కేవలం ఒకే ఒక కారణాంకం కల్గియుంది. 1 ప్రధాన సంఖ్య కాదు మరియు సంయుక్త సంఖ్య కాదు.



ప్రయత్నించండి

1. కనిష్ట ప్రధాన సంఖ్య ఏది?
2. కనిష్ట సంయుక్త సంఖ్య ఏది?
3. కనిష్ట బేసి సంయుక్త సంఖ్య ఏది?
4. సరిసంయుక్త సంఖ్యలు, బేసి సంయుక్త సంఖ్యలను అయిదేసి చొప్పున రాయండి.
5. 1 ప్రధాన సంఖ్య కాదు, సంయుక్త సంఖ్య కాదు. కారణాలు తెలుపండి.

Without actually checking the factors of a number, we can find prime numbers from 1 to 100 with an easy method. This method was given by the Greek Mathematician **Eratosthenes**, in the third century BC.

Let us see the method. List all the numbers from 1 to 100, as shown below:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Step-1: Cross out 1 because it is neither prime nor composite.

Step-2: Encircle 2, cross out all the other multiples of 2, i.e. 4, 6, 8 and so on.

Step-3: You will find that the next uncrossed number is 3. Encircle 3 and cross out all the other multiples of 3.

Step-4: The next uncrossed number is 5. Encircle 5 and cross out all the other multiples of 5.

Step-5: Continue this process till all the numbers in the list are either encircled or crossed out.

All the encircled numbers are prime numbers. All the crossed out numbers, other than 1 are composite numbers.



TRY THESE

1. Can you guess a prime number which when on reversing its digits, gives another prime number? (**Hint** : Take a 2 digit prime number)
2. You know 311 is a prime number. Can you find the other two prime numbers just by rearranging the digits?

3.4.1 Co-prime or relative prime

Observe the numbers 3 and 8.

The factors of 3 are 1 and 3

The factors of 8 are 1, 2, 4, 8

The common factor for both 3 and 8 is 1 only.

Thus, the numbers which have only 1 as the common factor are called **co-primes** or **relatively prime**. Write two pairs of co-primes, by finding the common factor.

కారణాంకాలను కనుగొనకుండా 1 నుండి 100 వరకు గల ప్రధాన సంఖ్యలను కనుగొనేందుకు ఒక సులభమైన విధానం ఉంది. దీనిని “ఎరటోస్తేస్” అనే గణిత శాస్త్రవేత్త, క్రీస్తు పూర్వం 3వ శతాబ్దంలో కనుగొన్నారు.

ఈ పద్ధతిని పరిశీలిద్దాం. క్రింద చూపిన విధంగా 1 నుండి 100 వరకు గల సంఖ్యలను రాయండి.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

సోపానం 1 : 1 ప్రధాన సంఖ్య మరియు సంయుక్త సంఖ్య కాదు కనుక 1 ను \times గుర్తుతో సూచించండి.

సోపానం 2 : 2ను వృత్తంతో సూచించి, 2 యొక్క గుణిజములను (\times) గుర్తుతో సూచించండి.

సోపానం 3 : 3ను వృత్తంలో సూచించి, 3 యొక్క గుణిజాలను (\times) గుర్తుతో సూచించండి.

సోపానం 4 : 5ను వృత్తంతో సూచించి, 5 యొక్క గుణిజాలను (\times) గుర్తుతో సూచించండి. ఒకవేళ ఇప్పటికే (\times)తో సూచించి ఉంటే ఆ సంఖ్యను వదిలివేయండి.

సోపానం 5 : ఈ విధానంను అన్ని సంఖ్యలకూ వర్తింపజేస్తూ పూర్తి చేయండి.

వృత్తంలో ఉన్న సంఖ్యలన్నీ ప్రధాన సంఖ్యలు ‘1’ కాకుండా (\times) గుర్తుతో చూపబడిన సంఖ్యలు సంయుక్త సంఖ్యలు.



ప్రయత్నించండి

1. రెండంకెల ఒక ప్రధాన సంఖ్యను తిప్పి రాయగా వచ్చిన సంఖ్య కూడా ప్రధాన సంఖ్యే అవుతుందా! ఊహించండి. (గమనిక : 2 అంకెల సంఖ్యలను తీసుకొని పరిశీలించండి, కారణాలను చర్చించండి).
2. 311 ప్రధాన సంఖ్య. దీనిలో అంకెలను తారు మారు చేసి మరో రెండు ప్రధాన సంఖ్యలను కనుగొనండి.

3.4.1 పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు లేదా సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు

3 మరియు 8 లను పరిశీలించండి.

3 యొక్క కారణాంకాలు 1 మరియు 3

8 యొక్క కారణాంకాలు 1, 2, 4 మరియు 8

3 మరియు 8 యొక్క ఉమ్మడి కారణాంకం ‘1’ మాత్రమే.

‘1’ మాత్రమే ఉమ్మడి కారణాంకంగా గల సంఖ్యలను పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు లేదా సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు. రెండు జతల సాపేక్ష లేదా పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలను రాయండి. వాటి యొక్క ఉమ్మడి కారణాంకం తెలుపండి.

Example-1. Consider two co-prime numbers 4 and 5. Are both of them prime numbers?

Solution: No, 4 is not a prime. Only 5 is a prime.

We can say that "**Only two primes are co-primes but all the co-primes need not be primes.**"

3.4.2 Twin primes

Twin primes are prime numbers that differ from each other by two e.g. (3, 5), (5, 7), (11, 13), (41, 43) etc.

Are all twin primes relatively prime? Discuss



DO THIS

From the following numbers identify different pairs of co-primes
2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 and 10



EXERCISE - 3.2

- Write all the factors of the following numbers.
i) 36 ii) 23 iii) 96 iv) 115
- Which of the following pairs are co-prime?
i) 18 and 35 ii) 216 and 215
iii) 30 and 415 iv) 17 and 68
- What is the greatest prime number between 1 and 20?
- Find the prime and composite numbers between 10 and 30.
- The numbers 17 and 71 are prime numbers. Both these numbers have same digits 1 and 7. Find 2 more such pairs of prime numbers below 100?
- Write three pairs of twin primes below 20.
- Write two prime numbers whose product is 35.
- Express 36 as the sum of two odd primes.
- Write seven consecutive composite numbers less than 100.
- Express 53 as the sum of three primes.
- Write two prime numbers whose difference is 10.
- Write three pairs of prime numbers less than 20 whose sum is divisible by 5.

ఉదాహరణ 1: రెండు సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు 4 మరియు 5లను తీసుకోండి.

ఈ రెండు సంఖ్యలు ప్రధాన సంఖ్యలేనా?

సాధన : లేదు, 4 ప్రధాన సంఖ్య కాదు. 5 మాత్రమే ప్రధాన సంఖ్య.

అందుచే “అన్ని ప్రధాన సంఖ్యలు సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు. కాని సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలలోని అన్ని సంఖ్యలు ప్రధాన సంఖ్యలు కావు”

3.4.2 కవల ప్రధాన సంఖ్యలు

2 భేదంగా గల ప్రధాన సంఖ్యలను కవల ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు. ఉదాహరణకు : (3,5) ; (5,7) ; (11,13) ; (41,43) మొదలగునవి.

కవల ప్రధాన సంఖ్యలన్నీ సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలవుతాయా. ఇవి మీ మిత్రులతో చర్చించండి.



ఇవి చేయండి

ఈ క్రింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యలలో వివిధ సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యల జతలను గుర్తించండి.

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 మరియు 10



అభ్యాసము 3.2

1. ఈ కింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యలకు కారణాంకాలన్నింటిని రాయండి.
i) 36 ii) 23 iii) 96 iv) 115
2. ఈ కింది వాటిలో సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలేవి?
i) 18 మరియు 35 ii) 216 మరియు 215
iii) 30 మరియు 415 iv) 17 మరియు 68
3. 1 మరియు 20 మధ్యలోనున్న గరిష్ట ప్రధాన సంఖ్య ఏది?
4. 10 మరియు 30 మధ్యలో నున్న ప్రధాన మరియు సంయుక్త సంఖ్యలను తెల్పండి.
5. 17 మరియు 71 ప్రధాన సంఖ్యలు. రెండు సంఖ్యలు ఒకే అంకెలైన 1 మరియు 7లను కల్గియున్నవి. 1
మరియు 100ల మధ్య నున్న ఈ విధమైన మరో రెండు జతల ప్రధాన సంఖ్యలను తెల్పండి.
6. 20 కంటే తక్కువగా ఉన్న మూడు జతల కవల ప్రధాన సంఖ్యలను రాయండి.
7. రెండు ప్రధాన సంఖ్యల లబ్ధము 35 అయిన ఆ సంఖ్యలేవి?
8. 36ను రెండు ప్రధాన సంఖ్యల మొత్తంగా తెల్పండి.
9. 100 లోపుగల 7 వరుస సంయుక్త సంఖ్యలను రాయండి.
10. 53ను మూడు బేసి ప్రధాన సంఖ్యల మొత్తంగా రాయండి.
11. వ్యత్యాసం 10గా గల రెండు ప్రధాన సంఖ్యలను తెల్పండి.
12. 20 కంటే తక్కువగా ఉండి వాటి మొత్తం 5 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడే విధంగా ఉన్న మూడు జతల ప్రధాన సంఖ్యలను రాయండి.

3.5 PRIME FACTORIZATION

When a number is expressed as a product of its factors, we say that the number has been factorized. The process of finding the factors is called **factorization**.

There may be several ways in which a number can be factorized. For example, the number 24 can be factorized as:

- i) $24 = 1 \times 24$ ii) $24 = 2 \times 12$ iii) $24 = 3 \times 8$
 iv) $24 = 4 \times 6$ v) $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

In (ii) and (iii) one factor is prime, and the other factor is a composite number. In (iv) both the factors are composite numbers. However in (v) all the factors are **prime numbers**. In (i) one factor is composite.

Factorization of the type (v), where all the factors are prime numbers, is known as **prime factorization**.

Thus, in prime factorization, the factors obtained can not be further factorized.

3.5.1 Methods of Prime Factorization

- Division Method** : Prime factorisation of 42 using division method we proceed as follow:

2	42
3	21
7	7
	1

Start dividing by the least prime factor. Continue division till the resulting number to be divided is 1.

\therefore Prime factorisation of 42 is $2 \times 3 \times 7$

- Factor Tree Method** : We can find the prime factorization of 60 by drawing a factor tree. To find the prime factorization of 60 using factor tree method.

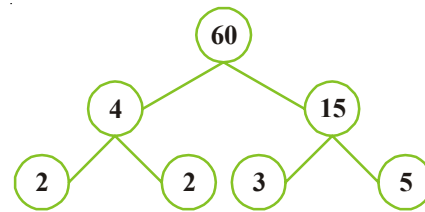
Steps in this method:

Step-1: Express 60 as a product of two numbers.

Step-2: Factorise 4 and 15 further, since they are composite numbers.

Step-3: Continue till all the factors are prime numbers.

Prime factorisation of $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$



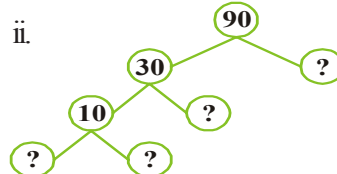
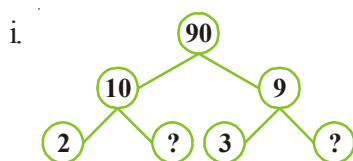
DO THIS

- Write the prime factors of 28 and 36 through division method.
- Write the prime factors of 42 by factor tree method.



EXERCISE - 3.3

- Write the missing numbers in the factor tree for 90?



3.5 ప్రధాన కారణాంక విభజన

ఏ సంఖ్యనైనా అయిన దాని కారణాంకాల లబ్ధంగా రాస్తే ఆ 'సంఖ్య యొక్క కారణాంక విభజన జరిగింది' అని అంటారు. సంఖ్య యొక్క కారణాంకాలు కనుగొనే ప్రక్రియను "కారణాంక విభజన" అంటారు.

ఒక సంఖ్య యొక్క కారణాంక విభజన అనేక విధాలుగా చేయవచ్చు. ఉదాహరణకు 24ను ఈ కింది విధంగా కారణాంకాల లబ్ధంగా రాయవచ్చు.

$$(i) \quad 24 = 1 \times 24 \qquad (ii) \quad 24 = 2 \times 12 \qquad (iii) \quad 24 = 3 \times 8$$

$$(iv) \quad 24 = 4 \times 6 \qquad (v) \quad 24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

(ii), (iii) లబ్ధములలో ఒక కారణాంకం ప్రధాన సంఖ్య, మరొకటి సంయుక్త సంఖ్య. (iv) కారణాంకాల లబ్ధంలో రెండు కారణాంకాలు సంయుక్త సంఖ్యలు అదే విధంగా (v) కారణాంకాల లబ్ధంలో అన్ని కారణాంకాలు ప్రధాన సంఖ్యలు.

(i) కారణాంకాల లబ్ధంలో ఒకటి సంయుక్త సంఖ్య.

(v) కారణాంకాల లబ్ధంలో అన్ని కారణాంకాలు ప్రధాన సంఖ్యలు కనుక ఈ పద్ధతిని "ప్రధాన కారణాంక విభజన" అంటారు.

ప్రధాన కారణాంక విభజనలోని కారణాంకాలను మరలా కారణాంక లబ్ధంగా విభజనను చేయలేము.

3.5.1 ప్రధాన కారణాంక విభజన పద్ధతి

1. భాగహార పద్ధతి : 42 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజన పద్ధతిలో సోపానాలు ఈ కింది విధంగా ఉన్నాయి.

2	42
3	21
7	7
	1

కారణాంక విభజన చేయాల్సిన సంఖ్యను కనిష్ట ప్రధాన కారణాంకంచే భాగహారము చేయాలి.

ఫలితము 1 వచ్చేంత వరకు వివిధ ప్రధాన సంఖ్యలతో వరుసగా భాగహారములను కొనసాగించాలి.

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

2. కారణాంక వృక్ష పద్ధతి : 60 యొక్క కారణాంకాలను ప్రధాన కారణాంక విభజన పద్ధతిలో 'కారణాంక వృక్షము'ను గీయడం ద్వారా చేయవచ్చు.

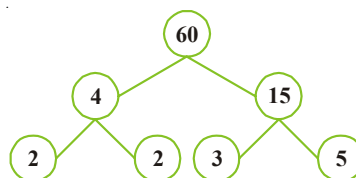
ఈ పద్ధతిలో సోపానములు :

సోపానం 1 : 60ను రెండు సంఖ్యల లబ్ధంగా రాయండి.

సోపానం 2 : 4 మరియు 15 ల యొక్క కారణాంక విభజన చేయాలి. ఎందుకంటే

4 మరియు 15లు సంయుక్త సంఖ్యలు.

సోపానం 3 : అన్ని కారణాంకాలు కూడా ప్రధాన సంఖ్యలే వచ్చేంత వరకు ఈ పద్ధతిని కొనసాగించాలి.



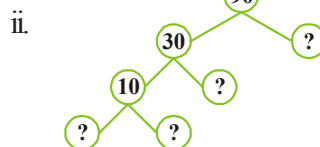
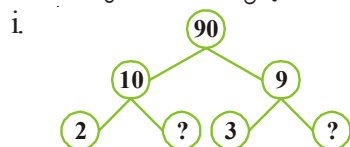
$$60 \text{ యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజన } 60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

ఇవి చేయండి

- భాగహార పద్ధతినుపయోగించి 28 మరియు 36 యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలను కనుగొనండి.
- కారణాంక వృక్షము ద్వారా 42 యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలను కనుగొనండి.

అభ్యాసం 3.3

1. 90 యొక్క కారణాంక వృక్షంలో లోపించిన సంఖ్యలను రాయండి.



- Factorise 84 by division method?
- Write the greatest 4 digit number and express it in the form of its prime factors?
- I am the smallest number, having four different prime factors. Can you find me?

3.6 COMMON FACTORS

Observe the following table:

Number	12	18
Factors of the number	1, 2, 3, 4, 6, 12	1, 2, 3, 6, 9, 18

Common factors of 12 and 18 are 1, 2, 3 and 6

Common factors are those numbers which are factors of all the given numbers.

Now find common factor of 20 and 24.

3.6.1 Highest Common Factor (HCF)

From the above table we found that common factors of 12 and 18 are 1, 2, 3 and 6.

What is the highest of these common factors? It is 6. So we can say that the Highest Common Factor (HCF) of 12 and 18 is 6.

The Highest Common Factor (HCF) of two or more given numbers is the highest (or greatest) of their common factors. It is also called as Greatest Common Divisor (GCD)

3.6.2 Method of finding HCF

1. Prime Factorisation Method

The HCF of 12, 30 and 36 can also be found by prime factorisation as follows:

2		12
2		6
3		3
		1

2		30
3		15
5		5
		1

3		36
3		12
2		4
2		2
		1

Thus

$$12 = 2 \times 3 \times 2$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$36 = 2 \times 3 \times 2 \times 3$$

The common factor of 12, 30 and 36 is $2 \times 3 = 6$.

Hence, HCF of 12, 30 and 36 is 6.



DO THIS

Find the HCF of 12, 16 and 28

2. భాగహార పద్ధతిలో 84ను ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధంగా తెల్పండి.
3. నాలుగు అంకెల గరిష్ట సంఖ్యను రాసి, దానిని ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధంగా వ్రాయండి.
4. నేను నాలుగు విభిన్న ప్రధాన సంఖ్యలను గుణిస్తే వచ్చే కనిష్ట సంఖ్యను. నేనెవరిని? ఎలాగో తెల్పండి.

3.6 సామాన్య కారణాంకాలు

ఈ కింది పట్టికను పరిశీలించండి.

సంఖ్య	12	18
కారణాంకాలు	1, 2, 3, 4, 6, 12	1, 2, 3, 6, 9, 18

12, 18 యొక్క సామాన్య కారణాంకాలు 1,2,3, 6 (ఇవి కాకుండా రెండింటికీ ఇతర కారణాంకాలు ఏవైనా ఉన్నాయా? పట్టికలో పరిశీలించండి).

ఇచ్చిన సంఖ్యల కారణాంకాలలో ఉమ్మడిగా ఉన్న కారణాంకాలను ఆ రెండు సంఖ్యల “సామాన్య కారణాంకాలు” అంటారు.

20 మరియు 24 యొక్క సామాన్య కారణాంకాలను తెలుపండి.

3.6.1 గరిష్ట సామాన్య కారణాంకం (గ.సా.కా)

పై పట్టిక నుండి 12 మరియు 18 యొక్క సామాన్య కారణాంకాలు 1,2,3 మరియు 6.

ఈ కారణాంకాలలో గరిష్ట కారణాంకం ఏది? 6 కదా! అందుచే 12, 18 యొక్క గరిష్ట సామాన్య కారణాంకం 6. రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యల యొక్క సామాన్య కారణాంకాలలో గరిష్ట సంఖ్యను గరిష్ట సామాన్య కారణాంకం (గ.సా.కా) లేదా గరిష్ట సామాన్య భాజకము (గ.సా.భా) అంటారు.

3.6.2 గ.సా.కాను కనుగొనే పద్ధతి

1. ప్రధాన కారణాంక విభజన పద్ధతి

12, 30, 36 సంఖ్యల యొక్క గ.సా.కా ను ప్రధాన కారణాంక విభజన పద్ధతి ద్వారా కనుగొనవచ్చు.

2	12
2	6
3	3
	1

2	30
3	15
5	5
	1

3	36
3	12
2	4
2	2
	1

కనుక

$$12 = 2 \times 3 \times 2$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$36 = 2 \times 3 \times 2 \times 3$$

12, 30, 36 ల యొక్క సామాన్య కారణాంకం = $2 \times 3 = 6$

అందుచే 12, 30, 36 ల యొక్క గరిష్ట సామాన్య కారణాంకం (గ.సా.కా) = 6



ఇవి చేయండి

12, 16 మరియు 28 యొక్క గ.సా.కా ను కనుగొనండి.

2. HCF by Continued Division Method

This method of division was invented by the famous Greek mathematician **Euclid**. Divide the larger number by the smaller and then divide the previous divisor by the remainder until the remainder is 0. The **last divisor is the HCF** of the numbers.

Example-2. Find the HCF of 56 and 64

Solution:

$$\begin{array}{r} 56 \overline{) 64} \quad (1 \\ \underline{-56} \\ \text{Last divisor } 8 \overline{) 56} \quad (7 \\ \underline{-56} \\ \text{Remainder } 0 \end{array}$$

Last divisor is 8 when remainder becomes 0. Thus, HCF of 56 and 64 is 8.

This method is useful to find the HCF of larger numbers.

Example-3. Find the HCF of 40, 56 and 60.

Solution:

Step-1: First find the HCF of any two numbers. Let us find the HCF of 40 and 56.

$$\begin{array}{r} 40 \overline{) 56} \quad (1 \\ \underline{-40} \\ \text{Remainder } 16 \overline{) 40} \quad (2 \\ \underline{-32} \\ \text{Last Divisor } 8 \overline{) 16} \quad (2 \\ \underline{-16} \\ \text{Remainder } 0 \end{array}$$

HCF of 40 and 56 is 8.

Step-2: Then, find the HCF of the third number and the HCF of first two numbers.

Let us find the HCF of 60 and 8.

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 60} \quad (7 \\ \underline{-56} \\ \text{Last Divisor } 4 \overline{) 8} \quad (2 \\ \underline{-8} \\ \text{Remainder } 0 \end{array}$$

HCF of 8 and 60 is 4.

Step-3: This number is the HCF of the given three numbers.

Thus HCF of 40, 56 and 60 is 4.

2. భాగహార పద్ధతి ద్వారా గ.సా.కా ను కనుగొనుట.

ఈ పద్ధతిని గ్రీకు గణిత శాస్త్రవేత్త 'యూక్లిడ్' కనుగొన్నారు. ఇచ్చిన సంఖ్యలలోని పెద్ద సంఖ్యను, చిన్న సంఖ్యచే భాగించాలి. వచ్చిన శేషంతో మొదటి విభాజకంను భాగించాలి. రెండవ శేషంతో రెండవ విభాజకాన్ని భాగించాలి. ఈ విధంగా శేషం 0 వచ్చేంత వరకు భాగాహారం చేయాలి. చివరి విభాజకంను గరిష్ట సామాన్య కారణాంకంగా పరిగణిస్తారు.

ఉదాహరణ 2 : 56 మరియు 64 యొక్క గ.సా.కాను కనుగొనుము.

సాధన :

$$\begin{array}{r} 56 \overline{) 64} \quad (1 \\ \underline{-56} \\ 8 \end{array}$$

చివరి విభాజకం 8) 56 (7

$$\begin{array}{r} \underline{-56} \\ \text{శేషం } 0 \end{array}$$

చివరి విభాజకం 8, శేషం 0

అందుచే 56 మరియు 64 యొక్క గ.సా.కా 8

ఉదాహరణ 3 : 40,56 మరియు 60 యొక్క గ.సా.కాను కనుగొనుము.

సమస్య సాధన :

సోపానం 1 : మొదటగా ఏవైనా రెండు సంఖ్యల గ.సా.కాను కనుగొనాలి.

40, 56 ల యొక్క గ.సా.కా ను కనుగొందాం.

$$\begin{array}{r} 40 \overline{) 56} \quad (1 \\ \underline{-40} \\ \text{శేషం } 16 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 40 \overline{) 40} \quad (2 \\ \underline{-32} \\ \text{చివరి విభాజకం } 8) 16 \quad (2 \\ \underline{16} \\ \text{శేషం } 0 \end{array}$$

40,56 ల యొక్క గ.సా.కా 8

సోపానం 2 : ఇప్పుడు మూడవ సంఖ్యతో మొదటి రెండు సంఖ్యల యొక్క గ.సా.కా, తో తిరిగి గ.సా.కా ను కనుగొనాలి అంటే

60 మరియు 8 ల యొక్క గ.సా.కాను కనుగొనాలి. $8 < 60$ కాబట్టి

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 60} \quad (7 \\ \underline{-56} \\ \text{చివరి విభాజకం } 4) 8 \quad (2 \\ \underline{-8} \\ \text{శేషం } 0 \end{array}$$

8 మరియు 60 ల యొక్క గ.సా.కా 4

సోపానం 3 : ఇచ్చిన మూడు సంఖ్యల యొక్క గ.సా.కా 4

అనగా 40,56 మరియు 60 ల యొక్క గ.సా.కా 4



Do This

Find the HCF of 28, 35 and 49.

THINK, DISCUSS AND WRITE



Find the HCF of

- (i) any two consecutive numbers
- (ii) any two consecutive even numbers
- (iii) any consecutive odd numbers

What do you observe? Discuss with your friends.

Example-4. Two tankers contain 850 litres and 680 litres of kerosene oil, respectively. Find the maximum capacity of a container which can measure the kerosene oil of both the tankers when used an exact number of times.

Solution: The required container has to measure both the tankers in a way that the count is an exact number of times. So its capacity must be an exact divisor of the capacities of both the tankers. Moreover this capacity should be **maximum**. Thus the maximum capacity of such a container will be the HCF of 850 and 680. The **HCF** of 850 and 680 is 170.

Therefore, maximum capacity of the required container is 170 litres. It will fill the first container in 5 and the second in 4 refills.



EXERCISE - 3.4

1. Find the HCF of the following numbers by prime factorisation and continued division method?
 - i. 18, 27, 36
 - ii. 106, 159, 265
 - iii. 10, 35, 40
 - iv. 32, 64, 96, 128
2. Find the largest number which is a factor of each of the numbers 504, 792 and 1080?
3. The length, breadth and height of a room are 12m, 15m and 18m respectively. Determine the length of longest stick that can measure all the dimensions of the room in exact number of times ?
4. HCF of co-prime numbers 4 and 15 was found as follows by factorisation:
 $4 = 2 \times 2$ and $15 = 3 \times 5$ Since there is no common prime factor, HCF of 4 and 15 is 0. Is the answer correct? If not, what is the correct HCF?
5. What is the capacity of the largest vessel which can empty the oil from three vessels containing 32 litres, 24 litres and 48 litres an exact number of times?

3.7 COMMON MULTIPLES

The multiples of 4 and 6 are

Multiples of 4 = 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36,,,

Multiples of 6 = 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48,,,

Common multiples of both 4 and 6 = 12, 24, 36,,,



ఇవి చేయండి

28, 35 మరియు 49 ల యొక్క గ.సా.కా.ను కనుక్కోండి.

అలోచించి, చర్చించి రాయండి

క్రింది వాటి గ.సా.కా. కనుగొనండి.

- (i) ఏవేని రెండు వరుస సంఖ్యలు (ii) ఏవేని రెండు వరుస సరిసంఖ్యలు
- (iii) ఏవేని రెండు వరుస జేసి సంఖ్యలు
- మీరు ఏమి గమనించారు? మీ స్నేహితులతో చర్చించండి.



ఉదాహరణ 4 : రెండు ట్యాంకర్లలో వరుసగా 850 లీటర్లు, మరియు 680 లీటర్ల కిరోసిన్ ఉన్నది. రెండు ట్యాంకర్లలో ఉన్న కిరోసిన్‌ను కొలవగలిగే గరిష్ట సామర్థ్యం గల కొల పాత్ర యొక్క సామర్థ్యం ఎంత?

సాధన : రెండు ట్యాంకర్లలో ఉన్న కిరోసిన్‌ను కొలవగలిగే పాత్ర సామర్థ్యం ట్యాంకర్ల సామర్థ్యమును ఖచ్చితంగా భాగించే విభజకము కావాలి. ఈ సామర్థ్యం (విభజకం) గరిష్టంగా ఉండాలి. అనగా కొలత పాత్ర యొక్క గరిష్ట సామర్థ్యం 850, 680 ల యొక్క గ.సా.కా కావాలి. 850, 680 ల యొక్క గ.సా.కా 170.

అందుచే రెండు ట్యాంకర్లలోని కిరోసిన్‌ను కొలవగలిగే పాత్ర యొక్క గరిష్ట సామర్థ్యం 170 లీటర్లు. మొదటి ట్యాంకర్‌లోని కిరోసిన్‌ను 5 సార్లు రెండవ ట్యాంకర్‌లోని కిరోసిన్ 4 సార్లు కొలవ గల్గుతుంది.



అభ్యాసం 3.4

- ఈ కింది సంఖ్యల యొక్క గ.సా.కా ప్రధాన కారణాంక విభజన పద్ధతి మరియు భాగహార పద్ధతి ద్వారా కనుగొనుము.

i) 18, 27, 36 ii) 106, 159, 265

iii) 10, 35, 40 iv) 32, 64, 96, 128
- 504, 792 మరియు 1080 ల యొక్క ఉమ్మడి కారణాంకాలలో గరిష్ట సంఖ్యను కనుక్కోండి.
- ఒక గది యొక్క కొలతలు వరుసగా పొడవు 12 మీ., వెడల్పు 15 మీ. మరియు ఎత్తు 18మీ. గది యొక్క కొలతలన్నింటినీ ఖచ్చితంగా కొలవగలిగే తేపు యొక్క గరిష్ట పొడవును కనుక్కోండి.
- పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు 4 మరియు 15 యొక్క గ.సా.కాను ఈ కింది విధంగా కనుగొనవచ్చు.

$4 = 2 \times 2$ మరియు $15 = 3 \times 5$

రెండింటికి సామాన్య ప్రధాన కారణాంకంలు లేవు. అందుచే 4 మరియు 15 ల యొక్క గ.సా.కా '0'. ఈ సమాధానం సరియైనదేనా? సరైనది కానిచో, సరైన గ.సా.కాను తెల్పండి?
- మూడు రకాల నూనెలు 32 లీటర్లు, 24 లీటర్లు, 48 లీటర్లు యున్నాయి. మూడింటినీ ఖచ్చితంగా కొలవడానికి కావలసిన కొలత పాత్ర యొక్క గరిష్ట ఘన పరిమాణం ఎంత?

3.7 సామాన్య గుణిజాలు

- 4 మరియు 6 యొక్క గుణిజాలు
- 4 యొక్క గుణిజాలు = 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36,,,
- 6 యొక్క గుణిజాలు = 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48,,,
- 4 మరియు 6 యొక్క సామాన్య గుణిజాలు = 12, 24, 36,,,

3.7.1 Least common Multiple (LCM)

Common multiples of both 4 and 6 are 12, 24, 36,,,

Least of them is 12.

That means 12 is the lowest among the common multiples of both 4 and 6.

∴ Lowest Common Multiple (LCM) of 4 and 6 is 12

Example-5. Two bells ring together. If the bells ring at every 3 minutes and 4 minutes respectively. After what interval of time will they ring together again?

Solution: First bell rings after every 3 minutes.

i.e. First bell rings at 3 min, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24,, (multiples of 3)

Second bell rings after every 4 minutes.

i.e., Second bell rings at 4 min, 8, 12, 16, 20, 24,,, (multiples of 4)

both bells ring together after 12 min., 24 min,,, (common multiples of both 3 and 4). Least of them (LCM) is 12 min.

That means after 12 minutes they ring together again.

Thus, we can say that

The least common multiple of two or more given numbers is the lowest (or smallest or least) of their common multiples.

Instead of writing all the common multiples of the given numbers every time to identify the least one of them, we can just find the LCM of those numbers directly.

3.7.2 Methods of Finding LCM

1. Prime Factorization Method

The LCM of 36 and 60 can be found by prime factorization method as follows:-

Step-1: Express each number as a product of prime factors.

$$\text{Factors of 36} = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$\text{Factors of 60} = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

Step-2: Take the common factors of both: $2 \times 2 \times 3$

Step-3: Take the extra factors of both 36 and 60 i.e. 3 and 5.

Step-4: LCM is found by the product of all common prime factors of two numbers and extra prime factors of both.

$$\text{Hence, the LCM of 36 and 60} = (2 \times 2 \times 3) \times 3 \times 5 = 180$$



TRY THIS

1. Find LCM of

i. 3, 4

ii. 10, 11

iii. 5, 6, 7

iv. 10, 30

v. 4, 12, 24

vi. 3, 12

What do you observe?

3.7.1 కనిష్ట సామాన్య గుణిజం (క.సా.గు)

4 మరియు 6 యొక్క సామాన్య గుణిజాలు = 12, 24, 36,,,

కనిష్ట సామాన్య గుణిజం = 12

అనగా సామాన్య గుణిజాలలో కనిష్ట సంఖ్య = 12

∴ 4 మరియు 6 యొక్క కనిష్ట సామాన్య గుణిజం (క.సా.గు) = 12

ఉదాహరణ 5 : రెండు గంటలు మ్రోగుతున్నాయి. మొదటి గంట ప్రతీ 3 నిమిషాలకు రెండవ గంట ప్రతీ 4 నిమిషాలకు మ్రోగుతున్నాయి. ఎప్పుడు రెండు గంటలు కలిసి ఒకేసారి మ్రోగుతాయి?

సాధన : మొదటి గంట ప్రతీ 3 నిమిషాల కొకసారి మ్రోగుతుంది.

అనగా మొదటి గంట 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24,,, (3యొక్క గుణిజాలు) నిమిషాల కొకసారి మ్రోగుతుంది. రెండవ గంట ప్రతీ 4 నిమిషాల కొకసారి మ్రోగుతుంది.

అనగా రెండవ గంట 4, 8, 12, 16, 20, 24,,, (4 యొక్క గుణిజాలు) నిమిషాల కొకసారి మ్రోగుతుంది.

రెండు గంటలు కలిసి 12 నిమిషాలు, 24 నిమిషాలు,..... (3 మరియు 4 యొక్క ఉమ్మడి గుణిజాలు)కు మ్రోగుతాయి. పై రెండింటిలో కనిష్ట విలువ (క.సా.గు) = 12 నిమిషాలు

కాబట్టి రెండు గంటలు మరలా 12 నిమిషాల తర్వాత ఒకేసారి మ్రోగుతాయి.

అందుచే కసాగు ను ఈ విధంగా చెప్పవచ్చు.

రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యల గుణిజాలలో కనిష్ట ఉమ్మడి గుణిజమును ఆ సంఖ్యల “కనిష్ట సామాన్య గుణిజము” అంటారు.

ప్రతీసారి అన్ని సంఖ్యల గుణిజాలు రాయడానికి బదులుగా కనిష్ట ఉమ్మడి గుణిజంను గుర్తించి క.సా.గు గా రాయాలి.

3.7.2 క.సా.గు ను కనుగొనే విధానం

1. ప్రధాన కారణంకాల పద్ధతిలో క.సా.గు

36 మరియు 60 సంఖ్యల యొక్క క.సా.గును ప్రధాన కారణంకాల లబ్ధం పద్ధతిలో సాధించే విధానంను పరిశీలిద్దాం.

సోపానం 1 : ఇచ్చిన సంఖ్యలు 36 మరియు 60 లను ప్రధాన సంఖ్యల లబ్ధముగా రాయాలి.

$$36 \text{ యొక్క కారణంకంలు} = \boxed{2} \times \boxed{2} \times \boxed{3} \times 3$$

$$60 \text{ యొక్క కారణంకంలు} = \boxed{2} \times \boxed{2} \times \boxed{3} \times 5$$

సోపానం 2 : రెండింటి యొక్క ఉమ్మడి కారణంకాలను తీసుకోవాలి $2 \times 2 \times 3$

సోపానం 3 : 36 మరియు 60 రెండింటిలో మిగిలిన కారణంకాలను తీసుకోవాలి. అనగా 3 మరియు 5.

సోపానం 4 : రెండు సంఖ్యల యొక్క ఉమ్మడి కారణంకాలు, మిగిలిన కారణంకాల లబ్ధంను క.సా.గు గా తీసుకోవాలి.

$$\text{అనగా } 36 \text{ మరియు } 60 \text{ యొక్క క.సా.గు} = (2 \times 2 \times 3) \times 3 \times 5 = 180$$



ప్రయత్నించండి

1. ఈ కింది వాటి క.సా.గు కనుక్కోండి.

i) 3, 4 ii) 10, 11 iii) 5, 6, 7 iv) 10, 30 v) 4, 12, 24 vi) 3, 12

పై ఫలితాల నుండి మీరు ఏమి గమనించారు?

If one of the two given numbers is a multiple of the other, then the greater number is the LCM of the given numbers.

2. Division Method

To find the LCM of 24 and 90:

2	24, 90
3	12, 45
	4, 15

Step-1: Arrange the given numbers in a row.

Step-2: Then divide by a least prime number which divides at least two of the given numbers and carry forward the numbers which are not divisible by that number if any.

Step-3: Repeat the process till numbers have no common factor other than 1.

Step-4: LCM is the product of the divisors and the remaining numbers.

Thus, the LCM of 24 and 90 is $2 \times 3 \times 4 \times 15 = 360$

Example-6. Find the LCM of 21, 35 and 42.

Solution:

7	21, 35, 42
3	3, 5, 6
	1, 5, 2

Thus, the LCM of 21, 35 and 42 is $7 \times 3 \times 5 \times 2 = 210$

THINK, DISCUSS AND WRITE

When will the LCM of two or more numbers be their own product?



EXERCISE - 3.5

- Find the LCM of the following numbers by prime factorisation method.
 - 12, 15
 - 15, 25
 - 14, 21
 - 18, 27
 - 48, 56, 72
 - 26, 14, 91
- Find the LCM of the following numbers by division method.
 - 84, 112, 196
 - 102, 119, 153
 - 45, 99, 132, 165
- Find the smallest number which when added to 5 is exactly divisible by 12, 14 and 18.
- Find the greatest 3 digit number which when divided by 75, 45 and 60 leaves:
 - no remainder
 - the remainder 4 in each case
- Prasad and Raju met in the market on 1st of this month. Prasad goes to the market every 3rd day and Raju goes every 4th day. On what day of the month will they meet again?

“ఇచ్చిన రెండు సంఖ్యలలో మొదటి సంఖ్య రెండవ దాని గుణిజమైతే ఆ సంఖ్యల క.సా.గు మొదటి సంఖ్య అవుతుంది.”

2. భాగహార పద్ధతిలో క.సా.గు

24 మరియు 90 ల క.సా.గు ను కనుక్కోండి.

2	24, 90
3	12, 45
	4, 15

సోపానం 1 : ఇచ్చిన సంఖ్యలను ఒక అడ్డు వరుసలో అమర్చండి.

సోపానం 2 : కనీసం రెండు సంఖ్యలను భాగించ గల ప్రధాన సంఖ్యతో భాగించాలి. భాగింపబడని సంఖ్యను కిందికి అలాగే తీసుకోవాలి.

సోపానం 3 : అలాగే ప్రధాన సంఖ్యలతో భాగిస్తూ, చివరి వరకు 1 మాత్రమే సామాన్య కారణాంకంగా ఉండే వరకు భాగహారం కొనసాగించాలి.

సోపానం 4 : భాజకములు మరియు చివరగా మిగిలిన సంఖ్యల లబ్ధం ఇచ్చిన సంఖ్యల క.సా.గు

$$\text{కావున } 24 \text{ మరియు } 90 \text{ ల క.సా.గు} = 2 \times 3 \times 4 \times 15 = 360$$

ఉదాహరణ 6 : 21,35, 42 ల క.సా.గు కనుక్కోండి.

సాధన :

7	21, 35, 42
3	3, 5, 6
	1, 5, 2

$$21,35, 42 \text{ ల క.సా.గు} = 7 \times 3 \times 5 \times 2 = 210$$

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

ఏ సందర్భంలో రెండు లేదా అంత కంటే ఎక్కువ సంఖ్యల క.సా.గు ఆ సంఖ్యల లబ్ధము అవుతుంది.



అభ్యాసం 3.5

- ఈ కింది సంఖ్యల క.సా.గు ప్రధాన కారణాంక లబ్ధం పద్ధతి ఉపయోగించి కనుగొనండి.
 - 12, 15
 - 15, 25
 - 14, 21
 - 18, 27
 - 48, 56, 72
 - 26, 14, 91
- ఈ కింది సంఖ్యల క.సా.గు ను భాగహార పద్ధతిలో కనుగొనండి.
 - 84, 112, 196
 - 102, 119, 153
 - 45, 99, 132, 165
- ఏ కనిష్ట సంఖ్యకు 5ను కూడిన ఆ సంఖ్య 12, 14 మరియు 18ల చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది?
- ఏ గరిష్ట మూడంకెల సంఖ్యను 75,45 మరియు 60 లచే భాగిస్తే
 - శేషం సున్న వస్తుంది
 - శేషం ప్రతి సందర్భంలో 4 వచ్చును
- ప్రసాదు, రాజు మార్కెట్లో ఈ నెల 1వ తారీఖున కలిశారు. ప్రసాదు 3 రోజులకొకసారి, రాజు 4 రోజుల కొకసారి మార్కెట్కు వెళ్తారు. ఏ రోజున మరల ప్రసాదు, రాజు మార్కెట్లో కలుసుకొంటారు?

3.8 RELATIONSHIP BETWEEN LCM AND HCF

Consider the numbers 18 and 27.

Product of prime factors of 18 = $2 \times 3 \times 3$; Product of prime factors of 27 = $3 \times 3 \times 3$

LCM of 18 and 27 = $3 \times 3 \times 3 \times 2 = 54$

HCF of 18 and 27 = $3 \times 3 = 9$

LCM \times HCF = $54 \times 9 = 486$

Product of 18 and 27 = $18 \times 27 = 486$

What do you observe?

We observe that **Product of LCM and HCF of the two numbers = Product of the two numbers.**

Example 7. Find the LCM of 8 and 12 and then find their HCF using the above relation

Solution: LCM of 8 and 12 = $2 \times 3 \times 4 = 24$

We know, LCM \times HCF = product of the two numbers

$$\begin{array}{c|c} 4 & 8, 12 \\ \hline & 2, 3 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{HCF} &= \frac{\text{Product of the two numbers}}{\text{LCM}} \\ &= \frac{8 \times 12}{24} = 4 \end{aligned}$$

Hence, HCF of 8 and 12 = 4

THINK, DISCUSS AND WRITE

1. What is the LCM and HCF of twin-prime numbers?
2. Interpret relationship between LCM and HCF of any two numbers.



EXERCISE - 3.6

1. Find the LCM and HCF of the following numbers.

i) 15, 24

ii) 8, 25

iii) 12, 48

Check their relationship.

2. If the LCM of two numbers is 216 and their product is 7776, what will be the HCF?
3. The product of two numbers is 3276. If their HCF is 6, find their LCM?
4. The HCF of two numbers is 6 and their LCM is 36. If one of the numbers is 12, find the other.

3.8 క.సా.గు మరియు గ.సా.భా. ల మధ్య సంబంధం

18 మరియు 27లను తీసుకొందాం.

18 ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధం = $2 \times 3 \times 3$; 27 ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధం = $3 \times 3 \times 3$

18 మరియు 27ల క.సా.గు = $3 \times 3 \times 3 \times 2 = 54$

18 మరియు 27 ల గ.సా.భా = $3 \times 3 = 9$

క.సా.గు \times గ.సా.భా = $54 \times 9 = 486$

18, 27 ల లబ్ధం = $18 \times 27 = 486$

మీరు ఏమి గమనించారు?

రెండు సంఖ్యల క.సా.గు మరియు గ.సా.భా. ల లబ్ధం = రెండు సంఖ్యల లబ్ధం అని మనం గమనించవచ్చు.

ఉదాహరణ 7 : 8 మరియు 12 ల యొక్క క.సా.గు కనుగొనండి. క.సా.గు, గ.సా.భాల మధ్య గల సంబంధం ఉపయోగించి గ.సా.భా కనుక్కోండి.

సాధన : 8, 12 యొక్క క.సా.గు = $2 \times 3 \times 4 = 24$

క.సా.గు. \times గ.సా.భా. = ఆ రెండు సంఖ్యల లబ్ధం అని మనకు తెలుసు

$$\begin{aligned} \text{గ.సా.భా.} &= \frac{\text{రెండు సంఖ్యల లబ్ధం}}{\text{క.సా.గు.}} \\ &= \frac{8 \times 12}{24} = 4 \end{aligned}$$

కావున, 8 మరియు 12 ల గ.సా.భా = 4

4	8, 12
	2, 3

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

1. రెండు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యల క.సా.గు మరియు గ.సా.భాలను కనుగొనండి.
2. ఏవేని రెండు సంఖ్యల యొక్క క.సా.గు మరియు గ.సా.భాల మధ్య సంబంధాన్ని వ్యాఖ్యానించండి.



అభ్యాసం 3.6

1. ఈ కింది సంఖ్యల క.సా.గు, గ.సా.భాలను కనుక్కోండి.

i) 15, 24

ii) 8, 25

iii) 12, 48

వాటి మధ్య సంబంధంను సరిచూడండి.

2. రెండు సంఖ్యల యొక్క క.సా.గు 216 మరియు వాటి లబ్ధం 7776 అయిన వాటి గ.సా.భా ఎంత?

3. రెండు సంఖ్యల లబ్ధం 3276. వాటి గ.సా.భా 6 అయిన క.సా.గు ఎంత?

4. రెండు సంఖ్యల గ.సా.భా 6 మరియు క.సా.గు 36. ఆ సంఖ్యలలో ఒక సంఖ్య 12 అయిన రెండవ సంఖ్య కనుగొనండి.

3.9 DIVISIBILITY RULES FOR 4, 8 AND 11

We have learnt the divisibility rules for 2, 3, 5, 6, 9 and 10. Now, we derive the divisibility rule for 4, 8 and 11.

3.9.1 Divisibility Rule for '4'

Observe the pattern

Number	Can be written as	Whether divisible by 4?
100	100	Yes
600	6×100	Yes
1000	10×100	Yes
10000	100×100	Yes
100000	1000×100	Yes

From the above table, we can observe that 100 is divisible by four. Here 600, 1000, 10000, 100000 can be expressed as a multiple of 100. So, these numbers are also divisible by 4.

You know that all even numbers are divisible by 2.

Are all even numbers also divisible by 4?

Let us verify.

126 is an even number divisible by 2. Is 126 divisible by 4?

126 can be written as $126 = 100 + 26$

You know that 100 is divisible by 4. But 26 is not divisible by 4.

Hence, we can say that all even numbers are not necessarily divisible by 4.

For example, consider 76532.

76532 can be written as $70000 + 6000 + 500 + 30 + 2$.

You know that 100, 1000, 10000 are multiples of 100, and 100 is divisible by 4. So we need not test them every time. So, it is enough to test the last two digits of the given number i.e. 32. Is 32 divisible by 4? Yes. It is divisible by 4. Hence, we can say that 76532 is also divisible by 4.

You already know that odd numbers are not divisible by 4.

3.9 4, 8 మరియు 11 యొక్క భాజనీయతా సూత్రాలు

మనము 2,3,5,6,9, 10 యొక్క భాజనీయతా సూత్రాలను నేర్చుకొన్నాం. ఇప్పుడు 4,8, మరియు 11 ల యొక్క భాజనీయతా సూత్రాలను కనుగొందాం.

3.9.1 '4' యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

ఈ కింది అమరికను గమనించండి.

సంఖ్య	ఇలా రాస్తే	4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా?
100	100	అవును
600	6×100	అవును
1000	10×100	అవును
10000	100×100	అవును
100000	1000×100	అవును

పై పట్టికను గమనిస్తే, 100, 4చే భాగింపబడుతుంది ($100 = 25 \times 4$) మరియు 600, 1000, 10000, 100000 సంఖ్యలు 100 యొక్క గుణిజాలుగా వ్యక్తపరచబడినవి. అందుచే ఈ సంఖ్యలన్నియూ 4చే భాగింపబడతాయి.

సరిసంఖ్యలన్నియూ 2చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయని మనకు తెలుసు.

సరి సంఖ్యలన్నియూ 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయా?

ఈ కింది వాటిని గమనించండి.

126 సరిసంఖ్య, 2చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది. 126, 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా?

126ను $126 = 100 + 26$ గా రాయవచ్చు.

మీకు తెలుసు 100, 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందని, కాని 26, 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడదు.

అందుచే సరిసంఖ్యలన్నియూ 4చే భాగింపబడనవసరం లేదు అని చెప్పవచ్చు.

ఉదాహరణగా 76532ను పరిశీలిద్దాం!

$76532 = 70000 + 6000 + 500 + 30 + 2$ గా రాయవచ్చు.

100 యొక్క గుణిజాలు 100, 1000, 10000లు 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయి. అందుచే వాటిని ప్రతీసారి 4చే భాగింపబడతాయా? లేదా? అని పరిశీలించవలసిన అవసరము లేదు. అందుచే సంఖ్య యొక్క చివరి రెండు అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్య అనగా 32 ను పరిశీలిస్తే సరిపోతుంది. 32, 4 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా? మనకు తెలుసు 32, 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది. అందుచే 76532, 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

బేసి సంఖ్యలు 4 చే భాగింపబడవు అనే విషయం మీ అందరకు తెలుసు కదా!

A number is divisible by 4, if the number formed by its last two digits (i.e. tens and ones) is divisible by 4.

Note: This rule works for number greater than hundred. For smaller numbers (1 or 2 digit numbers) we have to do actual division.

Example-8. Verify whether 56496 is divisible by 4?

Solution: $56496 = 50000 + 6000 + 400 + 96$

We already know that 50000, 6000, 400 are all multiples of 100, they are completely divisible by 4.

We need to test whether 96 (the last two digits) is divisible by 4 or not.

96 is divisible by 4.

So, the given number 56496 is also divisible by 4



DO THIS

1. Is 100000 divisible by 4? Why?
2. Give an example of a 2 digit number that is divisible by 2 but not divisible by 4?

3.9.2 Divisibility Rule for 8

We have learnt the divisibility rule for 4. It is based on expanding the number. Since 10 is not divisible by 4 so we consider 100 and any number greater than 100 can be written as multiple of 100, so if the last two digits are divisible by four it will be divisible by 4. Similarly since 10 is not divisible by 8, we think of 100.

Is 100 divisible by 8? No

Is 1000 divisible by 8? Yes

We know that any number greater than 1000 can be written as something added to multiple of 1000. For example $4825 = 4 \times 1000 + 825$.

Thus we can say that if last three digits of a number is divisible by 8 then the number will be divisible by 8. Let us see an example-

Example-9. Verify whether 93624 is divisible by 8?

Solution: $93624 = 90000 + 3000 + 600 + 20 + 4$

We know that 1000 is divisible by 8.

Here, 90000 and 3000 are multiples of 1000, they are certainly divisible by 8.

So, it is enough to test the divisibility of the last three digits of the number.

Is 624 divisible by 8? Yes.

Hence, the given number 93624 is also divisible by 8.

“ఒక సంఖ్య యొక్క చివరి రెండు అంకెలతో (ఒకట్ల, పదుల స్థానములోని) ఏర్పడిన సంఖ్య 4చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడితే ఆ సంఖ్య 4చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుంది.”

గమనిక: పై నియమం 100 కంటే పెద్ద సంఖ్యలకు వర్తిస్తుంది, చిన్న సంఖ్యలకు భాగాహార పద్ధతిలో భాజనీయతను పరిశీలించవచ్చు.

ఉదాహరణ 8 : 56496, 4చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుందా? పరిశీలించండి.

సాధన : $56496 = 50000 + 6000 + 400 + 96$

50000, 6000, 400 సంఖ్యలు 100 యొక్క గుణిజాలు అని మనకు తెలుసు. అవి 4చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడతాయి.

మనం 96, (చివరి రెండు అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్య) 4చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుందా? లేదా? అన్నదానిని పరిశీలించాలి.

96, 4 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుంది.

కనుక ఇచ్చిన సంఖ్య 56496 కూడా 4చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుంది.



ఇవి చేయండి

1. 100000, 4చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుందా? ఎందుచేత?
2. 2చే భాగింపబడి, 4చే భాగింపబడని రెండంకెల సంఖ్యలకు ఉదాహరణలిమ్ము.

3.9.2 8 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

4 యొక్క భాజనీయతా సూత్రాలను నేర్చుకొన్నాం. సంఖ్యను విస్తరించి దాని ఆధారంగా పరిశీలించాము. 10, 4యొక్క గుణిజం కాదు. అందుచే 100ను తీసుకొని 100 కంటే పెద్దవైన సంఖ్యలను 100 యొక్క గుణిజాలుగా వ్యక్తపరిచాం. అందుచే చివరి రెండంకెల సంఖ్య 4చే భాగింపబడితే ఆ సంఖ్య 4చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుంది. అదే విధంగా 10, 8 యొక్క గుణిజం కాదు. 100ను గూర్చి ఆలోచిద్దాం.

8చే 100, నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుందా? భాగించబడదు.

1000, 8చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుందా? అవును.

మనకు తెలుసు 1000 కంటే పెద్ద సంఖ్యను 1000 యొక్క గుణిజం గాను లేదా 1000 గుణిజంనకు కొంత మొత్తం ఎక్కువగాను చూప గల్గుతాం.

ఉదాహరణకు $4825 = 4 \times 1000 + 825$

అందుచే చివరి మూడు అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్య 8 చే భాగింపబడితే, ఆ సంఖ్య 8చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుంది. ఒక ఉదాహరణను చూద్దాం.

ఉదాహరణ 9 : 93624, 8 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుందా? పరిశీలించండి.

సాధన : $93624 = 90000 + 3000 + 600 + 20 + 4$

1000, 8 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుందని మనకు తెలుసు. కదా!

అదే విధంగా 90000 మరియు 3000, 1000 యొక్క గుణిజాలు కాబట్టి ఈ రెండు సంఖ్యలు కూడా 8చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడతాయి.

అందుచే 8 యొక్క భాజనీయతను పరిశీలించాలంటే ఒక సంఖ్య యొక్క చివరి మూడు అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్యను పరిశీలిస్తే సరిపోతుంది.

624, 8 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుందా? అవును.

అందుచే 93624 అనే సంఖ్య 8 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుంది.

A number with 4 or more digits is divisible by 8, if the number formed by its last three digits is divisible by 8. The divisibility for numbers with 1, 2 or 3 digits by 8 has to be checked by actual division.



DO THIS

1. Is 76104 divisible by 8?
2. Write the numbers that are divisible by 8 & lie between 100 and 200?

3.9.3 Divisibility Rule for 11

Fill in the blanks and complete the table.

Number	Sum of the digits at odd places (from the right)	Sum of the digits at even places (from the right)	Difference	Is the difference divisible by 11
29843				
90002				
80927				
19091908	$8+9+9+9=35$	$0+1+0+1=2$	$35-2=33$	Yes
83568				

What do you observe from the table?

We observe that in each case the difference is either 0 or divisible by 11. All these numbers are also divisible by 11.

For the number 83568, the difference is 12 which is not divisible by 11. The number 83568 is also not divisible by 11.

A given number is divisible by 11, if the difference between the sum of the digits at odd places and the sum of the digits at even places (from the right) is either 0 or divisible by 11.

Example-10. Is 6535 divisible by 11?

Solution: Sum of the digits at odd places = $5 + 5 = 10$

Sum of the digits at even places = $3 + 6 = 9$

Their difference = $10 - 9 = 1$

Is 1 divisible by 11? No

So, 6535 is not divisible by 11.

Example-11. Is 1221 divisible by 11?

Solution: Sum of the digits at odd places = $1 + 2 = 3$

Sum of the digits at even places = $2 + 1 = 3$

Their difference = $3 - 3 = 0$

So, 1221 is divisible by 11.

“4 లేదా అంతకంటే ఎక్కువ అంకెలు గల సంఖ్యలకు చివరి మూడు అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్య 8 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడినచో ఇచ్చిన సంఖ్య 8 చే కూడా నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.” 1, 2 లేదా 3 అంకెల సంఖ్యలు 8 చే భాగింపబడతాయో లేదో చూడడానికి ఆ సంఖ్యలను 8 తో భాగహారం చేసి చూడాలి.



ఇవి చేయండి

1. 76104, 8 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా?
2. 100 మరియు 200 ల మధ్య గల సంఖ్యలలో 8చే భాగింపబడే సంఖ్యలను రాయండి.

3.9.3 11 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

ఈ కింది పట్టికలోని ఖాళీలను పూరించండి.

సంఖ్య	బేసి స్థానాలలోని అంకెల మొత్తం (కుడివైపు నుండి)	సరిస్థానాలలోని అంకెల మొత్తం (కుడివైపు నుండి)	తేడా	ఇచ్చిన సంఖ్యల భేదం 11చే భాగింపబడుతుందా?
29843				
90002				
80927				
19091908	$8+9+9+9=35$	$0+1+0+1=2$	$35-2=33$	అవును
83568				

పై పట్టిక నుండి ఏమి గమనించారు?

ప్రతి సందర్భంలో ఈ తేడా '0' లేదా 11 యొక్క గుణిజము. అందుచే ఈ సంఖ్యలన్నియూ 11 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయి.

కాని 83568 లో తేడా 12 అందుచే 83568, 11 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడదు. కనుక 83568 కూడా 11 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడదు.

ఒక సహజసంఖ్యలో కుడి నుండి ఎడమవైపుకుపోతూ అంకె వదిలి అంకెను తీసుకొని ఆ అంకెల మొత్తం కనుగొనాలి. తర్వాత వదిలి వేసిన అంకెల మొత్తంను కనుగొనాలి. ఈ మొత్తాల భేదం 11 చే భాగింపబడితే ఆ సంఖ్య 11 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

ఉదాహరణ 10 : 11 చే 6535, నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా?

సాధన : 6535 లో బేసి స్థానాలలోని అంకెల మొత్తం = $5+5 = 10$

సరి స్థానములలోని అంకెల మొత్తం = $3+6 = 9$

రెండు మొత్తాల మధ్య తేడా = $10-9 = 1$

1, 11 చే భాగింపబడుతుందా? లేదు

అందుచేత 6535, 11 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడదు.

ఉదాహరణ 11 : 1221, 11 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా?

సాధన : 1221 లో బేసిస్థానంలోని అంకెల మొత్తం = $1+2 = 3$

సరిస్థానంలోని అంకెల మొత్తం = $2+1 = 3$

రెండు మొత్తాల మధ్య తేడా = $3-3 = 0$

అందుచేత 1221, 11 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.



TRY THESE

1221 is a **Palindrome number**, which on reversing their digits gives the same number. Thus, every Palindrome number with even number of digits, is always divisible by 11.

Write a Palindrome number of 6 digits and verify whether it is divisible by 11 or not?



EXERCISE - 3.7

- Which of the following numbers are divisible by 4?
 - 572
 - 21,084
 - 14,560
 - 1,700
 - 2150
- Test whether the following numbers are divisible by 8?
 - 9774
 - 5,31,048
 - 5500
 - 6136
 - 4152
- Check whether the following numbers are divisible by 11?
 - 859484
 - 10824
 - 20801
- Verify whether the following numbers are divisible by 4 and by 8?
 - 2104
 - 726352
 - 1800
- Find the smallest number that must be added to 289279, so that it is divisible by 8?
- Find the smallest number that can be subtracted from 1965, so that it becomes divisible by 4?
- Write all the possible numbers between 1000 and 1100, that are divisible by 11?
- Write the nearest number to 1240 which is divisible by 11?
- Write the nearest number to 105 which is divisible by 4?



WHAT HAVE WE DISCUSSED?

- We have discussed multiples, divisors, factors and have seen how to identify factors and multiples.
- We have discussed the following:
 - A factor of a number is an exact divisor of that number.
 - Every number is a factor of itself. 1 is a factor of every number.
 - Every factor of a number is less than or equal to the given number.
 - Every number is a multiple of each of its factors.
 - Every multiple of a given number is greater than or equal to that number.
 - Every number is a multiple of itself.





ప్రయత్నించండి

1221 అనునది “ద్విముఖ సంఖ్య” (పాలిన్ డ్రోమ్ సంఖ్యలు) ద్విముఖ సంఖ్య అనగా ఏ వైపు నుండి అనగా కుడి నుండి ఎడమ వైపు లేదా ఎడమ నుండి కుడివైపు మార్చి వ్రాయగ సంఖ్య మారదు.

అందుచే ప్రతీ సరి అంకెలు గల్గిన ద్విముఖ సంఖ్య, 11చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుంది. 6 అంకెల ద్విముఖ సంఖ్యను రాయండి.



అభ్యాసం 3.7

- ఈ కింది వానిలో 4చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడే సంఖ్యలేవి?
 - 572
 - 21,084
 - 14,560
 - 1,700
 - 2,150
- ఈ కింది సంఖ్యలు 8 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడతాయా? పరీక్షించండి.
 - 9774
 - 5,31,048
 - 5500
 - 6136
 - 4152
- ఈ కింది సంఖ్యలు 11 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడతాయా? సరిచూడుము?
 - 859484
 - 10824
 - 20801
- ఈ కింది సంఖ్యలలో ఏ సంఖ్యలు 4 మరియు 8ల చే భాగింపబడతాయి?
 - 2104
 - 726352
 - 1800
- 289279 సంఖ్యకు ఏ కనిష్ట సంఖ్యను కూడిన 8చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుంది?
- 1965 సంఖ్య నుండి ఏ కనిష్ట సంఖ్యను తీసివేస్తే 4 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుంది?
- 1000, 1100 ల మధ్య గల సంఖ్యలలో 11 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడే సంఖ్యలను రాయండి.
- 1240 నకు సమీపంలో గల 11 యొక్క గుణిజంను రాయండి.
- 105 నకు దగ్గరగా ఉన్న సంఖ్యలలో ఏ సంఖ్య 4చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుంది?



మనం నేర్చుకొన్నవి

- గుణిజాలు, కారణాంకాలు, భాజకాలను గూర్చి నేర్చుకొన్నాం. ఇచ్చిన సంఖ్యలలో కారణాంకాలు, గుణిజాలను ఎంపిక చేయడం నేర్చుకొన్నాం.
- ఈ కింది అంశాలను కనుగొని, నేర్చుకొన్నాం.
 - ప్రతి సంఖ్య దానికదే కారణాంకం మరియు 1 ప్రతి సంఖ్యకు కారణాంకం.
 - ఒక సంఖ్యను నిశ్చేషంగా భాగించే సంఖ్య ఆ సంఖ్యకు కారణాంకం.
 - ఒక సంఖ్య యొక్క ప్రతి కారణాంకం ఆ సంఖ్యకు సమానంగా గాని లేదా తక్కువగా గాని ఉంటుంది.
 - ప్రతి సంఖ్య దాని కారణాంకానికి గుణిజం.
 - సంఖ్య యొక్క ప్రతి గుణిజం ఆ సంఖ్యకు సమానంగా గాని లేదా అంతకంటే ఎక్కువగా గాని ఉంటుంది.
 - ప్రతి సంఖ్య దానికదే ఒక గుణిజం.



3.
 - i) The number other than 1, with only factors namely 1 and the number itself, is a prime number. Numbers that have more than two factors are called composite numbers. Number 1 is neither prime nor composite.
 - ii) 2 is the smallest prime number and is even. Every prime number other than 2 is odd.
 - iii) Two numbers with only 1 as a common factor are called co-prime numbers.
 - iv) If a number is divisible by another number then it is divisible by each of the factors of that number.
 - v) A number divisible by two co-prime numbers is divisible by their product also.
4. We have discussed how we can find just by looking at a number, whether it is divisible by small numbers 2, 3, 4, 5, 8, 9 and 11. We have explored the relationship between digits of the numbers and their divisibility by different numbers.
 - i) Divisibility by 2, 5 and 10 can be seen by just the last digit.
 - ii) Divisibility by 3 and 9 is checked by finding the sum of all digits.
 - iii) Divisibility by 4 and 8 is checked by the last 2 and 3 digits respectively.
 - iv) Divisibility of 11 is checked by comparing the sum of digits at odd and even places.
5. We have discovered that if two numbers are divisible by a number then their sum and difference are also divisible by that number.
6.
 - i) The Highest Common Factor (HCF) of two or more given numbers is the highest of their common factors.
 - ii) The Lowest Common Multiple (LCM) of two or more given numbers is the lowest of their common multiples.
7. If one of the two given numbers is a multiple of the other, then the greater number will be their LCM.
8. Relationship between LCM and HCF: $LCM \times HCF = \text{Product of the two numbers}$.

Dattathreya Ramachandra Kaprekar (India)

1905 - 1986 AD

He is a teacher, who played with numbers.

6174 is known as Kaprekar's constant.

He generated demlo numbers and self numbers.



3.
 - i) 1 తప్ప, మిగిలిన సంఖ్యలలో 1 మరియు అదే సంఖ్య కారణాంకంగా గల సంఖ్యలను ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు. రెండు కంటే ఎక్కువ కారణాంకాలను కలిగిన సంఖ్యలను సంయుక్త సంఖ్యలు అంటారు. 1 ప్రధాన సంఖ్య కాదు, సంయుక్త సంఖ్య కాదు.
 - ii) 2 కనిష్ట ప్రధానసంఖ్య 2 సరి ప్రధాన సంఖ్య. 2 మినహా మిగిలిన అన్ని ప్రధాన సంఖ్యలు బేసిసంఖ్యలే.
 - iii) '1' మాత్రమే ఉమ్మడి కారణాంకంగా గలిగిన సంఖ్యలను పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు లేదా సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు.
 - iv) ఒక సంఖ్యను మరో సంఖ్య నిశ్చేషంగా భాగిస్తే రెండోసంఖ్య కారణాంకాలన్నీ మొదటి సంఖ్యకు కూడా కారణంకాలు.
 - v) ఒక సంఖ్య రెండు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలచే భాగింపబడితే, వాటి లబ్ధంతో కూడా ఆ సంఖ్య భాగింపబడుతుంది.
4. ఒక సంఖ్యను కేవలం చూడడం ద్వారా అది చిన్న సంఖ్యలైన 2, 3, 4, 5, 8, 9 మరియు 11 చే భాగించబడుతుందా లేదా అనే దానిని మనం ఎలా కనుగొనగలమో చర్చించుకున్నాము. వివిధ సంఖ్యలచే సంఖ్యలలోని అంకెలకు మరియు వాటి భాజనీయతకు గల సంబంధాన్ని అన్వేషించాము.
 - i) సంఖ్య చివరి అంకె అనగా ఒకట్ల స్థానములోని అంకెను పరిశీలించి 2,5,10 యొక్క భాజనీయతను చెప్పవచ్చు.
 - ii) సంఖ్యలోని అంకెల మొత్తంను కనుగొని 3,9 యొక్క భాజనీయతను చెప్పవచ్చు.
 - iii) సంఖ్యలోని చివరి రెండంకెలు, మూడంకెలు పరిశీలించి 4,8 యొక్క భాజనీయతను చెప్పవచ్చు.
 - iv) ఒక సంఖ్యలో, బేసిస్థానంలో ఉన్న అంకెల మొత్తం, సరి స్థానంలో ఉన్న అంకెల మొత్తంల తేడాను కనుగొని 11 యొక్క భాజనీయతను చెప్పవచ్చు.
5. రెండు సంఖ్యలు ఒక సంఖ్యచే భాగింపబడితే, ఆ సంఖ్యల మొత్తం, భేదం కూడా ఆ సంఖ్యచే భాగింపబడుతుంది.
6.
 - i) రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యల యొక్క కారణాంకాలలో గరిష్టంగా ఉన్న విలువను గరిష్ట సామాన్య భాజకం అంటారు.
 - ii) రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యల యొక్క గుణిజాలలో కనిష్టంగా ఉన్న విలువను "కనిష్ట సామాన్య గుణిజం" అంటారు.
7. రెండు సంఖ్యలలో ఒకటి మరొకదాని గుణిజం అయిన, పెద్ద సంఖ్య ఆ సంఖ్యల క.సా.గు. అవుతుంది.
8. క.సా.గు., గ.సా.కాల మధ్య సంబంధం: క.సా.గు. \times గ.సా.కా = రెండు సంఖ్యల లబ్ధం

దత్తాత్రేయ రామచంద్ర కాప్రేకర్ (భారతదేశం)

క్రీ.శ. 1905 - 1986

సంఖ్యలతో అనేక ప్రయోగాలు చేసిన ఉపాధ్యాయుడు.

6174 ను 'కాప్రేకర్ స్థిరాంకం' అందురు.

ఈయన డెమ్లా సంఖ్యలు మరియు సెల్ఫ్ సంఖ్యలను రూపొందించారు.





4.1 INTRODUCTION

We see a variety of things around us. There are buildings, utensils, furniture, pictures and lot more. You must have seen rangoli or mehendi designs. Have you ever made these? How do you make these designs?

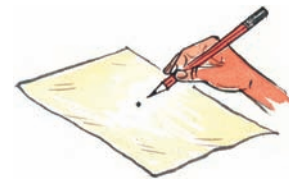


We use various geometrical shapes in them.

Observe some objects around you and identify what shapes you can see in them. For eg., screen of TV is in rectangle shape. Similarly, face of a fridge, pencil box, book etc. are also in rectangular shape. But what about a glass, bindi, flower etc? We have learnt about some geometric shapes in earlier classes. In this chapter, we will learn more about such geometric shapes.

4.2 POINT

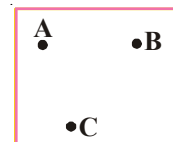
Take a sharpened pencil and mark a dot on the paper. As you take even more sharper pencil, the dot will become smaller. Observe the almost invisible tiny dot. It will give you an idea of a point. A point determines a location. Think of some examples which look like points.



The distant stars also give us an idea of point. We use a point to locate Hyderabad in Telangana map. Think more examples where you use a point to locate some specific thing in a picture, diagram or map.



A point is denoted by a capital letter. In the adjacent figure A, B and C are three points. They are read as point A, point B and point C.



DO THIS

- Four points are marked in the given rectangle. Name them.





4.1 పరిచయం

నిత్య జీవితంలో మనం అనేక రకాలయిన వస్తువులను చూస్తూ ఉంటాము. మన ఇంట్లో ఉండే రకరకాల వస్తువులు, వంట సామానులు, విభిన్న భవనాలు, చిత్రాలు, బొమ్మలు మొదలైనవి. ఇంటిముందు వేసే ముగ్గులను మీరెప్పుడైనా క్షుణ్ణంగా గమనించారా? చేతులపై మనం వేసుకునే గోరింటాకు ఆకృతులను జాగ్రత్తగా గమనించారా? ఈ ఆకృతులు ఎలా వేస్తారు?



వీటిలో మనం వివిధ రకాలైన జ్యామితీయ ఆకారాలను ఉపయోగిస్తాము.

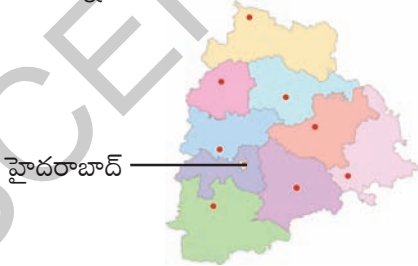
మీ చుట్టూ ఉండే కొన్ని వస్తువులను పరిశీలించండి. వాటిలో మీరు చూసే ఏ ఆకారాలను గుర్తించగలుగుతారు. ఉదాహరణకు మీ ఇంట్లోని టెలివిజన్ తెర అంచు దీర్ఘచతురస్రాకారంలో ఉంటుంది. ఇదే విధంగా ఫ్రిజ్, పెన్సిల్ డబ్బా, అగ్గిపెట్టె, ఇటుక మొదలగు వాటి ముఖాలన్ని దీర్ఘచతురస్రాకృతిలో ఉండటాన్ని మనం గమనించవచ్చు. మరి మనం నీరు త్రాగే గ్లాసు, బొట్టుబిళ్ళ, పువ్వు, బంతి మొదలైనవన్నీ కూడా గమనించి ఉంటారు. అవి ఏ ఆకారం కలిగి వున్నాయి? మనం క్రింది తరగతులలో కొన్ని జ్యామితీయ ఆకారాలను గురించి నేర్చుకున్నాము. ఈ అధ్యాయంలో మనం వివిధరకాలయిన జ్యామితీయ ఆకారాలను నేర్చుకుందాం.

4.2 బిందువు

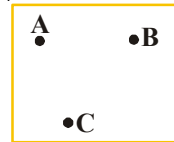
ఒక వాడి మొనగల పెన్సిల్ తో కాగితంపై ఒక చుక్కను పెట్టండి. పెన్సిల్ ను మరింత పదునుగా చెక్కి కాగితంపై చుక్కనుంచితే అది మునపటిదానికంటే మరింత చిన్నదిగా వుంటుంది. దాదాపు కంటికి కనబడనంత చిన్నచుక్కను పరిశీలించండి. అలాంటి చిన్నచుక్క బిందువును సూచిస్తుంది. బిందువు అనునది ఒక స్థానాన్ని సూచిస్తుంది. బిందువులకు కొన్ని ఉదాహరణలను ఆలోచించండి.



దూరంగా ఉండే ఆకాశంలోని నక్షత్రాలు మనకు బిందువులవలే అనిపిస్తాయి. తెలంగాణ రాష్ట్రపటంలో హైదరాబాద్ స్థానాన్ని మనం ఒక బిందువుతో సూచిస్తాము. ఒక పటంలో లేదా చిత్రంలో లేదా మ్యాప్ లో బిందువుల ద్వారా స్థానాన్ని సూచించే మరికొన్ని ఉదాహరణలు ఆలోచించండి.



బిందువును ఆంగ్ల భాషలోని పెద్ద అక్షరంతో సూచిస్తారు. ప్రక్క పటంలో A, B మరియు C మూడు బిందువులు. వాటిని బిందువు 'A', బిందువు 'B' మరియు బిందువు 'C' అని చదువుతాము.

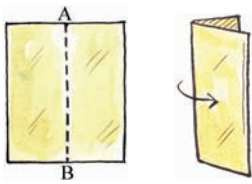


ఇవి చేయండి

ప్రక్కనున్న దీర్ఘచతురస్రంలో నాలుగు బిందువులున్నవి. వాటిని పేర్లతో సూచించండి.



4.3 A LINE SEGMENT



Take a thick paper and fold it as shown in figure. Look at the folded edge of this paper. It gives us an idea of what a line segment is. The crease left on the sheet represents a line segment. It has two end points named A and B. A line segment has negligible thickness.

Take your note book or a pencil box and draw a line along its edge with a pencil on a sheet of paper. What you have drawn is a representation of a line segment. It has two ends. Name them.

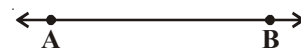
Take a thread. Stretch it. In this position it gives an idea of a line segment where the ends of the thread are the end points of the line segment.



Mark any two points A and B on a sheet of paper. Join them in as many ways as you like. What is the smallest distance from A to B. This is a line segment AB and is denoted by \overline{AB} or \overline{BA} .

4.4 A LINE

Imagine that the line segment from A to B (i.e. \overline{AB}) is extended beyond A in one direction and beyond B in the other direction without any end.



You now get a representation of a line.

Since we cannot draw an indefinitely long line, we mark arrow notations on both sides to show that it will go on. This line is denoted by \overleftrightarrow{AB} . It is also denoted by lower case letters such as l, m, n etc. This is also called as straight line.

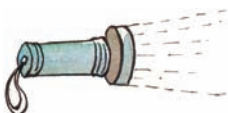
Do This

Take a geo-board. Select any two nails and tie tightly a thread from one end to the other. The thread you have fixed is a line which can extend in both directions and only in these two directions.



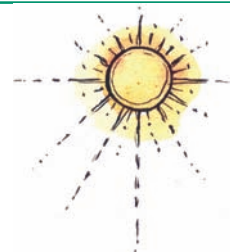
4.5 A RAY

Sun rays, light rays, rays from a torch are some examples of the Geometrical idea of a 'ray'.



A ray is a part of a line. It begins at a point (initial point) and goes on endlessly in a specified direction.

Thus a ray has only one end point.

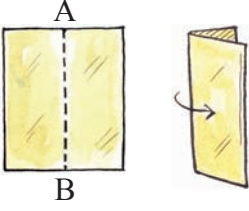


Let A be a point on a line. B and C are two points on the same line on either side of A.

Then \overrightarrow{AB} and \overrightarrow{AC} are two rays.



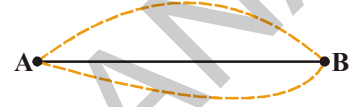
4.3 రేఖాఖండము



ఒక కాగితమును తీసుకొని ప్రక్కపటంలో చూపిన విధంగా మడవండి. కాగితపు మడతను గమనించు. ఈ మడత ఒక రేఖాఖండ భావన తెలుపుతుంది ఇప్పుడు కాగితాన్ని తెరవండి. కాగితము మధ్యలో మడవడం వల్ల ఏర్పడిన మడత ఒక రేఖాఖండాన్ని సూచిస్తుంది అని చెప్పవచ్చు. దీనికి A మరియు B అనే రెండు చివరి బిందువులు ఉన్నాయి. రేఖాఖండము పరిగణనలోకి తీసుకోనంత మందాన్ని కలిగి వుంటుంది.

ఒక కాగితముపై మీ నోటుపుస్తకాన్ని లేదా పెన్సిల్ బాక్స్ ఉంచి దాని అంచు వెంబడి పెన్సిల్ తో ఒక గీతను గీయండి. మీరు గీసిన ఈ గీత ఒక రేఖాఖండాన్ని సూచిస్తుంది. ఈ రేఖాఖండం రెండు చివరి బిందువులు కలిగివుంటుంది. వాటిని పేరుతో సూచించండి.

ఒక దారం తీసుకొండి. తిన్నగా లాగండి. ఇది రేఖాఖండం భావన కలిగిస్తుంది. దారం చివరలు, రేఖాఖండం చివరి బిందువులు అవుతాయి.

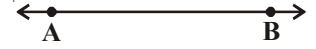


ఒక కాగితంపై ఏవైనా రెండు బిందువులు A మరియు B లను గుర్తించండి. మీకు వీలైన అన్ని విధాలుగా A, B లను కలపండి. వీటిలో A నుంచి B కు కనిష్ట దూరం ఏది? ఈ కనిష్ట దూరాన్నే రేఖాఖండము AB అని అంటారు. దీనిని \overline{AB} లేదా \overline{BA} తో సూచిస్తారు.

4.4 సరళరేఖ

AB రేఖాఖండాన్ని తీసుకోండి. ఈ రేఖాఖండపు రెండు చివరి బిందువుల గుండా A వైపు మరియు B వైపు అనంతంగా అదే దిశలో పొడిగించండి.

ఇది ఒక సరళరేఖను సూచిస్తుంది.



అనంతంగా రేఖాఖండాన్ని ఇరువైపులా పొడిగించటాన్ని మనం కాగితంపై గీయలేము, కాబట్టి రేఖాఖండానికి ఇరువైపులా రెండు బాణం గుర్తులను ఉంచుతాం. ఒక సరళరేఖ AB ని (\overline{AB}) గా వ్రాయవచ్చు. అదే విధంగా సరళరేఖలను l, m, n మొదలగు అంగ్ల చిన్న అక్షరాలతో కూడా సూచించవచ్చు. సరళరేఖను సాధారణంగా రేఖ అని కూడా అంటారు.



ఇవి చేయండి

ఒక జియోబోర్డును తీసుకోండి. రెండు మేకులను ఎన్నుకొని వాటికి ఒక దారాన్ని గట్టిగా కట్టండి. ఇప్పుడు ఈ దారం ఒక సరళరేఖను సూచిస్తుంది. ఎందుకంటే దారాన్ని రెండు మేకుల చివరల నుండి అదే దిశలో రెండు వైపులా పొడిగించవచ్చు.

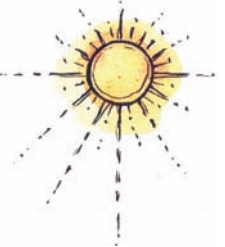


4.5 కిరణము

ఒక టార్చి నుండి వెలువడే కాంతి కిరణాలు, సూర్యకిరణాలు మరియు కాంతికిరణాలు అన్నీ 'కిరణము' అనే జ్యామితీయ భావనను సూచిస్తాయి. కిరణము అనునది రేఖలోని ఒక భాగమును సూచిస్తుంది. కిరణము ఒక (తొలి) బిందువు నుండి బయలుదేరి నిర్దేశిత దిశలో అనంతంగా సాగుతూ పోతుంది.



కాబట్టి కిరణానికి ఒకే ఒక చివరి బిందువు ఉంటుంది.



ఏదయినా ఒక రేఖపై A అనునది బిందువు అనుకుందాం. A కు ఇరువైపులా B, C లు ఉంటే $\overline{AB}, \overline{AC}$ లు రెండు కిరణాలు అవుతాయి.



THINK, DISCUSS AND WRITE

Here is a ray \overrightarrow{OA} . It starts at O and passes through points A and B.

Can you name ray \overrightarrow{OA} as \overrightarrow{OB} ? Why?



Can you write the ray \overrightarrow{OA} as \overrightarrow{AO} ? Why? Give reasons.



EXERCISE - 4.1

- Join the points given below. Name the line segments so formed in the figure.
 - A


B • • C
 - P

Q • • T

R • • S
- Name the following from the figure.
 - Any five points
 - Any five line segments
 - Any Three rays
 - Any two lines.
- How many lines can be drawn through the points given below and make a rough figure for your answer.
 - One point
 - Two distinct points
- Which of the following has a definite length?
 - Line
 - Point
 - Line segment
 - Ray
- How many end points do the following have?
 - Line segment
 - Ray
 - Line
- Write 'True' or 'False'.
 - A line has no end points. ()
 - Ray is a part of a line. ()
 - A line segment has no definite length. ()
 - A line segment has only one end point. ()
 - We can draw many lines through a point. ()
- Draw and name:
 - Line containing point P.
 - Line passing through R.

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

ప్రక్కపటంలో \overline{OA} కిరణము O వద్ద ప్రారంభమై A మరియు B బిందువుల గుండా పోయింది.

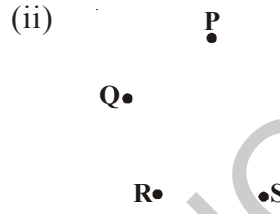
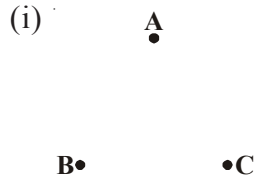
ఈ \overline{OA} కిరణాన్ని \overline{OB} అని వ్రాయవచ్చా? ఎందుకు? 

కిరణం \overline{OA} ను \overline{AO} అని వ్రాయగలమా? ఎందుకు? కారణాలు రాయండి.



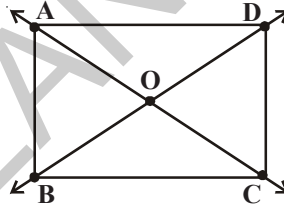
అభ్యాసము - 4.1

1. క్రింది బిందువులను కలపండి. పటంలో ఏర్పడిన రేఖాఖండాలను పేర్లతో సూచించండి.



2. ప్రక్క పటాన్ని చూసి, క్రిందివాటిని వ్రాయండి.

- ఏవైనా ఐదు బిందువులు
- ఏవైనా ఐదు రేఖాఖండాలు
- ఏవైనా మూడు కిరణాలు
- ఏవైనా రెండు రేఖలు



3. కింద ఇచ్చిన బిందువుల గుండా ఎన్ని రేఖలను గీయవచ్చో తెలిపి దానికి సరిపోయే చిత్తుపటము గీయండి.

- ఒక బిందువు
- రెండు విభిన్న బిందువులు

4. కిందివాటిలో ఏవి నిర్దిష్టమయిన పొడవును కలిగి ఉంటాయి?

- రేఖ
- బిందువు
- రేఖాఖండము
- కిరణము

5. కింద ఇవ్వబడిన వాటికి చివరి బిందువులు ఎన్ని ఉంటాయి?

- రేఖాఖండము
- కిరణము
- రేఖ

6. సత్యము లేక అసత్యము అని గుర్తించి వ్రాయండి.

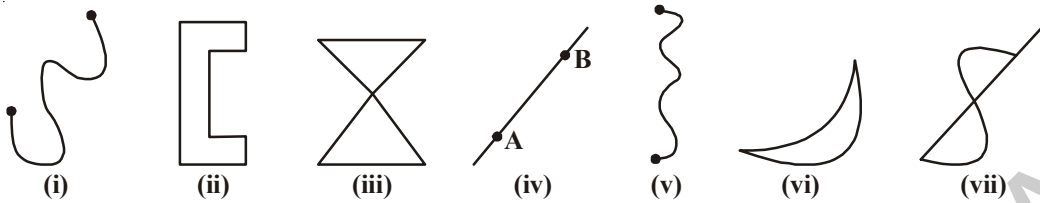
- ఒక సరళరేఖకు తుది బిందువులుండవు ()
- రేఖలో కిరణము ఒక భాగము ()
- రేఖాఖండము నిర్దిష్టమయిన పొడవును కలిగి వుండదు ()
- రేఖాఖండానికి ఒకే చివరి బిందువు వుంటుంది ()
- ఒక బిందువు నుంచి మనం ఎన్ని రేఖలయినా గీయవచ్చు ()

7. పటాన్ని గీసి పేర్లతో సూచించండి.

- P బిందువును కలిగి ఉన్న రేఖ
- R బిందువు గుండా పోయే రేఖ

4.6 CURVE

Have you seen drawings of kids? Here are some examples.



These are all examples of curves.

Observe figure (i) and (ii) what is the difference between them? Figure (ii) is called a closed curve and figure (i) is called an open curve.

Also observe that the curves (iii) and (vii) cross themselves, which are not closed curves where as (i), (ii), (iv), (v) (vi) do not cross. Which are called simple curves.

In every day language, curve usually does not refer to a straight line. But in mathematics a straight line is also curve.

THINK, DISCUSS AND WRITE

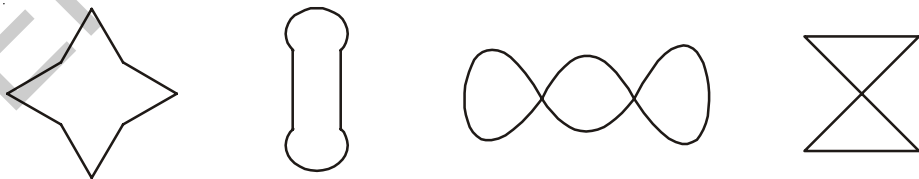
1. Move your pencil along the following english letters and state which are open and which are closed.



2. Tell which letter is an example of simple curve.

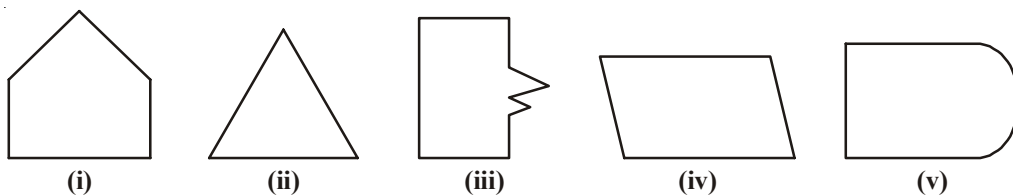
TRY THESE

Identify which are simple curves and which are not?



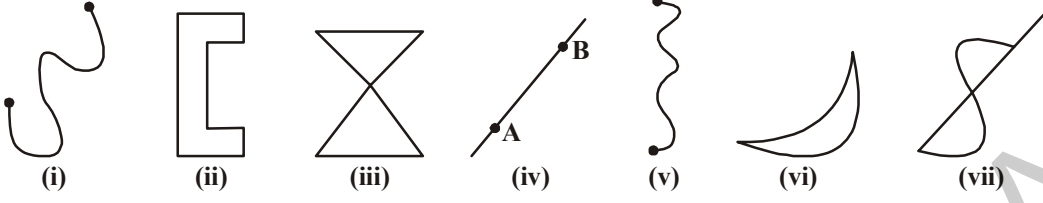
POLYGONS

Look at these following figures:



4.6 వక్రము

చిన్న పిల్లలు గీసిన చిత్రాలను గమనించారా? ఇక్కడ కొన్ని ఉదాహరణలు ఇవ్వబడ్డాయి.



ఇవి అన్నియు వక్రరేఖలకు లేదా వక్రాలకు ఉదాహరణలు.

(i) మరియు (ii) పటాలను పరిశీలించండి. ఈ రెండింటిలో భేదాన్ని గుర్తించండి. రెండవ పటాన్ని సంవృత వక్రము అని మొదటి పటాన్ని వివృత వక్రము అని అంటారు.

(iii) మరియు (vii) వ పటాలు పరిశీలించండి. ఈ పటాలలోని వక్రాలు వాదినవే ఖండించుకుంటూ దాటి వెళ్ళాయి కాబట్టి అవి సంవృత వక్రాలు కావు. కాని (i), (ii), (iv), (v) (vi) పటాల వక్రాలు వాదినవే ఖండించుకొని దాటి వెళ్ళటం లేదు. వీటిని సరళ వక్రాలు అంటారు.

నిత్యజీవిత పరిభాషలో వక్రము అనునది సరళరేఖను సూచించదు. కాని గణితంలో సరళరేఖ కూడా వక్రమే.

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

- కిందనివ్వబడిన ఆంగ్ల అక్షరాలలో సంవృతవక్రము, వివృతవక్రాలను గుర్తించి వ్రాయండి.

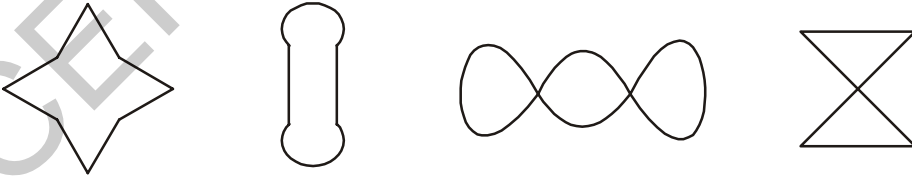
D G O L M

- పైన ఇవ్వబడిన ఆంగ్ల అక్షరాలలో ఏది సరళ వక్రము?



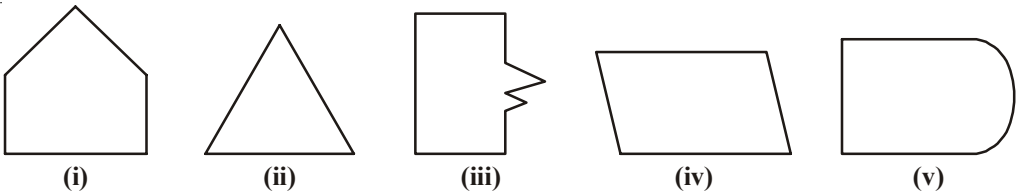
ప్రయత్నించండి

వీటిలో ఏవి సరళ వక్రాలు? ఏవి కావు? గుర్తించండి.



బహుభుజులు

ఈ క్రింది పటాలను గమనించండి.

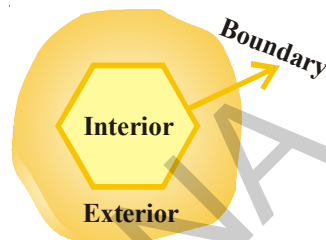


What can you say about them? Are they closed? How does each of them differ from one another? (i), (ii), (iii) and (iv) differ from (v), because they are made up of definite number of line segments. They are called **Polygons**.

So a figure is a polygon if it is a simple closed figure made up of definite number of line segments.

Draw ten polygons of different shapes.

Boundary wall of a park divides the park into three parts i.e. (i) inside the park, (ii) the park boundary wall and (iii) outside the park. You can't enter the park without crossing the boundary.



Likewise, a closed figure separates the plane into three parts.

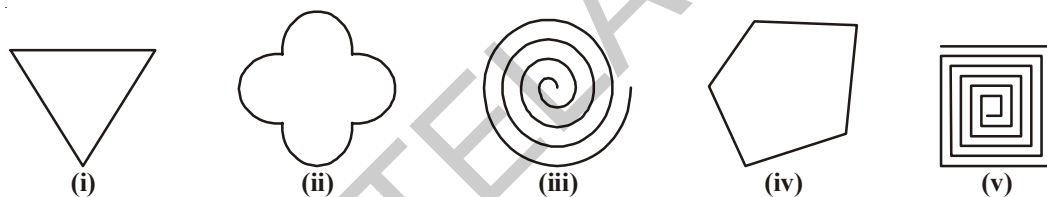
- i) Interior (inside) of the Figure
- ii) Boundary of the Figure
- iii) Exterior (out side) of the Figure

The interior of the Figure together with its boundary is called its **region**.

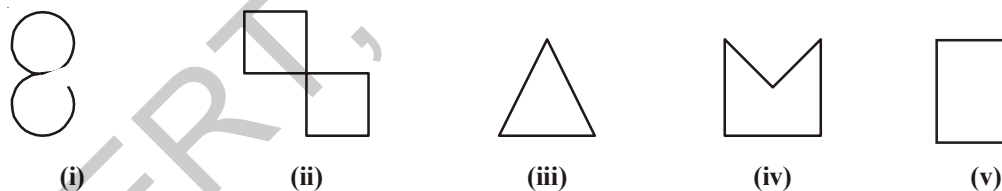


EXERCISE - 4.2

1. Tick the figures which are simple curves.



2. State which curves are open and which are closed



3. Name the points that lie in the interior, on the boundary and in the exterior of the figure.



4. Draw three simple closed figures:
 i) by straight lines only ii) by straight lines and curved lines both

వాటి గురించి మీరు ఏమి చెప్పగలరు? అవి సంవృత పటాలా? అవి ఒకదానితో ఒకటి ఏవిధంగా వేరుగా ఉన్నాయి. (i), (ii), (iii) మరియు (iv) పటాలు (v) వ పటంతో విభేదిస్తున్నాయి. మొదటి నాలుగు పటాలు పరిమితమయిన రేఖాఖండాలచే ఏర్పడ్డాయి. ఈ పటాలను **బహుభుజులు** అని అంటాము.

పరిమితమైన రేఖాఖండాలచే ఏర్పడిన సరళసంవృత పటాలను బహుభుజులు అని అంటారు.

ఏవయినా పది విభిన్న ఆకారాలు గల బహుభుజులు గీయండి.

ఒక పార్కు యొక్క సరిహద్దు గోడ పార్కుని మూడు భాగాలుగా విభజిస్తుంది.

అవి i) పార్కు అంతర (లోపలి) భాగము, ii) పార్కు సరిహద్దుగోడ మరియు iii) పార్కు బాహ్య (బయటి) భాగము. సరిహద్దు దాటనిదే పార్కులోనికి పోలేరు.

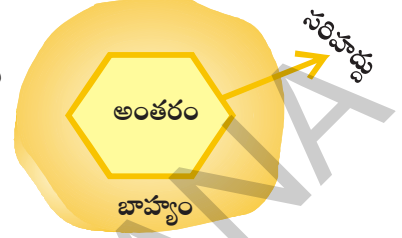
అదే విధంగా ఒక సంవృతపటము తలాన్ని మూడుభాగాలుగా విభజిస్తుంది.

i) పటం లోపలి (అంతర) భాగం

ii) పటం సరిహద్దు

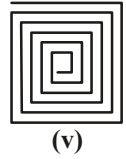
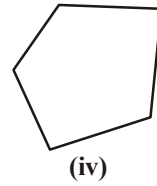
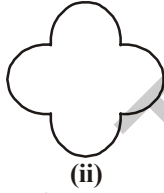
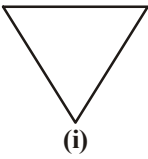
iii) పటం బయటి (బాహ్య) భాగం

ఒక పటం యొక్క సరిహద్దుతో కూడిన లోపలి భాగాన్ని దాని ప్రాంతము అని అంటారు.

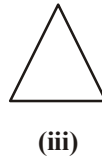
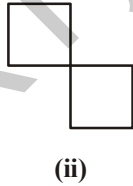


అభ్యాసము - 4.2

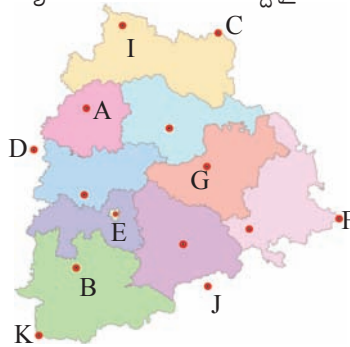
1. సరళ వక్రాలకు ఎదురుగా (✓) టిక్ చేయండి.



2. కిందివానిలో సంవృత మరియు వివృత పటాలు ఏవి?



3. కింది పటంలో అంతరంగా, బాహ్యంగా మరియు సరిహద్దుపై ఉండే బిందువులను గుర్తించండి.



4. కిందివానిని ఉపయోగించి మూడు సరళసంవృత పటాలను గీయండి.

i) సరళరేఖలు మాత్రమే

ii) సరళరేఖలు మరియు వక్రరేఖలు రెండింటినీ ఉపయోగించి

4.7 ANGLE

Observe the picture

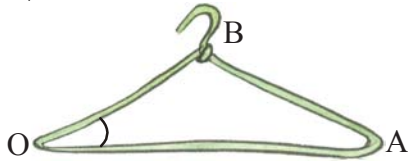


Figure - 1



Figure - 2

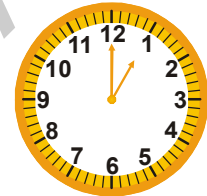


Figure - 3

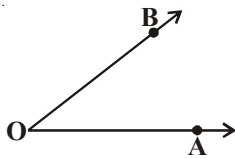
Angles are made when corners are formed. In the figure - 1 imagine two rays say \overrightarrow{OA} and \overrightarrow{OB} . These two rays have a common end point at O. The two rays here are said to form an angle.

Look at the door in Figure-3. When it is closed it does not seem to make any angle with the threshold. As we start opening it there is an angle between the door and the threshold. It also changes as the position of the door changes. Here two rays can be imagined in the direction of the door and the threshold.

Observe how angles are formed between two hands of a clock at different time.



The two rays forming an angle are called the arms or sides of the angle. The common end point is called the vertex of the angle.



Here the two rays \overrightarrow{OA} and \overrightarrow{OB} are two **arms** or sides of the angle and O is the **vertex** of the angle. As the angle is formed at 'O', we read it as angle AOB or angle BOA and it is denoted by $\angle AOB$ or $\angle BOA$ (sometimes $\overset{\frown}{A}OB$ or $\overset{\frown}{B}OA$) or simply $\angle O$.

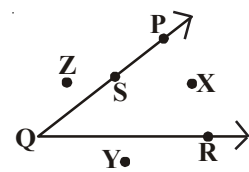
In the figure, point X is in the interior of the angle. Z is in the exterior part of the angle. Point S is on the arms of the angle $\angle PQR$.

So angle divides the plane into three parts, interior (bounded by the two sides), angle and the exterior (which is outside the angle).

Now think about point Y. Where does it lie?

If you extend the rays \overrightarrow{QP} and \overrightarrow{QR} , will point Y fall in the interior of the angle?

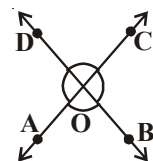
Is it possible to mark a point "M" in the interior of the angle by extending the rays?



EXERCISE - 4.3

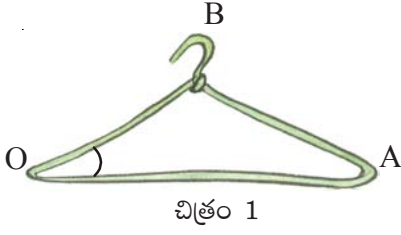
- Name the angles, vertex and arms of the angles from the figure.

	i	ii	iii	iv
Angle	$\angle AOB$			
Vertex	O			
Arms	$\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$			



4.7 కోణము

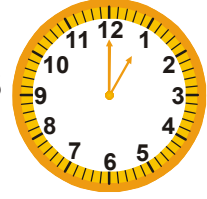
ఈ చిత్రాలను పరిశీలించండి.



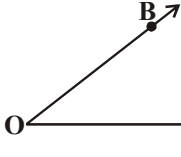
మూలలు ఉన్న ప్రతిచోట కోణాలు ఏర్పడతాయి. ఒకటవ చిత్రంలో \overline{OA} , \overline{OB} లను కిరణాలుగా ఊహించుకోండి. ఈ రెండు కిరణాలు ఒక ఉమ్మడి బిందువు O ను కలిగి ఉన్నాయి. అప్పుడు ఈ రెండు కిరణాలు ఒక కోణాన్ని ఏర్పరుస్తున్నాయి అని అంటారు.

చిత్రం-3లోని తలుపును గమనించండి. తలుపును పూర్తిగా మూసినప్పుడు అది గడపతో ఎలాంటి కోణంను ఏర్పరుచుట లేదు. తలుపును తెరిచినప్పుడు అది గడపతో కోణం చేయటం మనం గమనించవచ్చు. ఇక్కడ గడప మరియు తలుపు దిశలలో రెండు కిరణాలను ఊహించవచ్చు. తలుపు స్థానం మారుతున్న కొద్దీ కోణం మారటాన్ని మనం గమనించవచ్చు.

ఒక గోడ గడియారాన్ని తీసుకొని సమయం మారుతున్నప్పుడు దానిలోని ముల్లుల మధ్య కోణం మారుతూ ఉండటాన్ని మనం గమనించవచ్చు.



కోణాన్ని ఏర్పరుస్తున్న రెండు కిరణాలను ఆ కోణము యొక్క భుజాలు అని అంటారు. ఆ కిరణాల ఉమ్మడి చివరి బిందువును కోణ శీర్షము అంటారు.



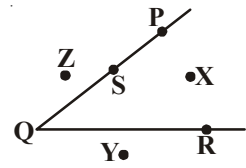
పక్క పటములో \overline{OA} మరియు \overline{OB} కిరణాలను కోణము యొక్క భుజాలు అని O ను కోణ శీర్షము అని అంటారు. 'O' వద్ద కోణము ఏర్పడింది. కాబట్టి దానిని కోణం AOB లేదా కోణం BOA తో సూచిస్తారు. ఈ కోణాన్ని $\angle AOB$ లేదా $\angle BOA$ కొన్నిసార్లు ($\angle AOB$ లేదా $\angle BOA$) తో కూడా సూచిస్తారు లేదా $\angle O$ అంటారు.

ప్రక్క పటంలో X బిందువు కోణం యొక్క అంతరంలోనూ, Z బిందువు కోణం యొక్క బాహ్యంలోనూ మరియు S బిందువు $\angle PQR$ కోణ భుజాలపై ఉంది అని అంటాము.

కావున కోణము తలాన్ని మూడు భాగాలు విభజిస్తుందని చెప్పవచ్చు. అవి కోణము యొక్క అంతరము, కోణము యొక్క భుజములు, కోణం యొక్క బాహ్యము.

Y బిందువును గమనించండి. ఈ బిందువు ఎక్కడ వుంది?

\overline{QP} మరియు \overline{QR} కిరణాలను పొడిగించి చూస్తే Y బిందువు కోణము యొక్క అంతరంలో వస్తుందా?



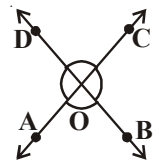
అదే విధంగా కోణభుజాలను పొడిగించి దాని అంతరంలో M ను గుర్తించడం సాధ్యమేనా?



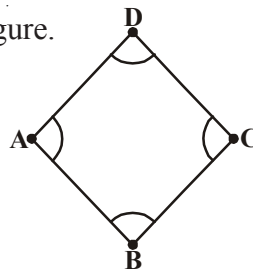
అభ్యాసం - 4.3

1. పటమును చూసి కోణాలు, శీర్షాలు, మరియు భుజాలను గడులలో నింపండి.

	i	ii	iii	iv
కోణము	$\angle AOB$			
శీర్షము	O			
భుజాలు	\overline{OA} , \overline{OB}			

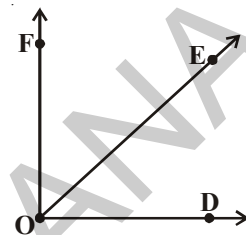


2. Name the angles formed in the figure.

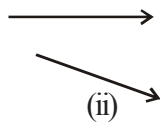
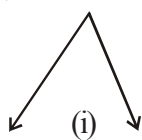


3. Mark the points in the figure which satisfy all the three conditions.

- i) A, B in the interior of $\angle DOF$
- ii) A, C in the exterior of $\angle EOF$
- iii) B on $\angle DOE$



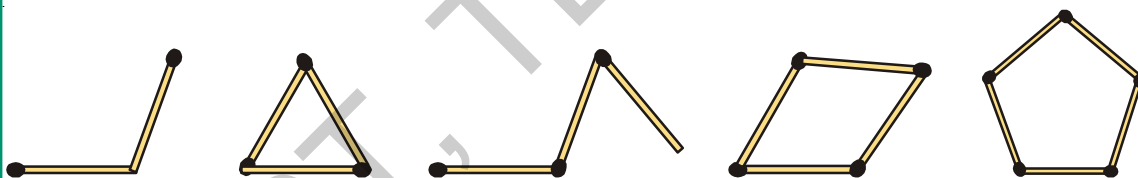
4. In which of the following figures, angles are formed?



4.8 TRIANGLE

Do This

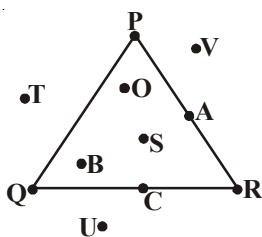
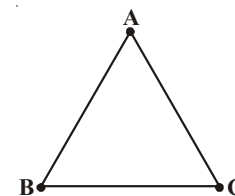
Take some match sticks and try to make simple figures. Identify closed figures in them.



What is the least no. of sticks needed to form a closed figure? Obviously three. Can you explain why two match sticks can not make a closed figure?

The simple closed figure formed by three line segments is a triangle. The line segments are called sides.

Look at the triangle formed by three line segments \overline{AB} , \overline{BC} and \overline{CA} . Here A, B, C are called three vertices of the triangle ABC. You know that the angles $\angle BAC$, $\angle ABC$, $\angle ACB$ are formed at the vertices. The triangle ABC is denoted simply as $\triangle ABC$.



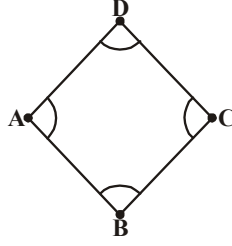
Being a polygon, a triangle has an exterior and an interior region.

Observe the triangle and points marked in the figure.

O is in the interior of the triangle. What are the other points in the interior?

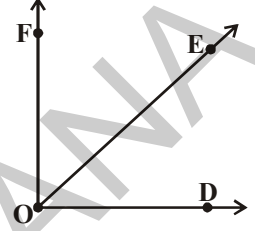
P is a point on the triangle. Name the other points lying on the boundary of the triangle.

2. పటంలోని కోణాలను పేర్లతో సూచించండి.

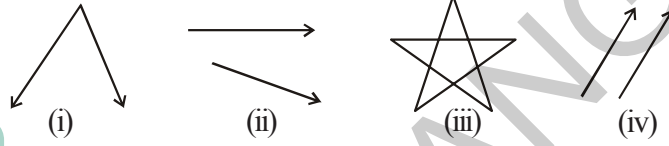


3. పటంలో క్రింది ఇవ్వబడిన అన్ని నిబంధనలను తృప్తిపరిచే బిందువులను గుర్తించండి.

- i) $\angle DOF$ కోణము అంతరంలో A మరియు B బిందువులు
- ii) $\angle EOF$ కోణము యొక్క బాహ్యములో A మరియు C బిందువులు
- iii) $\angle DOE$ కోణముపై బిందువు B



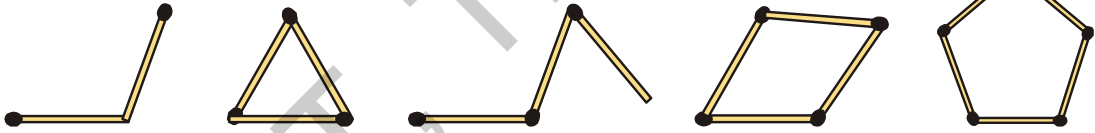
4. కింది వాటిలో కోణాలు ఏర్పడిన పటాలను గుర్తించండి.



4.8 త్రిభుజము

ఇవి చేయండి

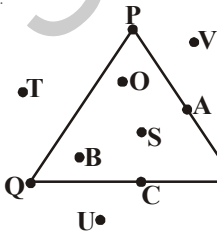
కొన్ని అగ్నిపుల్లలను తీసుకొని వాటి సహాయంతో క్రింద చూపిన విధంగా సరళ పటాలను తయారు చేయండి. వాటిలోని సంవృత పటాలను గుర్తించండి.



ఒక సంవృతపటం తయారుచేయటానికి కనీసం ఎన్ని అగ్నిపుల్లలు కావాలి? కనీసం 3 కావాలి కదా! మరి, రెండు అగ్నిపుల్లలతో మనం సంవృతపటం ఎందుకు తయారు చేయలేమో మీరు వివరించగలరా?

మూడు రేఖాఖండాలు చే ఏర్పడే సరళ సంవృతపటాన్ని త్రిభుజము అని అంటారు. ఆ రేఖాఖండాలును భుజాలు అంటారు.

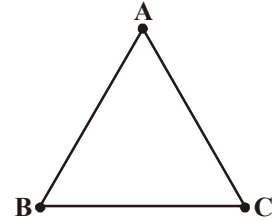
\overline{AB} , \overline{BC} మరియు \overline{CA} రేఖాఖండాలు చే ఏర్పడిన ఈ త్రిభుజాన్ని గమనించండి. ఇక్కడ A, B, మరియు C లను త్రిభుజం ABC యొక్క శీర్షాలు అని అంటారు. A, B మరియు C శీర్షాల వద్ద $\angle BAC$, $\angle ABC$, $\angle ACB$ లు ఏర్పడ్డాయి. త్రిభుజము ABC ను సాధారణంగా $\triangle ABC$ అని సూచిస్తాం.



బహుభుజి అయిన త్రిభుజానికి కూడా బాహ్యం మరియు అంతర ప్రాంతం ఉంటాయి.

ప్రక్క త్రిభుజంలోని బిందువులను పరిశీలించండి.

O అనే బిందువు త్రిభుజం అంతరంలో ఉంది. త్రిభుజం అంతరంలో ఉన్న మిగిలిన బిందువులు ఏవి?



P బిందువు త్రిభుజంపై కలదు. త్రిభుజం సరిహద్దు పైన ఉన్న ఇతర బిందువులను రాయండి.

T is in the exterior of the triangle. What are the other points in the exterior?

Therefore, a triangle divides a plane into three parts.

(i) Interior of the triangle; (ii) Boundary of the triangle; (iii) Exterior of the triangle.

The boundary and interior of the triangle together is called triangular region.

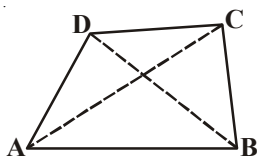
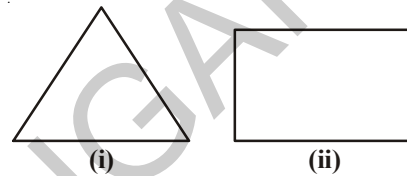


DO THIS

Take some straw pieces of different size. Pass thread into any 3 pieces and make different triangles. Draw figures for the triangles in your notebook.

4.9 QUADRILATERAL

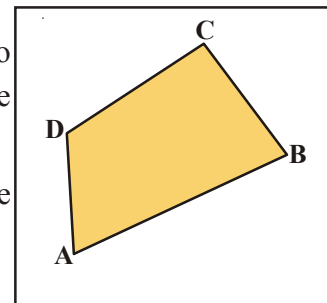
Observe the polygons in the adjacent figure. You know that a polygon with three sides as in Fig (i) is a triangle, similarly a simple closed polygon with four sides is called a quadrilateral. Fig. (ii) is an example for quadrilateral.



Here ABCD is a quadrilateral and the four line segments \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} and \overline{AD} are called its four sides, $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ and $\angle D$ are its four angles and the line segments joining opposite vertices A, C and B, D namely \overline{AC} and \overline{BD} , are called its two diagonals.

As in a triangle, quadrilateral drawn on a plane, divides it into three parts known as (i) interior, (ii) boundary and (iii) exterior of the quadrilateral.

The shaded part of the quadrilateral is its interior and the unshaded part is the exterior of the Quadrilateral.



The side opposite to \overline{AB} is \overline{DC} .

What are the sides opposite to \overline{BC} , \overline{CD} and \overline{AD} ?

The side \overline{AB} is adjacent to \overline{BC} and \overline{AD} .

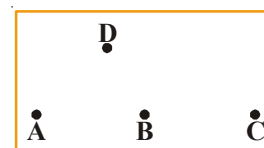
Name the adjacent sides of \overline{BC} , \overline{CD} and \overline{AD} .

Opposite angles are $\angle A$ and $\angle C$. What is the other pair of opposite angles?

The adjacent angle of $\angle A$ is $\angle B$ and $\angle D$. What are the other pairs of adjacent angles.

THINK, DISCUSS AND WRITE

Take four points A, B, C and D such that A, B, C lie same line and D is not on it. Can the four line segments \overline{BC} , \overline{CD} and \overline{AD} form a quadrilateral? Give reason.



T అనే బిందువు త్రిభుజం యొక్క బాహ్యంలో ఉంది. అదేవిధంగా త్రిభుజము బయట ఉన్న ఇతర బిందువులు ఏవి?

కాబట్టి ఒక తలంలోని త్రిభుజము, ఆ తలాన్ని మూడు భాగాలుగా విభజిస్తుంది. అవి

(i) త్రిభుజం యొక్క అంతరం (ii) త్రిభుజం (సరిహద్దు) (iii) త్రిభుజం యొక్క బాహ్యం

త్రిభుజం సరిహద్దు మరియు దాని అంతరాన్ని కలిపి త్రిభుజాకార ప్రాంతం అని అంటారు.



ఇవి చేయండి

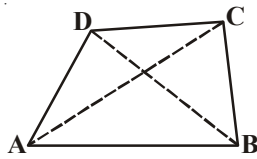
వేరువేరు కొలతలు గల కొన్ని స్ట్రాముక్కలను తీసుకోండి. మూడు స్ట్రాంల మధ్య దారాన్ని పంపి వివిధ రకాల త్రిభుజాలను తయారు చేయండి. ఆ త్రిభుజాల పటాలను నోట్‌పుస్తకంలో గీయండి.

4.9 చతుర్భుజము

ప్రక్కన ఉన్న సరళసంవృత పటాలను పరిశీలిద్దాం. మూడు రేఖాఖండాలచే ఏర్పడిన సరళసంవృత పటాన్ని త్రిభుజము అని అంటామని మనకు తెలుసు. నాలుగు రేఖాఖండాలచే ఏర్పడే సరళసంవృత బహుభుజిని, చతుర్భుజము అని అంటాము. పటము (i) త్రిభుజానికి, పటము (ii) చతుర్భుజానికి ఉదాహరణలు.



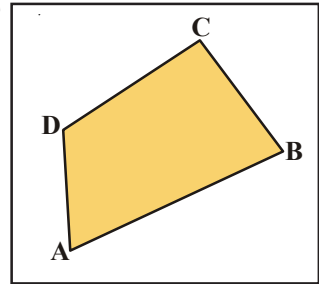
ఇక్కడ ABCD ఒక చతుర్భుజము మరియు \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} , \overline{AD} లను చతుర్భుజం యొక్క నాలుగు భుజాలు అని



అంటాము. $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ మరియు $\angle D$ లు చతుర్భుజంలోని నాలుగు కోణాలు. ఎదుటి శీర్షాలయిన A, C మరియు B, D లను కలిపే రేఖా ఖండాలు \overline{AC} , \overline{BD} లను రెండు కర్ణాలు అంటారు.

త్రిభుజం వలె, ఒక తలంలో గీసిన చతుర్భుజం ఆ తలాన్ని (i) చతుర్భుజ అంతరం, (ii) చతుర్భుజం (సరిహద్దు), (iii) చతుర్భుజ బాహ్యంగా విభజిస్తుంది.

ప్రక్కపటములోని చతుర్భుజములో షేడ్ చేయబడిన ప్రాంతము చతుర్భుజము యొక్క అంతరాన్ని, షేడ్ చేయని ప్రాంతం చతుర్భుజం బాహ్యాన్ని సూచిస్తుంది.



\overline{AB} భుజం యొక్క అభిముఖ (ఎదుటి) భుజము \overline{DC} .

\overline{BC} , \overline{CD} మరియు \overline{AD} భుజాల అభిముఖ భుజాలు ఏవి?

\overline{AB} భుజం యొక్క ఆసన్న భుజములు \overline{BC} మరియు \overline{AD}

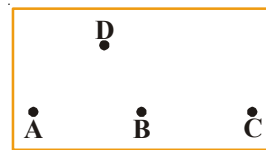
\overline{BC} , \overline{CD} మరియు \overline{AD} భుజాల ఆసన్న భుజాలు ఏవి?

$\angle A$ మరియు $\angle C$ లు అభిముఖ కోణాలు, అదేవిధంగా ఇతర అభిముఖ కోణాల జత ఏది?

$\angle A$ యొక్క ఆసన్న కోణాలు $\angle B$ మరియు $\angle D$. అదే విధంగా ఇతర ఆసన్న కోణాల జతలు ఏవి?

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

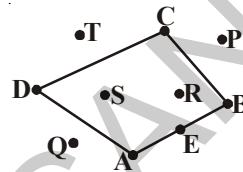
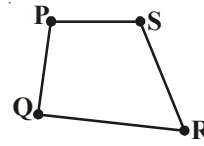
A, B, C మరియు D లు ఏవైనా నాలుగు బిందువులు. A, B, C లు ఒకే రేఖపై ఉన్నాయి మరియు D బిందువు దానిపై లేదు. నాలుగు రేఖా ఖండాలు \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} మరియు \overline{AD} లచే బిందువులను కలిపితే ఒక చతుర్భుజము ఏర్పడుతుందా? కారణాలు తెలుపండి.





EXERCISE - 4.4

- Mark any four points A, B, C and D. Join them to make a quadrilateral. Name it.
- PQRS is a Quadrilateral. Answer the following.
 - The opposite side of \overline{QR} is _____.
 - The angle opposite to $\angle P$ is _____.
 - The adjacent sides of \overline{PQ} are _____.
 - The adjacent angles of $\angle S$ are _____.
- Name the points marked in the figure
 - The points in the interior of Quadrilateral.
 - The points on the boundary of Quadrilateral.
 - The points in the exterior of the Quadrilateral.



4.10 CIRCLE

Look at the figures

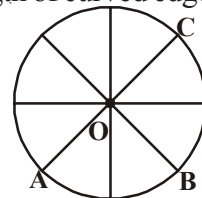


Keep a bangle on a paper and draw along its boundary with pencil. You get a round shape. This will give you an idea of a circle. Such a round shaped figure is a circle. Can you think of some more examples from real life?

Observe a cycle wheel and measure the length of each spoke. You might conclude that the length of each spoke is same. The point in the middle is the **centre** and the length of curved edge is called **circumference** and the distance from the centre to any point on the circle is the **radius**.

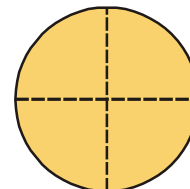
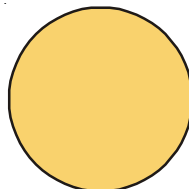
Observe the centre and each radius in the circle given in the figure.

Are all the radii same? O is the centre and \overline{OA} , \overline{OB} and \overline{OC} are radii of the circle.



DO THIS

Draw a circle on a paper and cut it along its edge. Fold it into half and again fold it to one fourth to make folding marks as shown.

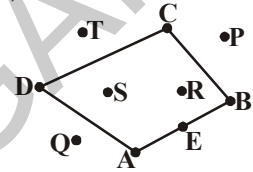
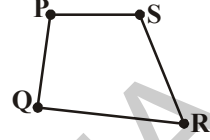


You will observe a point in the middle. Mark this O. This is the centre of the circle. You can also indicate its radius. How many radii can you draw in a circle?



అభ్యాసం 4.4

1. A, B, C, D అనే నాలుగు బిందువులతో ఒక చతుర్భుజాన్ని గీయండి. పేరుతో సూచించండి.
2. PQRS ఒక చతుర్భుజము అయితే
 - i) \overline{QR} భుజమునకు అభిముఖభుజము _____.
 - ii) $\angle P$ యొక్క అభిముఖ కోణము _____.
 - iii) \overline{PQ} యొక్క ఆసన్న భుజాలు _____.
 - iv) $\angle S$ యొక్క ఆసన్న కోణాలు _____.
3. పటంలో సూచించిన బిందువులు క్రింద తెలిపిన విధంగా గుర్తించండి.
 - i) చతుర్భుజం అంతరంలోని బిందువులు
 - ii) చతుర్భుజం (సరిహద్దు)పై బిందువులు
 - iii) చతుర్భుజం యొక్క బాహ్యబిందువులు



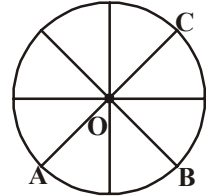
4.10 వృత్తము

ఈ చిత్రాలను చూడండి.



ఒక కాగితంపై చేతిగాజు సహాయంతో పెన్సిల్ నుపయోగించి గాజు వెంబడి గీత గీయండి. మనకు ఒక గుండ్రని ఆకారం లభిస్తుంది. ఈ ఆకారం వృత్త భావనను సూచిస్తుంది. ఈ రూపంలో ఉన్న ఆకారాన్ని వృత్తం అని అంటారు. దైనందిన జీవితంలో ఈ ఆకారం కలిగిన మరికొన్ని ఉదాహరణలను మీరు ఆలోచించగలరా?

ఒక సైకిల్ చక్రాన్ని తీసుకొని దానిలోని చువ్వల పొడవులను కొలవండి. అన్ని చువ్వల పొడవులు సమానంగా ఉన్నాయి అని మనం గమనించవచ్చు. మధ్యలో ఉండే బిందువును కేంద్రము అని మరియు వక్రపు అంచు పొడవును వృత్త పరిధి అని, కేంద్రం నుంచి వృత్తంపై ఏదైనా బిందువుకు గల దూరాన్ని వ్యాసార్థము అని అంటాము.

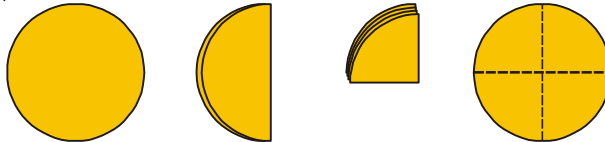


ప్రక్క వృత్తంలోని కేంద్రాన్ని, వ్యాసార్థాలను పరిశీలించండి. అన్ని వ్యాసార్థాలు సమానముగా ఉంటాయా? ఈ పటంలో O ను కేంద్రము అని, \overline{OA} , \overline{OB} మరియు \overline{OC} లను వృత్తం యొక్క వ్యాసార్థములు అని అంటారు.



ఇవి చేయండి

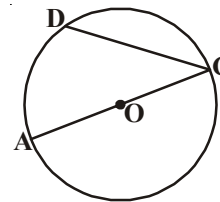
కాగితంపై ఒక వృత్తాన్ని గీసి దాని అంచు వెంట కత్తిరించండి. దానిని పటంలో చూపిన విధంగా సగానికి మడచి తిరిగి నాలుగవ భాగానికి మడవండి.



కాగితాన్ని తిరిగి తెరవండి. వృత్తం మధ్యలోని బిందువును గుర్తించండి. దానిని O తో సూచించండి. ఈ బిందువును వృత్తం యొక్క కేంద్రం అని అంటారు. ఇదే విధంగా వృత్తంలోని వ్యాసార్థాలను గుర్తించండి. ఒక వృత్తములో ఎన్ని వ్యాసార్థాలను మనం గీయగలం?

\overline{AC} is a line segment joining any two points on the circle.

Is there any other such line segment which joins two points on the circumference? \overline{CD} is one such line segment. A line segment joining two points on the circumference of the circle is called a **chord**. Thus both \overline{AC} and \overline{CD} are chords of the circle. The chord \overline{AC} is a special chord as it passes through the centre 'O'. A chord which passes through the centre of a circle is called **diameter**.



DO THIS

Draw a circle and draw at least 5 chords in it. Make sure at least one of them passes through the centre. Name them and fill the table

S.No.	Chord	Length	Passes through the centre (Yes/No)
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			

What do you notice?

You must have noticed that the chord passing through the centre is the longest.

Let us go back to the figure, \overline{AC} is a line segment whose mid-point is at O.

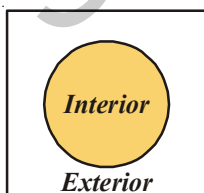
Also, we know that \overline{OA} and \overline{OC} are two radii of the circle.

Thus, we can see that length of \overline{OA} + length of \overline{OC} = length of \overline{AC} .

Diameter is twice the radius of the circle.

THINK AND DISCUSS

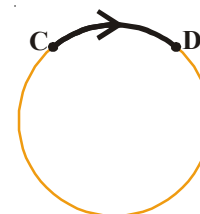
Is it possible to draw more than one diameter in a circle? Are all the diameters equal in length? Discuss with your friends and find the answer.



Look at the figure again. The part of the circle between the points C and D is called an **arc** and denoted by \widehat{CD} .

Name the other arc in the figure.

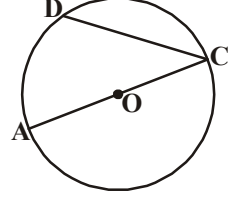
As a circle is a simple closed figure, it divides the plane with its boundary as interior and exterior.



The region in the interior of a circle enclosed by the boundary is called **circular region**.

\overline{AC} అనునది వృత్తంపైన ఏవైనా రెండు బిందువులను కలిపే రేఖాఖండము.

ప్రక్క పటములో వృత్తంపై ఉండే రెండు బిందువులను కలిపే మరొక రేఖాఖండము ఏదైనా ఉందా? \overline{CD} కూడా అలాంటి రేఖాఖండమే. ఒక వృత్తంపై ఉండే రెండు బిందువులను కలిపే రేఖాఖండాన్ని జ్యా అని అంటారు. కాబట్టి ఈ వృత్తంలో \overline{AC} మరియు \overline{CD} లు 'జ్యా' లు అవుతాయి. కాని \overline{AC} జ్యా కు ఒక ప్రత్యేకత ఉంది. ఈ జ్యా వృత్త కేంద్రం 'O' గుండా పోతుంది. వృత్త కేంద్రం గుండా పోయే జ్యాను వ్యాసము అని అంటారు.



ఇవి చేయండి

ఒక వృత్తాన్ని గీసి అందులో కనీసం 5 జ్యాలు గీయండి. వీటిలో కనీసం ఒకటయినా వృత్త కేంద్రము నుండి పోవునట్లుగా గీయండి. ఆ జ్యాలను పేర్లతో సూచించి క్రింది పట్టికను పూరించండి.

క్ర. సం.	జ్యా	పొడవు	కేంద్రము నుంచి పోతుంది (అవును/ కాదు)
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			

మీరు ఏమి గమనించారు?

వృత్త కేంద్రము నుంచి పోయే జ్యా అంటే వ్యాసం మిగిలిన జ్యాల కంటే ఎక్కువ పొడవు ఉండటాన్ని మనం గమనించవచ్చు.

తిరిగి మనం వృత్తాన్ని గమనిద్దాం. \overline{AC} అను రేఖాఖండము మధ్య బిందువు O.

కాని ఇందులోని \overline{OA} మరియు \overline{OC} లు రెండు వృత్త వ్యాసార్థాలు అని మనకు తెలుసు.

కాబట్టి \overline{OA} పొడవు + \overline{OC} పొడవు = \overline{AC} పొడవు అని మనం చెప్పవచ్చు.

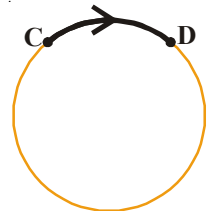
ఒక వృత్త వ్యాసము దాని వ్యాసార్థానికి రెండురెట్లు.

ఆలోచించండి మరియు చర్చించండి

ఒక వృత్తములో మనం ఒకటి కంటే ఎక్కువ వ్యాసాలు గీయగలమా? అన్ని వ్యాసాలు సమానమయిన పొడవును కలిగివున్నాయా? మీ స్నేహితులతో చర్చించి సమాధానం చెప్పండి.



ప్రక్క పటాన్ని గమనించండి. ఒక వృత్తంపై ఉండే రెండు బిందువులు C మరియు D ల మధ్య ఉండే వృత్తభాగాన్ని చాపము అని అంటారు. మరియు ఈ చాపాన్ని \widehat{CD} చే సూచిస్తారు. ఇంకొక చాపాన్ని గుర్తించండి.



వృత్తం ఒక సరళ సంవృతపటం కాబట్టి అది తలాన్ని తన సరిహద్దు (పరిధి) తో కలిసి వృత్త అంతరము మరియు వృత్త బాహ్యముగా విభజిస్తుంది.

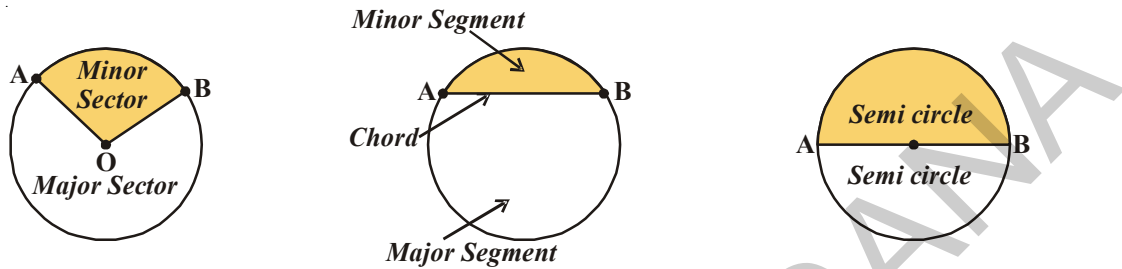
సరిహద్దుతో కూడిన వృత్తం యొక్క అంతరాన్ని వృత్తాకార ప్రాంతము అంటారు.

Some other parts of the circle

Region enclosed by an arc and two radii is called **sector of the circle**.

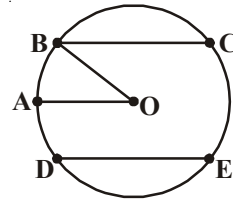
Region enclosed by an arc and a chord is called **segment** of a circle. Chord of a circle divides it into two segments.

Region enclosed by an arc and a diameter is called a **semi circle**.



EXERCISE - 4.5

- Draw a circle and name its centre, a radius, a diameter and arc.
- Shade the regions in the circle
 - Sector with red
 - Minor segment with yellow
- Say 'True' or 'False'
 - We can locate only one centre in a circle ()
 - Diameter is twice the radius ()
 - An arc is a part of a circle ()
 - All chords are equal in length ()
 - All radii are not equal in length in a circle ()
- Take a circular sheet of paper. Fold it into two halves. Press the fold and open it. Do you find the crease of a diameter? Repeat the same activity by changing the fold. How many diameters do you observe? How many more diameters can be formed?



WHAT HAVE WE DISCUSSED?

- A point determines a location. It is usually denoted by a capital letter.
- A line segment is formed by joining two points. It has a fixed length.

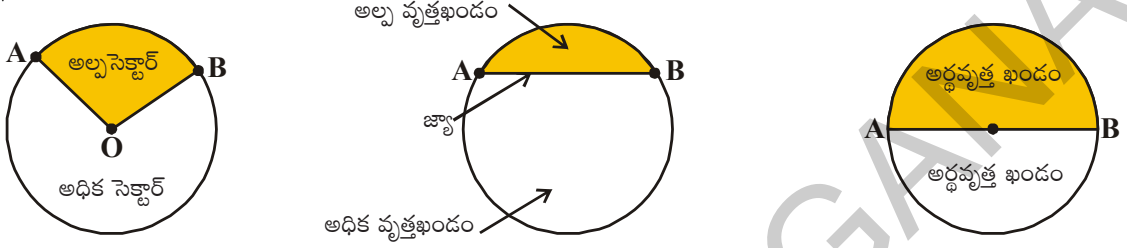


వృత్తం యొక్క కొన్ని ఇతర భాగాలు

ఒక చాపము మరియు రెండు వ్యాసార్థాల చేత ఆవరించబడిన ప్రాంతాన్ని వృత్తము యొక్క సెక్టర్ (ఊజ్యంతరము) అని అంటారు.

ఒక జ్యా మరియు చాపము చేత ఆవరించబడిన వృత్త ప్రాంతాన్ని వృత్తము యొక్క వృత్త ఖండము అని అంటారు. వృత్తం యొక్క జ్యా వృత్తాన్ని రెండు ఖండాలుగా విభజిస్తుంది.

ఒక వ్యాసము మరియు చాపము చేత ఆవరించబడిన వృత్త ప్రాంతాన్ని అర్ధవృత్త ఖండము అని అంటారు.



అభ్యాసము 4.5

1. ఒక వృత్తాన్ని గీసి అందులో కేంద్రము, వ్యాసార్థము, వ్యాసము మరియు చాపాన్ని గుర్తించుము

2. వృత్తప్రాంతాన్ని రంగులతో షేడ్ చేయండి

i) సెక్టర్‌ను ఎరుపురంగుతో

ii) అల్పవృత్త ఖండాన్ని పసుపురంగుతో

3. 'సత్యము' లేదా 'అసత్యము' తెల్పండి.

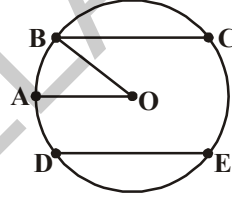
i) ఒక వృత్తంలో ఒకే కేంద్రము గుర్తించగలము

ii) వృత్తవ్యాసము వ్యాసార్థానికి రెండురెట్లు

iii) చాపము అనునది వృత్తంలో ఒక భాగం

iv) అన్ని జ్యాలు ఒకే పొడవును కలిగి వుంటాయి

v) ఒక వృత్తంలో వ్యాసార్థాలు అన్నీ సమానమైన పొడవు కలిగి వుండవు



4. ఒక వృత్తాకార కాగితాన్ని తీసుకోండి. దానిని రెండు సమాన భాగాలకు మడవండి. మడత వెంట గోటితో గీసి తిరిగి కాగితాన్ని తెరవండి. మీకు వృత్తవ్యాసము మడత కనిపించిందా? ఇదే కృత్యాన్ని వేరు వేరు రకాలుగా వృత్తాన్ని సగానికి మడవటం ద్వారా చేయండి. ఎన్ని వ్యాసాలను మీరు గమనించారు? ఇలా ఇంకా ఎన్ని వ్యాసాలను ఏర్పరచగలము?



మనం నేర్చుకున్నది

1. బిందువు ఒక స్థానాన్ని సూచిస్తుంది. సాధారణంగా దానిని ఆంగ్ల భాషలోని పెద్ద అక్షరంతో సూచిస్తారు.

2. రెండు బిందువులను కలపడం వల్ల రేఖాఖండము ఏర్పడుతుంది. అది ఒక నిర్దిష్టమయిన పొడవును కలిగి వుంటుంది.



3. A line is obtained when a line segment extends on both sides indefinitely.
4. A ray is a part of a line starting at a point and goes in one direction endlessly.
5. Any figure drawn without lifting a pencil may be called a curve. In this sense, a line is also a curve.
6. A simple curve is one that does not cross itself.
7. Curves are of 2 types- open and closed.
8. An angle is made up of two rays starting from a common end point. The common end point is called vertex and the two rays are arms of the angle.
9. Every angle divides the plane as interior, exterior and boundary of the angle.
10. A triangle is a simple closed figure bounded by three line segments.
11. A triangle has three vertices, three sides and three angles.
12. A triangle with its boundary and interior is called the triangular region.
13. A quadrilateral is a simple closed figure bounded by four line segments. It has four vertices, four sides, four angles and two diagonals.
14. A circle is simple closed curve, where each point on the boundary is at an equal distance from the centre. The fixed distance is the radius.
15. A part of a circle is an arc and the total length of the circle is called its circumference.
16. A chord of a circle is a line segment joining any two points on the circle. Diameter is also a chord.
17. A diameter of a circle is double the radius.
18. A circle with its boundary and interior together is a circular region.
19. The region in a circle bounded by two radii and the arc is called sector.
20. The region in a circle bounded by a chord and the arc is called a segment of the circle.
21. Each diameter divides a circle into two semicircles. A semi circle is half of the circle.

Euclid (Greece)

365 BC

He is a famous Greek philosopher and mathematician. He has introduced geometry in a logical order in the book, 'The Elements'. His geometry is known as Euclidean geometry.



3. ఒక రేఖాఖండం యొక్క రెండు చివరి బిందువుల వైపు అనంతంగా పొడిగించడం ద్వారా సరళ రేఖ ఏర్పడుతుంది.
4. ఒక బిందువు నుండి ప్రారంభమై ఒక దిశలో వెళ్లే అనంతంగా రేఖలోని భాగాన్నే కిరణము అని అంటారు.
5. పెన్సిల్ కొనను ఎత్తకుండా గీసిన ఏదయినా పటాన్ని సాధారణంగా వక్రము అని అంటారు. ఈ విధంగా సరళరేఖ కూడా ఒక వక్రమే.
6. ఒక వక్రము దానినదే దాటనిచో అది సరళ వక్రం.
7. వక్రాలు సంవృత, వివృత అని రెండు రకాలు.
8. ఒకే ఉమ్మడి బిందువు నుండి ప్రారంభమైన రెండు విభిన్న కిరణాలు కోణాన్ని ఏర్పరుస్తాయి. ఉమ్మడి బిందువును శీర్షము అని అంటారు. రెండు కిరణాలను కోణ భుజాలు అని అంటారు.
9. ప్రతీ కోణం తలాన్ని అంతరము, సరిహద్దు మరియు బాహ్యం అని మూడు భాగాలుగా విభజిస్తుంది.
10. మూడు రేఖాఖండాలచే ఏర్పడిన సరళ సంవృత పటాన్ని త్రిభుజము అని అంటారు.
11. త్రిభుజానికి మూడు భుజాలు, మూడు శీర్షాలు, మూడు కోణాలు ఉంటాయి.
12. త్రిభుజం (సరిహద్దు) మరియు అంతరంతో కూడిన ప్రాంతాన్ని త్రిభుజాకార ప్రాంతం అని అంటారు.
13. చతుర్భుజము నాలుగు రేఖాఖండాలచే ఏర్పడు సరళసంవృత పటము. దీనికి నాలుగు శీర్షాలు, నాలుగు భుజాలు, నాలుగు కోణాలు మరియు రెండు కర్ణాలు ఉంటాయి.
14. ఒక స్థిరబిందువుకు సమాన దూరంలో ఉండే అన్ని బిందువులచే ఏర్పడిన సరళ సంవృత వక్రాన్ని వృత్తము అని అంటారు. ఈ సమాన దూరాన్ని వ్యాసార్థం అంటారు.
15. వృత్తము యొక్క మొత్తం పొడవును వృత్త పరిధి అని అంటారు. వృత్త పరిధిపై కొంత భాగాన్ని చాపము అని అంటారు.
16. వృత్తం పైన ఉన్న ఏవైనా రెండు బిందువులను కలుపగా ఏర్పడిన రేఖాఖండాన్ని జ్యా అని అంటారు. వ్యాసము కూడా ఒక జ్యా అవుతుంది.
17. వృత్త వ్యాసము వ్యాసార్థానికి రెండు రెట్లు.
18. వృత్తము (సరిహద్దు) మరియు వృత్త అంతరము కలిపి వృత్తాకార ప్రాంతం అంటారు.
19. వృత్త చాపము మరియు రెండు వ్యాసార్థాలచే ఆవరించబడిన ప్రాంతాన్ని సెక్టర్ లేక త్రిజ్యాంతరము అని అంటారు.
20. వృత్తం జ్యా మరియు చాపముచే ఆవరించబడిన ప్రాంతాన్ని వృత్త ఖండము అని అంటారు.
21. ప్రతి వ్యాసము వృత్తాన్ని రెండు అర్ధవృత్తాలుగా విభజిస్తుంది. అర్ధవృత్తం అనగా వృత్తంలో సగ భాగం.

యూక్లిడ్ (గ్రీకు)

365 BC

గ్రీకు తత్వవేత్త మరియు గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు. జ్యామితిని క్రమ పద్ధతిలో తార్కికముగా అమర్చి “ది ఎలిమెంట్స్” అనే పుస్తకాన్ని రాశాడు. ఈయన రాసిన జ్యామితిని “యూక్లిడియన్” జ్యామితి అంటారు.





5.1 INTRODUCTION

In the chapter 'Basic Geometrical Ideas', we learnt about some geometrical shapes. These included lines, angles, triangles, quadrilaterals and circles. Many of these are made of line segments and angles formed by them. We can see that in these shapes, lines and angles have different sizes. We can often compare the lengths of line segments and the measures of angles between them by looking at them.

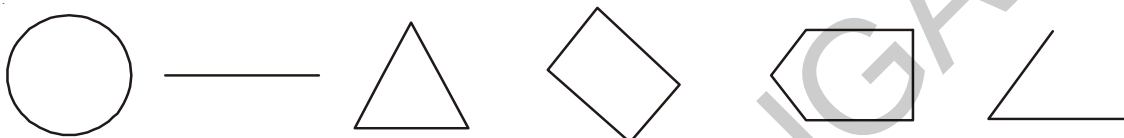


fig. 5.1

This is not however possible all the times. Some times the measures are so close to each other that we require an accurate tool/device to measure these measurements. In this chapter, we are going to learn how to measure the line segments and angles.

5.2 MEASURE OF A LINE SEGMENT

The edges of a book, TV screen, bricks etc. are like a line segment drawn through any edge.

We have drawn and also seen so many line segments. We know that a triangle is made of three and a quadrilateral of four lines segments.

A line segment is a part of a line with two end points. This makes it possible to measure a line segment. This measure of each line segment is its "length". We use length to compare line segments.

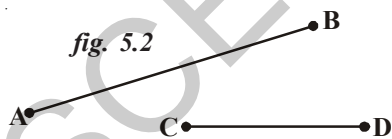


fig. 5.2

We can compare the 'length' of two line segments in three ways:

- Simple observation.
- Tracing on a paper and comparing.
- Using instruments.

The line segments \overline{AB} and \overline{CD} in the figure 5.2 can be compared by simple observation. Can you find the longer one?

By simple observation, we can say that \overline{AB} is clearly longer than \overline{CD} .

But it is difficult to compare the lengths of the another two pairs \overline{AB} , \overline{CD} and \overline{PQ} , \overline{RS} shown in the figure 5.3. Why?

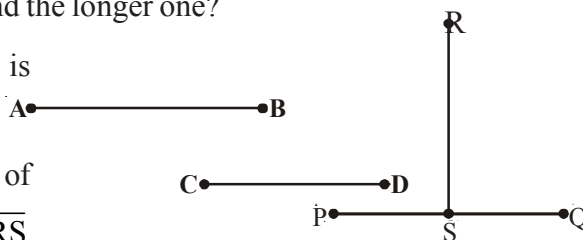


fig. 5.3



5.1 పరిచయం

“ప్రాథమిక జ్యామితీయ భావనలు” అనే అధ్యాయంలో మనం రేఖలు, కోణములు, త్రిభుజాలు, చతుర్భుజాలు మరియు వృత్తాలు లాంటి కొన్ని జ్యామితీయ ఆకారాలను గురించి నేర్చుకున్నాం. వాటిలో ఈ జ్యామితీయ పటాలు, అనేక రేఖాఖండాలు మరియు వాటిచే ఏర్పడిన కోణములతో రూపొందించబడ్డాయి. ఈ ఆకారాలలో రేఖాఖండాలు, కోణాలు వేరు వేరు పరిమాణాలలో ఉన్నాయి. సాధారణంగా మనం రేఖాఖండాలను పొడవులను బట్టి మరియు వాటిచే ఏర్పడిన కోణములను కొలతలను బట్టి చూసి పోల్చుతాం.



పటం 5.1

అయితే అన్ని సమయాల్లో ఇది సాధ్యం కాకపోవచ్చు. కొన్ని రేఖాఖండాలు మరియు కోణాల కొలతలు కంటితో చూసి పోల్చలేనంత దగ్గర దగ్గరగా ఉన్నప్పుడు వాటిని ఖచ్చితంగా కొలవడానికి మనకు ప్రత్యేకమయిన పరికరాలు కావాలి. ఈ అధ్యాయంలో మనం రేఖాఖండాలను మరియు కోణాలను ఎలా కొలవాలో నేర్చుకుందాం.

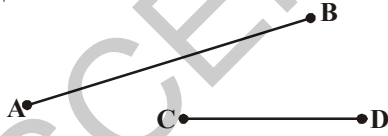
5.2 రేఖాఖండం యొక్క కొలత

పుస్తకం, టెలివిజన్ తెర, ఇటుక మొదలగు వాటి అంచులు ఆ వస్తువుల యొక్క అంచుల వెంట గీసిన రేఖాఖండాల వలే ఉంటాయి.

మనం అనేక రేఖాఖండాలు చూసాము మరియు గీచాము కూడ.

త్రిభుజము మూడు రేఖాఖండాలచే, చతుర్భుజం నాలుగు రేఖాఖండాలచే ఏర్పడుతుందని మనకు తెలుసు.

రేఖాఖండము అనేది రెండు చివరి బిందువులు కలిగిన రేఖలోని ఒక భాగం. రేఖాఖండానికి చివరి బిందువులు ఉన్నందువలన దానిని మనం కొలవవచ్చు. ఆ కొలతనే దాని ‘పొడవు’ అని అంటాము. మనం ‘పొడవు’ ను రెండు రేఖాఖండాలను పోల్చుటకు ఉపయోగిస్తాము.



పటం 5.2

మనం రెండు రేఖాఖండాల ‘పొడవు’ను మూడు రకాలుగా పోల్చవచ్చును.

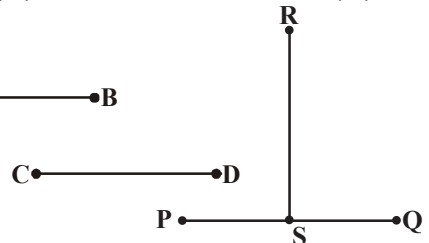
ఎ) సాధారణ పరిశీలన బి) కాగితంపై (ట్రేసింగ్ చేసి పోల్చుట సి) జ్యామితి పరికరాలు ఉపయోగించుట

పటం 5.2 లోని \overline{AB} , \overline{CD} రేఖాఖండాలను పరిశీలించండి. ఏ రేఖాఖండం ఎక్కువ పొడవును కలిగి ఉందో చెప్పగలరా?

కేవలం పరిశీలనతోనే, \overline{AB} రేఖాఖండము \overline{CD} రేఖాఖండము కంటే ఎక్కువ పొడవును కలిగి వుంది అని సులభంగా చెప్పవచ్చు.

కాని పటం 5.3 లోని \overline{AB} , \overline{CD} మరియు \overline{PQ} ,

\overline{RS} రేఖాఖండాల జతలను సులభంగా పోల్చలేము. ఎందువల్ల?



పటం 5.3

THINK AND DISCUSS

How do we compare them?

To compare them, we trace the line segments \overline{AB} and \overline{CD} on a tracing paper such that they are roughly aligned in the same direction. Do their end points coincide?

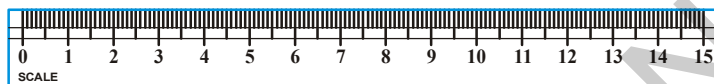
We can now say \overline{AB} is longer than \overline{CD} . In the same way we can compare \overline{PQ} with \overline{RS} . We can see \overline{PQ} and \overline{RS} are of equal length.



5.2.1 COMPARING BY USING INSTRUMENTS

To compare any two line segments accurately, then we need proper instruments. These include the ruler (scale) and divider in the Geometry box.

Have you seen and used these instruments? Look at these carefully.



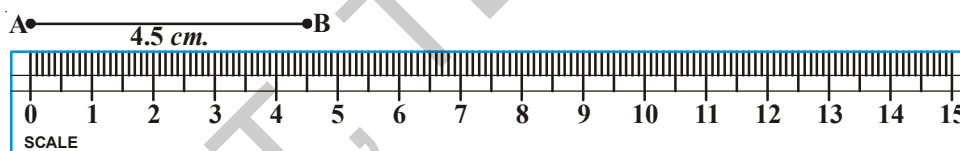
Ruler Fig. 5.4



Divider

A ruler (scale) is divided into 15 big parts as marked along one of its edges. Each of these 15 parts is of length 1 centimeter (1 cm.) Each centimeter is divided into 10 parts again and each sub part is 1 millimeter (1 mm.)

Let us see how to measure the length of a line segment using the ruler.



Place the zero mark (cm.) of the ruler at A. Read the mark against B. This gives the length of AB line segment.

Here length of $AB = 4.5$ cm.

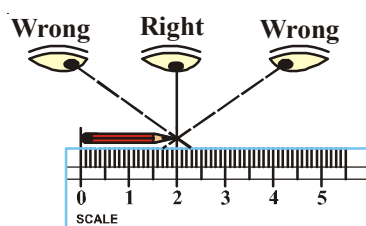
i.e. $AB = 4.5$ cm.

Note: Let us assume that we place the 1 cm mark of the ruler at A. Then the mark against B would be 5.5 cm. Then we need to read both the points and subtract to find the length. i.e. $5.5 - 1 = 4.5$ cm.

THINK, DISCUSS AND WRITE

What other errors can you find while measuring the length of line segment?

For example, to find the length of a pencil, the eye should be correctly positioned as shown in the figure i.e. just vertically above the mark for both points. Other wise there may be an error due to angular viewing.



ఆలోచించండి మరియు చర్చించండి

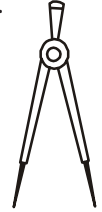
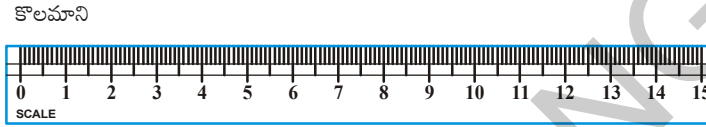
ఈ రెండు రేఖాఖండాలను ఎలా పోల్చవచ్చు?
 వాటిని పోల్చడానికి \overline{AB} , \overline{CD} రేఖాఖండాలను ట్రేసింగ్ పేపర్ లేదా ఉల్లి పొర కాగితంపై ఒకే దిశలో ఉండేటట్లు గీసి, ఒకదానిపై ఒకటి ఉంచండి. వాటి చివరి బిందువులు ఏకీభవించాయా?
 \overline{AB} రేఖాఖండం, \overline{CD} రేఖాఖండం కంటే పొడవుగా ఉంది అని చెప్పవచ్చు. ఇదే విధంగా \overline{PQ} , \overline{RS} లను పోల్చి రెండింటి పొడవులు సమానమని చెప్పవచ్చు.



5.2.1 జ్యామితి పరికరాలను పయోగించి పోల్చుట

రెండు రేఖాఖండాల పొడవులను ఖచ్చితంగా పోల్చడానికి మనకు సరి అయిన సాధనాలు అవసరం. అవి మీ జామెట్రీ బాక్స్ లోని కొలమాని (స్కేలు) మరియు విభాగినిని.

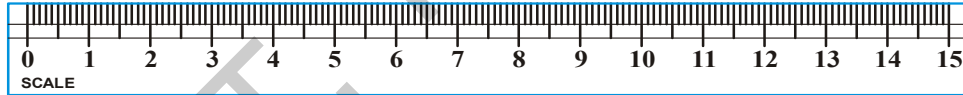
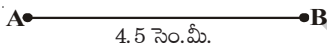
ఈ పరికరాలను మీరు ఎప్పుడయినా చూశారా, ఉపయోగించారా? వీటిని జాగ్రత్తగా పరిశీలించండి.



పటం 5.4

స్కేలు (కొలమాని) యొక్క ఒక అంచు 15 సమాన పెద్ద విభాగాలుగా విభజించబడి ఉంటుంది. ఇందులోని ప్రతీ విభాగము 1 సెంటీమీటరు (1 cm) ను సూచిస్తుంది. ప్రతీ సెం.మీ తిరిగి 10 సమాన చిన్న విభాగాలుగా విభజించబడి ఉంటుంది. ప్రతీ చిన్న విభాగాన్ని 1 మిల్లీమీటరు (1 mm) అని అంటారు.

స్కేలు ను పయోగించి ఒక రేఖాఖండము పొడవును ఎలా కొలుస్తారో ఇప్పుడు నేర్చుకుందాము.



స్కేలులోని నున్నా విభాగాన్ని A వద్ద ఉంచండి. ఇప్పుడు B వద్ద గల స్కేలు విభాగాన్ని గుర్తించండి. ఈ కొలతనే రేఖాఖండము పొడవుగా చెప్పవచ్చు.

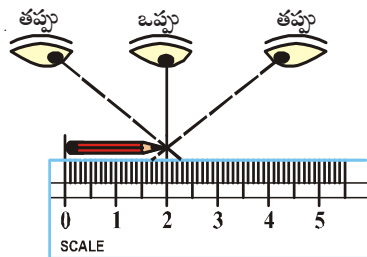
ఇక్కడ \overline{AB} పొడవు = 4.5 సెం.మీ. అనగా $AB = 4.5$ సెం.మీ.

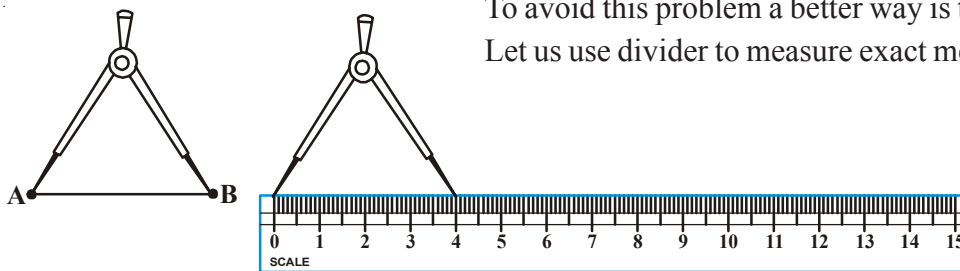
గమనిక : ఒకవేళ A బిందువును స్కేలుపై 1 సెం.మీ వద్ద ఉంచితే B బిందువు 5.5 సెం.మీ వద్ద ఏకీభవిస్తుంది. అప్పుడు మనం రెండు బిందువుల వద్ద కొలతలు తీసుకోవాల్సిన అవసరముంది మరియు పొడవును కనుగొనడానికి తీసివేత చేయాలి. అనగా $5.5 - 1 = 4.5$ సెం.మీ అవుతుంది.

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

స్కేలును పయోగించి రేఖాఖండము యొక్క పొడవు కనుగొనేటప్పుడు ఏ ఏ దోషాలు మీరు కనుగొంటారు?

ఒక పెన్సిల్ యొక్క పొడవును మనం కనుగొనాలి అని అనుకుంటూ అప్పుడు పటంలో చూపిన విధంగా మన కంటి దృష్టి స్థితిలో ఉండాలి. పెన్సిల్ చివరి బిందువు వద్ద లంబంగా ఉండే స్థితిలో మన కన్ను ఉండాలి. కోణీయంగా ఒక వస్తువును చూడటం వల్ల దోషం ఏర్పడవచ్చు.





To avoid this problem a better way is to use a divider.
Let us use divider to measure exact measure.

fig. 5.5

Open the divider. Place the end point of one of its arms at 'A' open it till the end point of the second arm is placed at B. Lift the divider carefully without disturbing the opening of the divider place it on the ruler. Read the marks against each end point.

What is the length of line segment AB?

Take more line segments. Measure their lengths.



TRY THESE

1. Take a post card and measure the length and breadth with ruler and divider. Do all post cards have the same dimensions?
2. Select any three objects like eraser, small pencil, etc. Trace their length on a paper. Measure the length of these line segments.



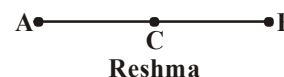
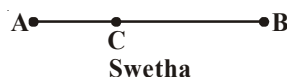
EXERCISE - 5.1

1. Give any five examples of line segment observed in your classroom.
Eg.: edge of black board.
2. Why is it better to use a divider than a ruler, while comparing two line segments?
3. Measure all the line segments in the figure given below and arrange them in the ascending order of their lengths.



Line Segments \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , \overline{AE} , \overline{BC} , \overline{BD} , \overline{BE} , \overline{CD} , \overline{CE} , \overline{DE}

4. Mid point of \overline{AB} is located by Swetha and Reshma like this.

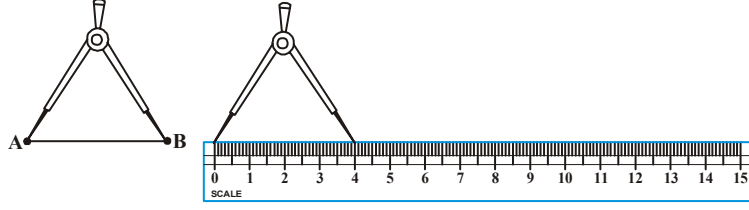


Which one do you feel correct? Measure the lengths of \overline{AC} , \overline{CB} and verify.

5. Each of the figures given along side has many line segments. For the almirah we have shown one line segment along the longer edge. Identify and mark all such line segments in these figures.



ఈ దోషాన్ని నివారించడానికి మనం విభాగినిని ఉపయోగిస్తాము. విభాగినిని ఉపయోగించి ఖచ్చితమయిన కొలతను కొలవడానికి విభాగిని ఉపయోగిద్దాము.



పటం 5.5

విభాగినిని తెరవండి. విభాగిని యొక్క ఒక భుజము చివర కొనను A వద్ద ఉంచి, దానిని రెండవ భుజం యొక్క చివరి కొన B వద్దకు వచ్చే వరకు తెరవండి. విభాగినిని దాని భుజాల స్థితిని మార్చకుండా జాగ్రత్తగా పైకి లేపి స్కేలుపై ఒక కొన '0' వద్ద ఉంచునట్లు. రెండవ కొన స్కేలుపై మరొక విభాగంపై ఉండే విధంగా ఉంచాలి. రెండు చివరి కొనల వద్ద కొలతలను గుర్తించండి.

రేఖాఖండం AB యొక్క పొడవు ఎంత?

వేరు వేరు రేఖాఖండాలను తీసుకొని, వాటి పొడవులను కొలవండి.



ప్రయత్నించండి

- ఒక పోస్టుకార్డును తీసుకొని దాని పొడవు వెడల్పులను స్కేలు మరియు విభాగినిని ఉపయోగించి కొలవండి. అన్ని పోస్టుకార్డులు ఒకే కొలతల కలిగి వుంటాయా?
- చిన్న పెన్సిల్, రబ్బర్ లాంటి ఏవైనా మూడు వస్తువులు తీసుకోండి. వాటి అంచులను కాగితంపై గీసి, ఆ రేఖాఖండాల పొడవులను కొలవండి.



అభ్యాసం 5.1

- రేఖాఖండాలకు తరగతి గదిలో మీరు గమనించిన ఏవైనా అయిదు వస్తువులను ఉదాహరణలు ఇవ్వండి. ఉదా || నల్లబల్ల అంచు.
- రెండు రేఖాఖండాలను పోల్చునప్పుడు స్కేలు కంటే విభాగినిని ఉపయోగించడం మేలు. ఎందుకు?
- కిందిపటంలో ఇవ్వబడిన సరళరేఖలోని రేఖాఖండాలను కొలవండి. కొలతలను బట్టి ఆరోహణ క్రమంలో రాయండి.



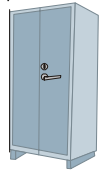
రేఖాఖండాలు \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , \overline{AE} , \overline{BC} , \overline{BD} , \overline{BE} , \overline{CD} , \overline{CE} , \overline{DE}

- శ్వేత మరియు రేష్యాలు \overline{AB} రేఖాఖండం మధ్యబిందువును ఈ క్రింది విధంగా సూచించారు.



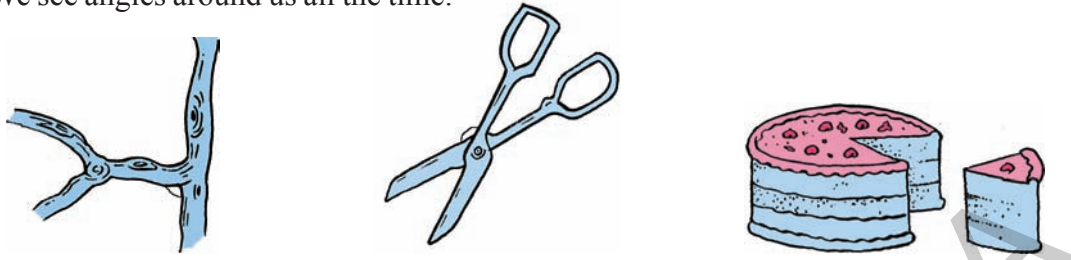
ఇద్దరిలో ఎవరు సరిగా గుర్తించారు? \overline{AC} , \overline{CB} పొడవులను కొలిచి సరిచూడండి.

- ప్రక్కన ఇవ్వబడిన పటములు అనేక రేఖాఖండములను కలిగి ఉన్నాయి. అల్పారా యొక్క పొడవైన అంచు ఒక రేఖాఖండంగా చూపబడినది. అలాగే ఆ పటములలోని మిగతా రేఖాఖండములను గుర్తించుము.



5.3 MEASURE OF AN ANGLE

We see angles around us all the time.

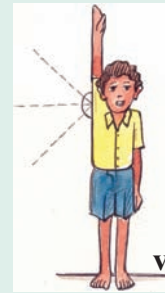


We know as the line segments of the blade of scissors move further apart, the measure of the angle between them increases. Angle is formed between two rays or two line segments. Give some examples of things where we can see angles.



ACTIVITY

Look at the following figures:



Put your hands close to your body. Keep one hand in the same position and slowly move up the other hand. As you go on moving your hand; you can observe the angle between your body and moving hand changes.

Let us consider the different angles formed and what we call them.

In figure (iii) your arm is perpendicular to your body. The angle formed by your arm with your body is exactly 90° which is called a right angle.

In figure (ii) the angle formed between your body and hand is less than a right angle. Such angles are called acute angles.

In figure (iv) the angle formed is more than a right angle and it is called an obtuse angle.

In figure (v) your hand is again along your body and the angle formed is 180° . This is called a straight angle.

Now, in fig.(i) do you find any angle between your hand and your body?

There is no angle formed. So here we say that it is zero angle and we started moving from zero angle. Notice the figures are now pointing up and not down. This indicates that we have not reached the initial position.

Let us observe some other examples of these angles formed in a clock.

5.3 కోణం యొక్క కొలత

నిత్యజీవితంలో మనం కోణాలు కలిగి ఉన్న అనేక వస్తువులను చూస్తూ ఉంటాం.

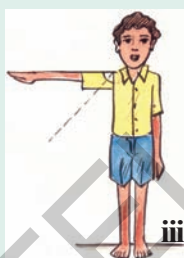


కత్తెరలోని బ్లేడులు దూరంగా జరిగే కొద్ది వాటి మధ్య కోణం పెరగటం మనం గమనించవచ్చు. రెండు రేఖాఖండాలు మధ్య లేదా రెండు కిరణాల మధ్య కోణం ఏర్పడుతుంది. కోణాలను కలిగి ఉన్న వివిధ వస్తువులకు కొన్ని ఉదాహరణలు ఇవ్వండి.



కృత్యము

కింది చిత్రాలను గమనించండి.



మీ శరీరానికి దగ్గరగా మీ చేతులను ఉంచండి. మీ ఒక చేతిని కదల్చకుండా అదే స్థితిలో ఉంచి రెండవ చేతిని నెమ్మదిగా పైకి లేపండి. మీ చేతిని కదుపుతూ ఉన్నప్పుడు మీ శరీరానికి, కదిలే చేతికి మధ్య కోణం మారుతూ ఉండటాన్ని మీరు గమనించవచ్చు.

ఏర్పడే వివిధ కోణాలు పరిగణనలోకి తీసుకుందాం మరియు వాటిని మనం ఏమని పిలుస్తాం?

పటం (iii) లో మీ చేయి శరీరానికి లంబంగా వుంది. శరీరానికి, చేతికి మధ్య కోణం 90° . ఈ కోణాన్ని లంబకోణం అని అంటారు.

పటం (ii) లో మీ శరీరానికి, చేతికి మధ్యకోణం లంబకోణం కంటే తక్కువ. ఇలాంటి కోణాలను అల్పకోణాలు అని అంటారు.

పటం (iv) లో శరీరానికి, కుడిచేతికి మధ్యకోణం లంబకోణం కంటే ఎక్కువ. ఈ కోణాన్ని అధికకోణం అని అంటారు.

పటం (v) లో శరీరానికి, కుడిచేతికి మధ్య కోణం రెండు లంబకోణాల మొత్తం అంటే 180° . ఈ కోణాన్ని సరళకోణం అని అంటారు.

పటం (i) లో శరీరానికి, చేతికి మధ్య ఏదైనా కోణం ఏర్పడిందా?

ఏ కోణం ఏర్పడలేదు కదా! ఈ కోణంను శూన్యకోణం అంటారు మరియు మనం శూన్య కోణం నుండి కదపడం ప్రారంభించాము. పటాలు క్రమంగా చేయి పైకి లేస్తున్నట్లు చూపబడ్డాయి, కాని క్రిందకు కాదు. అంటే మనం ఇంకా ప్రారంభ స్థానాన్ని చేరలేదు.

ఇప్పుడు మనం ఒక గడియారంలోని ముళ్ళ మధ్య ఏర్పడే కోణాలను పరిశీలిద్దాం.

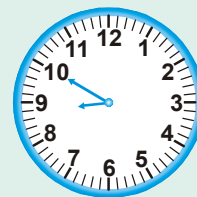
If we take, the angle between the hands to be zero at 12'O clock.



(i)



(ii)



(iii)

1. Which clock's hands are showing acute angle?
2. In which figures the clock's hands form an obtuse angle?

These angles would be measured using the small i.e. hours hand as a base and we will measure the clockwise movement of the minutes hand away from the hour's hand.



ACTIVITY

Take two drinking straws

Keep one end of the one straw over the other straw end and fix a pin at that point as 'L' shape. Here you find a right angle tester (*fig. 5.6*).

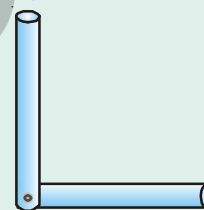


fig. 5.6

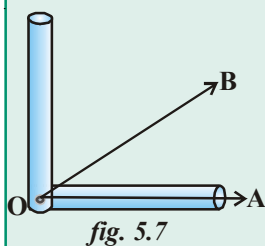


fig. 5.7

Keep the tester on one ray \overrightarrow{OA} coinciding with vertex as shown in the (*fig.-5.7*). Now $\angle AOB$ is less than the \overrightarrow{OD} right angle. Thus it is an acute angle.

Keep the tester on one ray \overrightarrow{OC} coinciding with the vertex as shown in the (*fig.-5.8*). Now $\angle COD$ is more than the right angle. Thus it is an obtuse angle.

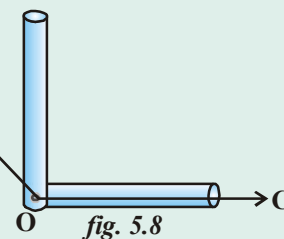
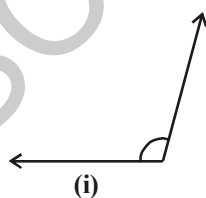


fig. 5.8

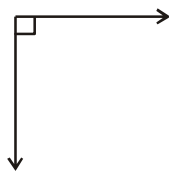


TRY THESE

1. Use the 'right angle tester made of straws' and identify the following angles.



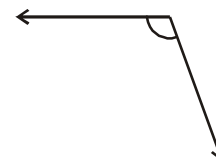
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

2. List out five daily life situations where you observe acute angles and obtuse angles.
3. Draw some angles of your choice. Test them by the 'angle tester' and write which are acute which are obtuse and which are right angles.

12 గంటల సమయాన, ముల్లుల మధ్య కోణం సున్నాగా తీసుకుందాం.



(i)



(ii)



(iii)

1. ఏ గడియారంలోని ముల్లుల మధ్య అల్పకోణం ఉంది?
2. ఏ గడియారంలోని ముల్లులు అధికకోణాన్ని సూచిస్తున్నాయి?

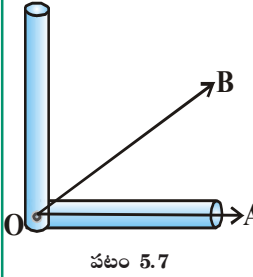
ఇచ్చట చిన్నముల్లును (గంటల ముల్లును) ఆధారంగా చేసుకొని, పెద్దముల్లు (నిమిషాల ముల్లు) సవ్య దిశలో చేసే భ్రమణాన్ని కోణంగా పరిగణిస్తాము.



కృత్యము

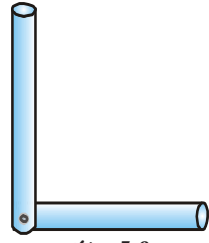
రెండు స్ట్రాల్లను తీసుకొండి.

ఒక స్ట్రా యొక్క ఒక చివరను మరొక స్ట్రా యొక్క చివరపై L ఆకారంలో ఉంచి ఒక గుండుసూదిని గుచ్చాలి. ఇది లంబకోణాన్ని పరీక్షించే సాధనంగా ఉపయోగపడుతుంది (పటం 5.6).



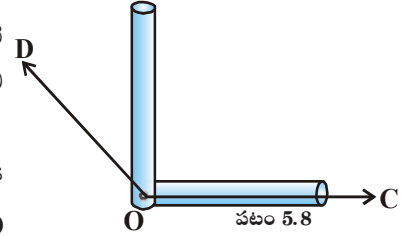
పటం 5.7

ఈ సాధనాన్ని \overline{OA} కిరణం వెంబడి పటం 5.7లో సూచించిన విధంగా శీర్షాలు ఏకీభవించేటట్లుగా ఉంచాలి. $\angle AOB$ కోణము లంబకోణం కంటే తక్కువగా ఉంది. కావున అది అల్పకోణము అని చెప్పవచ్చు.



పటం 5.6

ఈ సాధనాన్ని \overline{OC} పై శీర్షాలు ఏకీభవించేటట్లు పటం 5.8లో చూపించిన విధంగా ఉంచండి. ఇప్పుడు $\angle COD$ గమనించండి. $\angle COD$ లంబకోణం కంటే ఎక్కువగా ఉంది. కావున ఇది అధిక కోణము.

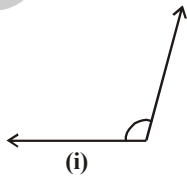


పటం 5.8

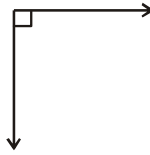


ప్రయత్నించండి

1. స్ట్రాల్తో తయారుచేసిన లంబకోణ పరీక్షా సాధనము ఉపయోగించి క్రింది కోణాలను గుర్తించండి.



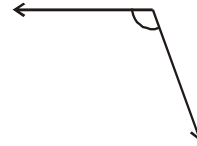
(i)



(ii)



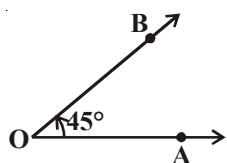
(iii)



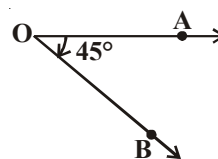
(iv)

2. అల్పకోణాలను, అధికకోణాలను గమనించే ఏవైనా ఐదు నిత్యజీవిత సందర్భాలను ఉదాహరణలుగా వ్రాయండి.
3. మీకు తోచిన ఏవయినా కొన్ని కోణాలను గీయండి. స్ట్రా లంబకోణ పరీక్షాసాధనంతో ఏవి లంబకోణాలో, ఏవి అల్ప కోణాలో, ఏవి అధిక కోణాలో గుర్తించండి.

Satya and Swetha were given Ray \overline{OA} and were asked to draw 45° angle. They drew like this:



Satya ($\angle AOB = 45^\circ$)



Swetha ($\angle AOB = 45^\circ$)

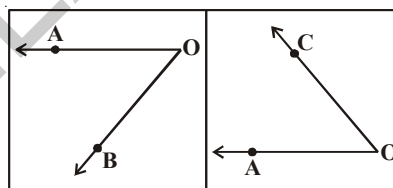
What is the difference in the angles drawn by Satya and Swetha?

In the angle made by Satya, \overline{OA} moved in the opposite direction of the hands of a clock and reached \overline{OB} , making an angle of 45° . Such **angles where the ray moves in the opposite direction of the hands of a clock are called Anti clock-wise angles**. The anti clock-wise angles are denoted by a positive measure. So Satya's angle is 45° .

In the angle made by Swetha, \overline{OA} moved in the direction of the hands of a clock and reached \overline{OB} , making an angle of 45° . Such **angles where the ray moves in the direction of the hands of a clock are called clock-wise angles**. They are denoted by negative sign. The angle made by Swetha is of -45° .

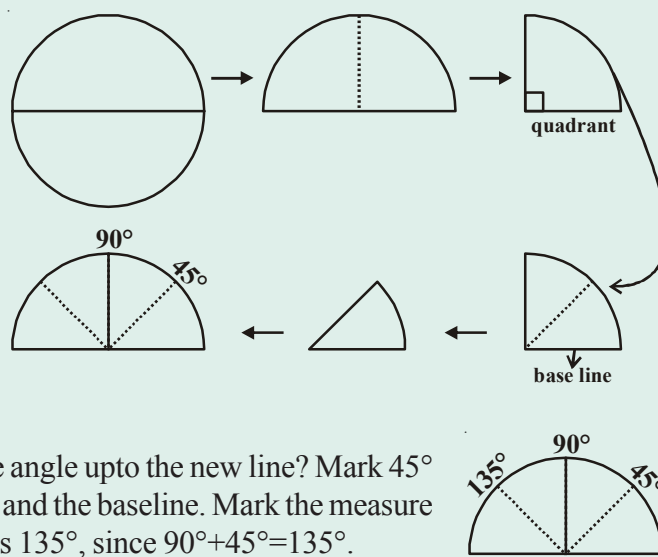
THINK, DISCUSS AND WRITE

In the adjacent figure $\angle AOB$ and $\angle AOC$ are given. Which angle is clock-wise and which angle is anti clock-wise. Think and discuss with your friends.

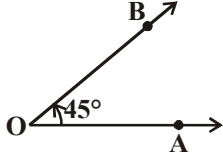


ACTIVITY

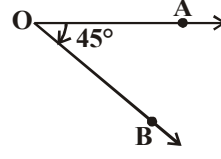
1. Cut out a circular shape using a bangle or take a circular sheet.
2. Fold it once from the middle, you will get a semi circle.
3. Fold it once again to get a shape as shown. This is called a quadrant.
4. The fold is at 90° to the edge. Mark 90° on the fold.
5. Now fold the quadrant once more as shown. The angle is half of 90° i.e. 45° . Open it out now. What is the angle upto the new line? Mark 45° for the angle formed between crease and the baseline. Mark the measure of the fold on the other side of 90° as 135° , since $90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$.



సత్య మరియు శ్వేతలకు \overline{OA} ను ఇచ్చి 45° కోణమును గీయమని చెప్పిరి. వారు ఆ కోణాన్ని ఈ క్రింది విధంగా వేరువేరుగా గీశారు.



సత్య ($\angle AOB = 45^\circ$)



శ్వేత ($\angle AOB = 45^\circ$)

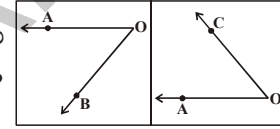
సత్య మరియు శ్వేతలు గీసిన పై కోణాల మధ్య తేడాలేమిటి?

సత్య గీసిన కోణంలో \overline{OA} అపసవ్యదిశలో కదిలి \overline{OB} ని 45° కోణంతో చేరింది. ఇలాంటి కోణాలను అపసవ్యదిశకోణాలు అని అంటారు. వీటిని ధనకోణాలు అని ధన గుర్తుతో సూచిస్తారు. సత్య గీసిన కోణం $+45^\circ$.

శ్వేత గీసిన కోణంలో \overline{OA} సవ్యదిశలో (గడియారపు ముక్కు కదిలే దిశలో కదిలి 45° కోణంతో \overline{OB} ని చేరింది. ఇలాంటి కోణాలను సవ్యదిశ కోణాలు అని అంటారు. వీటిని ఋణకోణాలు అని ఋణగుర్తుతో సూచిస్తారు. శ్వేత గీసిన కోణం -45° .

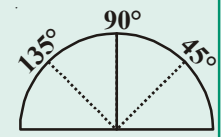
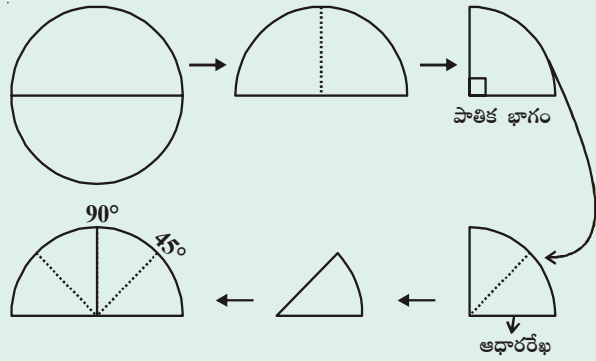
ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

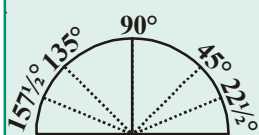
ప్రక్క చిత్రంలో $\angle AOB$, మరియు $\angle AOC$ లు రెండు కోణాలు అయిన వీటిలో ఏది సవ్యదిశ కోణం? మరియు ఏది అపసవ్యదిశ కోణం? ఆలోచించి మీ స్నేహితులతో చర్చించండి.



కృత్యం

1. గాజునుపయోగించి ఒక వృత్తాన్ని పేపర్ పై గీసి దానిని అంచువెంబడి కత్తిరించండి.
2. వృత్తాన్ని రెండు సమాన భాగాలుగా మడిచి కత్తిరించండి. మీకు అర్థవృత్త భాగం వస్తుంది.
3. పటంలో చూపిన విధంగా అర్థవృత్తాన్ని మరొకసారి సగానికి మడవండి. దీనిని వృత్త పావు భాగం అంటారు.
4. కాగితాన్ని అర్థవృత్తానికి తెరవండి. అర్థవృత్తంలో మడత వ్యాసానికి లంబంగా (90° కోణంతో) ఉంటుంది. మడతపై 90° అని వ్రాయండి.
5. ఈ పావు భాగాన్ని ఇంకొకసారి పటంలో చూపిన విధంగా మడవండి. అది 90° లలో సగం అనగా 45° లు. కాగితాన్ని తెరవండి. ఏర్పడిన మడత వరకు కోణం ఎంత? ఆధార రేఖకు మరియు మడతకు మధ్య గల కోణాన్ని 45° లుగా గుర్తించండి. 90° లకు మరొక వైపు అపసవ్యదిశలో ఉన్న మడతను 135° లుగా గుర్తించండి. ఎందుకంటే $90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$.





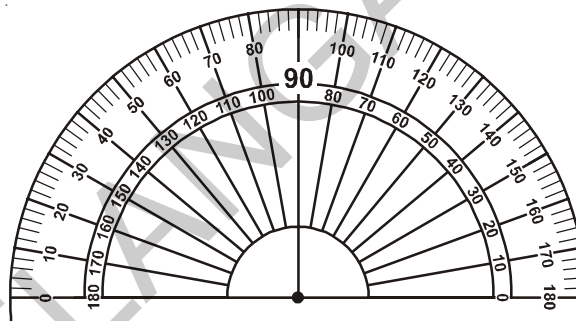
6. Fold the paper again upto 45° (half of the quadrant). Now make half of this. The first fold to the left of the base line now is half of 45° i.e. $22\frac{1}{2}^\circ$. The angle on the left of 135° would be $157\frac{1}{2}^\circ$.

You have got a ready device to measure angles. This is an appropriate protactor.

5.3.1 THE PROTRACTOR

The improvised 'Right angle tester' we made is helpful to compare angles with a right angle. But this does not give a precise comparison. So in order to compare and measure angles more precisely we need an instrument, which is 'a protractor'.

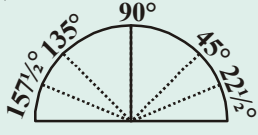
If you look at the protractor carefully, you will see that there are two set of measurements. Find out the line which shows right angle how much it measures, you will see 90° line representing the right angle. This is exactly vertical to the horizontal line. On both sides it is for measuring the two types of angle, clockwise angle and anticlockwise angle.



These are inner scale and outer scale, both having 0° to 180° in two directions. (clockwise and anticlockwise). It is divided into 180 equal divisions and each division is called a degree (1°). These divisions on the curved edge are at a gap of 10° . A line joining the zeros (0°) on either side that passes through the centre point is a Base line.

Now, you will learn how to use the protractor to measure an angle.

Clockwise Angle	Steps	Anti-clockwise Angle
	<ol style="list-style-type: none"> 1. Identify the angle which is acute or obtuse. 2. Place the centre point of the protractor on the vertex of the angle. 3. Adjust the protractor (without shifting the centre point from the vertex) So that one arm of the angle is along the base line. 	



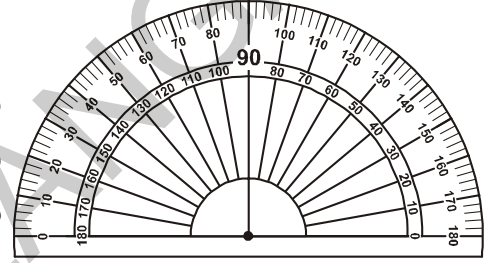
6. అర్ధవృత్తాన్ని తిరిగి పావు భాగానికి, పావు భాగాన్ని తిరిగి సమానంగా మడవండి. కాగితాన్ని తెరిచి చూడండి. 45° కోణానికి, భూమికి మధ్యలో ఒక మడత ఏర్పడుతుంది. దీనిని $22\frac{1}{2}^\circ$ గా గుర్తించండి. అదే విధంగా 135° ల కోణానికి భూమికి మధ్య ఒక మడత ఏర్పడుతుంది. దీనిని $157\frac{1}{2}$ గా గుర్తించండి.

ఇప్పుడు మనం ఒక కోణమానిని తయారు చేశాం. దీని సహాయంతో దాదాపుగా కొన్ని కోణాలను కొలవగలం.

5.3.1 కోణమాని

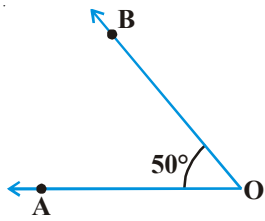
మనం స్ట్రాబంతోనూ, కాగితాలతోనూ తయారుచేసే కోణమాని, కోణాలను లంబకోణం ఆధారంగా పోల్చడానికి, కొన్ని రకాల కోణాలను కొలవడానికి మాత్రమే ఉపయోగపడాయి. అందుచే కోణాలను మరింత ఖచ్చితంగా సులభంగా కొలవటానికి మనకు ఒక సాధనం అవసరం. ఈ కోణాలను కొలిచే సాధనాన్ని కోణమాని అని అంటారు.

కోణమానిని ఒకసారి జాగ్రత్తగా గమనించండి. ఇది అర్ధవృత్తాకారంగా వుంటుంది. క్రింది భాగంలో వ్యాసం వెంట ఒకే రేఖ గీయబడి వుంటుంది. దానిని ఆధారము అని అంటారు. ఆధారరేఖకు లంబంగా ఉన్న రేఖ వద్ద 90° గుర్తించబడి వుంటుంది. ఆధారరేఖ, లంబరేఖ కలుసుకునే చోటును కేంద్రబిందువు అని అంటారు. కోణమాని చాపము వెంట 0° ల నుంచి 180° ల వరకు కోణాలు సవ్యదిశలో మరియు అపసవ్యదిశలో గుర్తించబడి ఉంటాయి. సవ్యదిశలో కోణాలు గుర్తించబడి ఉన్న స్కేలును బయటి స్కేలు అని, అపసవ్యదిశలో కోణాలు గుర్తించబడి ఉన్న స్కేలును లోపలి స్కేలు అని అంటారు. బయటి స్కేలుపై 0° నుంచి 180° ల వరకు 180 సమభాగాలుగా గుర్తించబడి వుంటుంది. ఒక్కొక్క సమభాగాన్ని 1° (డిగ్రీ) అని అంటారు. బయటి స్కేలుపై 10° కోణమును పెంచుతూ విలువలు 180° దాకా గుర్తించబడి వుంటాయి. 0° ల కోణంను ఆధారరేఖ ఇరువైపులా సూచిస్తుంది.



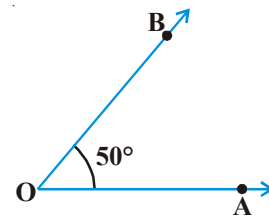
ఇప్పుడు మనం కోణమానిని ఉపయోగించి కోణాలను ఎలా కొలవాలో నేర్చుకుందాం.

సవ్యదిశ కోణము	సోపానము	అపసవ్యదిశ కోణము
	<ol style="list-style-type: none"> ఇచ్చిన కోణము అల్పకోణమా? అధిక కోణమా? గుర్తించండి. కోణమాని కేంద్రబిందువును కోణము యొక్క శీర్షము వద్ద ఉంచాలి. కోణమాని కేంద్రబిందువు కోణం యొక్క శీర్షముపై నుంచి ప్రక్కకు జరగకుండునట్లుగా, కోణమాని ఆధారరేఖ, ఇచ్చిన కోణం యొక్క ఒక కిరణంతో ఏకీభవించునట్లుగా కోణమానిని సరిచేయాలి. 	



4. Look at the scale where the base line points to 0° .

5. Read the measure of this angle, where the other arm crosses the scale thus $\angle AOB = 50^\circ$



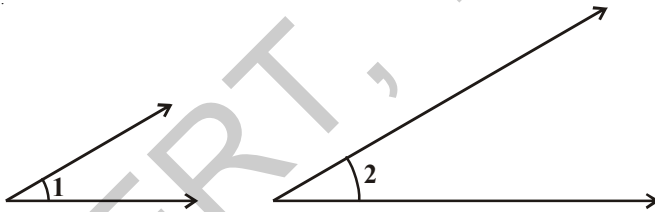
Read the following table:

Type of Angle	Measure
Zero angle	0°
Right angle	90°
Straight angle	180°
Complete angle	360°
Acute angle	between 0° and 90°
obtuse angle	between 90° and 180°
Reflex angle	between 180° and 360°



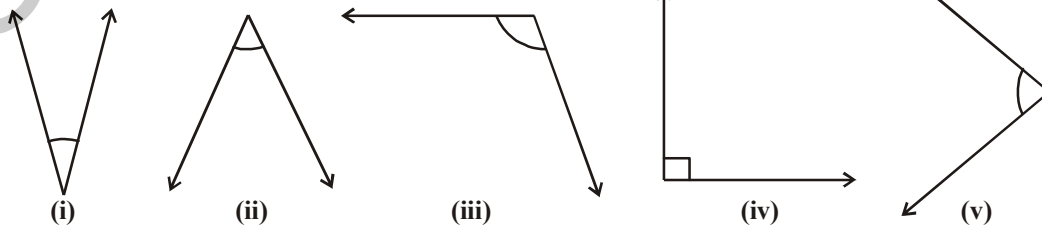
TRY THESE

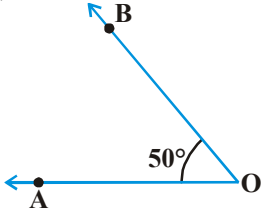
1. Which angle is greater? Discuss with your friends.



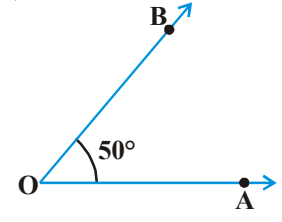
Verify by measuring the angles using protractor. Is your estimation is correct? Give reasons.

2. Which are acute angles? Find and write their measures.





4. కోణమాని యొక్క స్వేలును 0° నుంచి చూస్తూ పైకి రావాలి.
 5. కోణము యొక్క రెండవ కిరణము కోణమాని యొక్క స్వేల్ను ఎక్కడ కలుసుకుంటుందో, ఆ కోణము విలువను గుర్తించాలి. అందుచే $\angle AOB = 50^\circ$



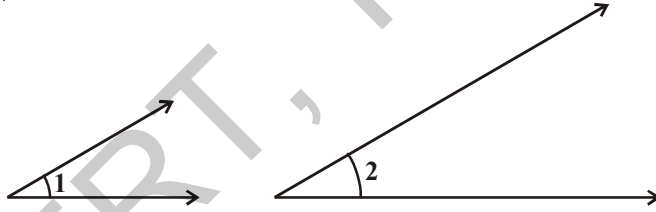
కింది పట్టిక చదవండి.

కోణము	కోణం కొలత
శూన్య కోణము	0°
లంబకోణము	90°
సరళకోణము	180°
సంపూర్ణకోణము	360°
అల్పకోణము	0° మరియు 90° ల మధ్య
అధికకోణము	90° మరియు 180° ల మధ్య
పరావర్తన కోణము	180° మరియు 360° ల మధ్య



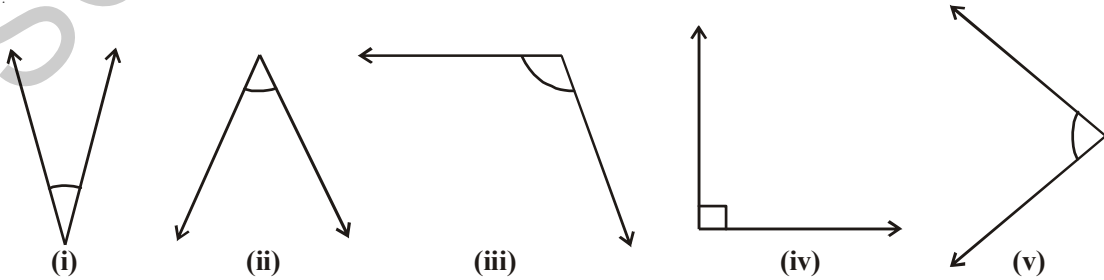
ప్రయత్నించండి

1. కింది వానిలో ఏది పెద్ద కోణమవుతుందో ఊహించండి? మీ స్నేహితులతో చర్చించండి.



కోణమానిని ఉపయోగించి కోణాలను కొలిచి, ఫలితాన్ని సరిచూడండి. మీ ఊహ సరైనదేనా? కారణాలు వివరించండి.

2. కింది వానిలో ఏవి అల్పకోణాలు? వాటి కొలతలు వ్రాయండి.



3. Which are obtuse angles?

(i) (ii) (iii) (iv) (v)

4. Draw any two acute and two obtuse angles of your choice.

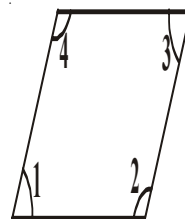
5. Classify the following angles into acute, right, obtuse, straight and reflex angles:
 40° , 140° , 90° , 210° , 44° , 215° , 345° , 125° ,
 10° , 120° , 89° , 270° , 30° , 115° , 180°



EXERCISE - 5.2

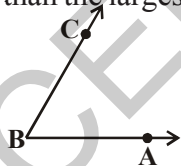
1. Write 'True' or 'False'. Correct all those that are false.

- An angle smaller than right angle is acute angle ()
- A right angle measures 180° ()
- A straight angle measures 90° ()
- The measure greater than 180° is a reflex angle. ()
- A complete angle measures 360° . ()

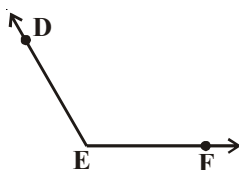


2. Which angles in the adjacent figure are acute and which are obtuse? Check your estimation by measuring them. Write their measures too.

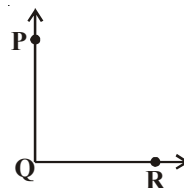
3. What is the measure of these angles. Which is the largest angle? Draw an angle larger than the largest angle.



$\angle ABC = \dots\dots\dots$



$\angle FED = \dots\dots\dots$

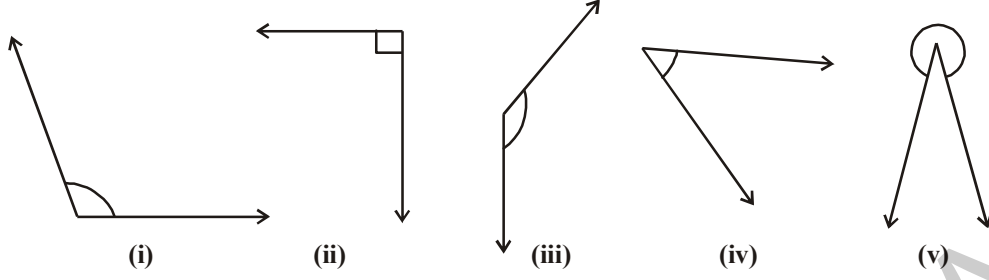


$\angle RQP = \dots\dots\dots$

4. Write the type of angle formed between the long hand and short hand of a clock at the given timings. (Take the small hand as the base)

- At 9 'O' clock in the morning
- At 6 'O' clock in the evening
- At 12 noon
- At 4 'O' clock in the afternoon
- At 8 'O' clock in the night.

3. కింది వానిలో ఏవి అధిక కోణాలు?



4. ఏవైనా రెండు అల్పకోణాలను, రెండు అధికకోణాలను గీయండి.

5. కింది కోణాలలో అల్పకోణాలు, అధికకోణాలు, లంబకోణాలు, సరళకోణాలు, మరియు పరావర్తన కోణాలను వేరు చేసి వ్రాయండి.

40°, 140°, 90°, 210°, 44°, 215°, 345°, 125°, 10°, 120°,
89°, 270°, 30°, 115°, 180°



అభ్యాసము 5.2

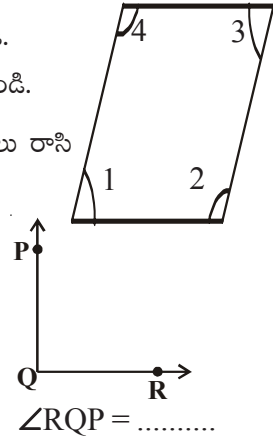
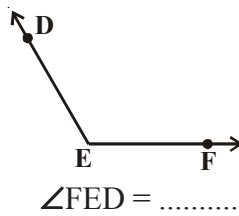
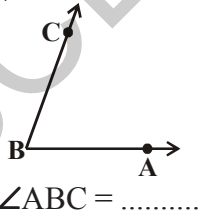
1. సత్యము లేదా అసత్యము అయినవాటిని గుర్తించండి. అసత్యము అయిన వాటిని సరిచేసి సత్యము అయ్యేటట్లుగా వ్రాయండి.

- i) లంబకోణము కంటే తక్కువయిన కోణము అల్పకోణము ()
- ii) 180° ల కోణము ఒక లంబకోణము ()
- iii) 90° ల కోణము ఒక సరళకోణము ()
- iv) 180° ల కంటే పెద్దదైన కోణము పరావర్తన కోణము. ()
- v) సంపూర్ణ కోణము అనగా 360°. ()

2. ప్రక్కపటములో ఏవి అల్పకోణాలు? ఏవి అధికకోణాలు? అంచనా వేసి చెప్పండి.

తరువాత కోణాలను కొలిచి వాటి విలువలు రాసి మీ అంచనాను సరిచూసుకోండి.

3. కింది కోణాలను కొలవండి. వీటిలో మిక్కిలి పెద్ద కోణం ఏది? వాటి విలువలు రాసి మిక్కిలి పెద్ద కోణం కంటే పెద్దదయిన ఒక కోణాన్ని గీయండి.



4. కింది ఇచ్చిన సమయాలలో గడియారంలోని ముల్లుల మధ్యకోణం, ఏ రకపు కోణమవుతుందో నిర్ధారించండి. (చిన్నముల్లును ఆధారంగా తీసుకోండి).

- i) ఉదయం 9 గంటలు
- ii) సాయంత్రం 6 గంటలు
- iii) మధ్యాహ్నం 12 గంటలు
- iv) మధ్యాహ్నం 4 గంటలు
- v) రాత్రి 8 గంటలు

5. Match the angles by measure. Draw figures for these as well.

Group A	Group B
Acute angle	90°
Right angle	270°
Obtuse angle	45°
Reflex angle	180°
Straight angle	150°

5.4 INTERSECTING LINES, PERPENDICULAR LINES AND PARALLEL LINES

5.4.1 INTERSECTING LINES

Look at the following pictures.



We can see that the roads and sticks can be represented by lines. The lines drawn in the pictures represent a pair of intersecting lines. These lines have a common point.

How many common points two distinct lines can have?



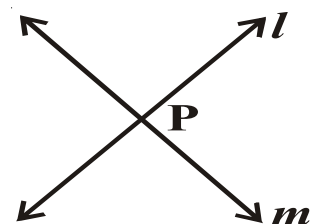
TRY THESE

1. Draw any two separate lines in a plane. Do they intersect at more than one point?
2. Can you think of distinct lines that have three common points? Two common points?

Two separate lines l and m meet each other at a point P . We say l and m intersect at P . This is the only common point that these lines can have. **If two lines**

have a common point, they are called intersecting lines.

Think about lines that have no common point what would these lines be like?



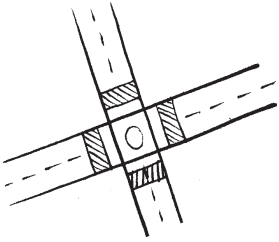
5. కింద ఇచ్చిన కోణాలను సరైన కొలతలతో జతపరచండి. ఆ కోణాలకు సరియగు బొమ్మలను గీయండి.

గ్రూప్ ఎ	గ్రూప్ బి
అల్పకోణము	90°
లంబకోణము	270°
అధికకోణము	45°
పరావర్తనకోణము	180°
సరళకోణము	150°

5.4 ఖండన రేఖలు, లంబరేఖలు మరియు సమాంతర రేఖలు

5.4.1 ఖండన రేఖలు

కింది చిత్రాలను గమనించండి.



ఈ చిత్రాలలోని కర్రలను, రోడ్లను మనము సరళరేఖలుగా భావిస్తే, పై చిత్రాలలోని రేఖలు ఒక జత ఖండనరేఖలను సూచిస్తాయి. వీటికి ఒక ఉమ్మడి బిందువు కలదు.

రెండు విభిన్నరేఖలు ఎన్ని ఉమ్మడి బిందువులను కలిగివుంటాయి?

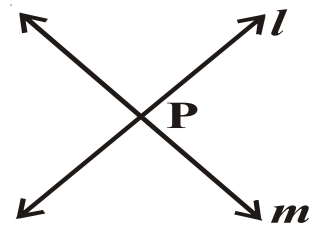


ప్రయత్నించండి

1. ఏదయినా ఒక తలలో రెండు వేరువేరు రేఖలను గీయండి. అవి ఒకటి కంటే ఎక్కువ బిందువుల వద్ద ఖండించు కుంటాయా?
2. రెండు విభిన్నరేఖలకు రెండు లేదా మూడు ఉమ్మడి బిందువులుంటాయా?

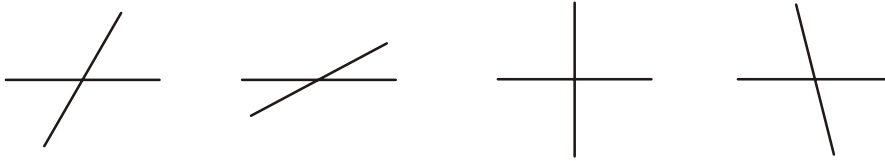
రెండు వేరువేరు రేఖలు l, m అనునవి P అను బిందువు వద్ద కలుసుకుంటే P వద్ద l, m రేఖలు ఖండించుకున్నాయి అని అంటాము. రెండు ఖండన రేఖలకు ఒకే ఉమ్మడి బిందువు వుంటుంది. రెండు రేఖలకు ఒకే ఉమ్మడి బిందువు ఉంటే, ఆ రేఖలను ఖండన రేఖలు అంటారు.

రెండు రేఖలు ఒక ఉమ్మడి బిందువును కూడా కలిగిలేవు అని అనుకోండి. ఆ రేఖలు ఎలా ఉంటాయి? ఆలోచించండి.



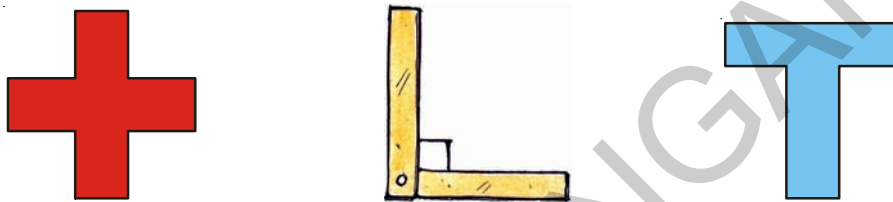
5.4.2. PERPENDICULAR LINES

- Angles are made by lines that intersect. Look at the intersecting lines below. They all form many angles. Identify all the angles formed by the intersecting lines.



Some of these angles are obtuse, some are acute and some are right angles.

- Observe the lines formed between the edges of the figures.

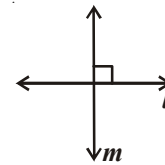


Imagine the lines in the figures.

Do they make a right angles? Do they intersect each other?

If two lines intersect each other at right angle, then the lines are perpendicular.

Here a line ' l ' is perpendicular to a line ' m ' we write it as $l \perp m$.



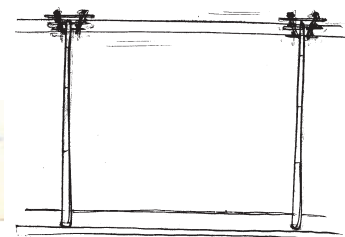
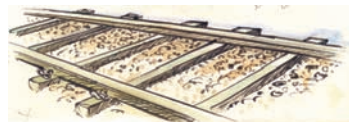
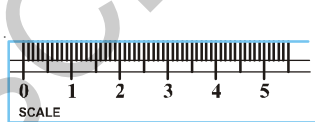
THINK, DISCUSS AND WRITE

- If $l \perp m$, then can we say that $m \perp l$?
- How many perpendicular lines can be draw to a given line?
- Which letters in English alphabet possess perpendicularity?



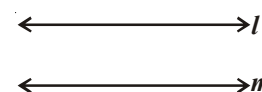
5.4.3 PARALLEL LINES

Observe the Figures:



Imagine the edges of scale, railway track, electrical wires. What is special in these pairs of lines? Would they meet if we extend them without changing direction.

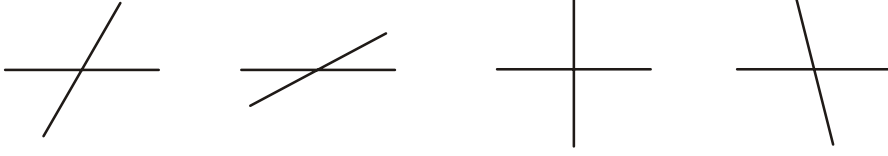
If two lines on a plane do not intersect each other at any point, they are called parallel lines. Here l and m are parallel lines. We write it as $l \parallel m$ and read it as l is parallel to m .



Can you find some more examples of parallel lines in the classroom?

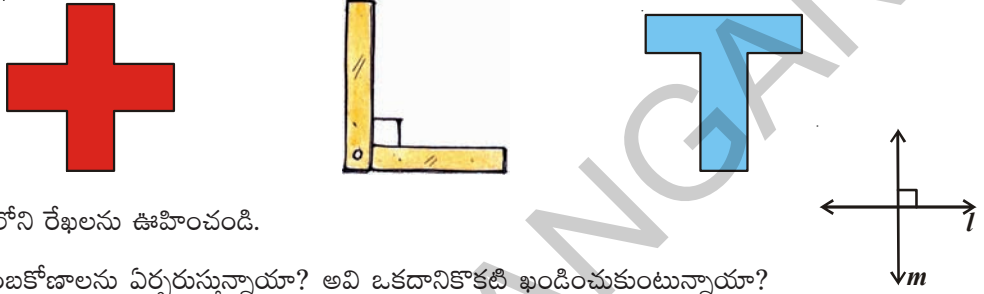
5.4.2 లంబరేఖలు

- ఖండన రేఖలతో కోణాలు ఏర్పడతాయి. కింది ఖండన రేఖలను గమనించండి. అవి వివిధరకాలయిన కోణాలను ఏర్పరుస్తున్నాయి. ఈ ఖండన రేఖలతో ఏర్పడే అన్ని కోణాలను గమనించండి.



ఈ ఖండన రేఖలు ఏర్పరచే కోణాలలో కొన్ని అల్పకోణాలు, కొన్ని అధికకోణాలు మరియు కొన్ని లంబ కోణాలు.

- కింది చిత్రాలలో అంచుల వెంట ఉన్న రేఖాఖండాలను గమనించండి.



చిత్రాలలోని రేఖలను ఊహించండి.

అవి లంబకోణాలను ఏర్పరుస్తున్నాయా? అవి ఒకదానికొకటి ఖండించుకుంటున్నాయా?

రెండు రేఖలు 90° ల కోణంతో ఖండించుకుంటే, వాటిని లంబరేఖలు అని అంటాము.

ఇక్కడ l అనునది ' m ' రేఖకు లంబంగా వుంది. దీనిని $l \perp m$ అని సూచిస్తాము.

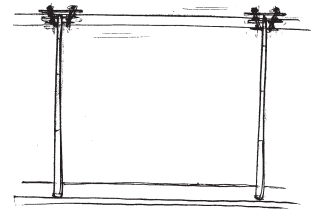
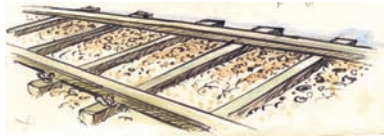
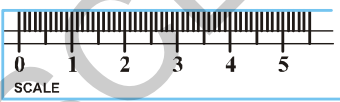
ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

- ఒకవేళ $l \perp m$ అయితే మనం $m \perp l$ అని చెప్పవచ్చునా?
- ఒక రేఖకు ఎన్ని లంబరేఖలు గీయవచ్చు?
- ఆంగ్ల అక్షరాలలో ఏయే అక్షరాలు లంబరేఖలను కలిగివున్నాయి?



5.4.3 సమాంతర రేఖలు

కింది చిత్రాలను పరిశీలించండి.



రైలుపట్టాలు, స్కేలు యొక్క అంచులు, విద్యుత్ వైర్లు గమనించండి. ఈ జతల రేఖలలో ఉన్న ప్రత్యేకత ఏమిటి? వాటి యొక్క దిశమార్చకుండా వాటిని పొడిగిస్తే అవి ఎక్కడయినా కలుసుకుంటాయా?

ఒకే తలానికి చెందిన రెండు పరస్పరం ఖండించుకొనని రేఖలను సమాంతర రేఖలు అంటారు. ఈ చిత్రంలోని l మరియు m రేఖలు సమాంతర రేఖలు. వీటిని $l \parallel m$ గా వ్రాసి l, m కు సమాంతరము అని చదువుతాము.

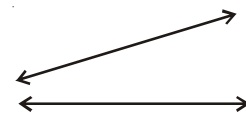
మీ తరగతి గదిలో సమాంతర రేఖలను సూచించే కొన్ని ఉదాహరణలను ఇవ్వగలరా?



TRY THESE

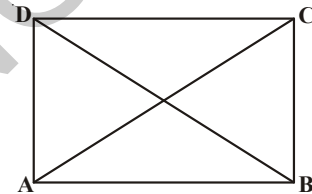
Draw two lines on a paper as shown in the figure. Do they intersect each other? Can you call them parallel lines? Give reason.

Make a pair of parallel lines what is the angle formed between them? Think, discuss with your friends and teacher.



EXERCISE - 5.3

- Which of the following are models for parallel lines, perpendicular lines and which are neither of them.
 - The vertical window bars
 - Railway lines (track)
 - The adjacent edges of door.
 - The letter 'V' in English alphabet
 - The opposite edges of Black Board.
- Trace the copy of set squares (Geometry box) on a paper and mark the perpendicular edges.
- ABCD is a rectangle. \overline{AC} and \overline{BD} are diagonals. Write the pairs of parallel lines, perpendicular lines from the figure in symbolic form. Also write pairs of intersecting lines.



WHAT HAVE WE DISCUSSED?

- We compare two line segments by simple observation, by tracing the segments and by using instruments.
- The instruments used to compare and draw line segments are ruler and divider.
- Length is measured in cm and mm. $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$.
- A protractor is a semi circular curved model with 180 equal divisions used to measure and construct angles. Each division is called 1 degree (1°)
- The unit of measuring an angle is a degree (1°). It is $\frac{1}{360}$ th part of one rotation.
- The measure of right angle is 90° and that of straight angle is 180° .
- An angle is **acute** if its measure is smaller than that of a right angle.
- An angle is **obtuse** if its measure is more than that of a right angle and less than a straight angle.
- An angle is **reflex** if its measure is more than a straight angle and less than a complete angle.
- Two distinct lines of a plane which have a common point are **intersecting lines**.
- Two intersecting lines are **perpendicular** if the angle between them is a right angle.
- If two lines of a plane do not intersect each other then they are called parallel lines.
- Two parallel lines do not have any common point.

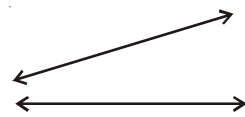




ప్రయత్నించండి

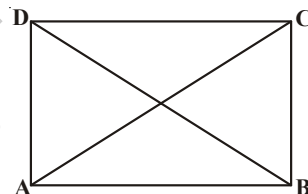
ఒక కాగితంపై పటంలో సూచించిన విధంగా రెండు రేఖలను గీయండి. అవి ఒకదానికొకటి ఖండించుకుంటాయా? వాటిని సమాంతర రేఖలు అని అనవచ్చా? కారణాలు తెలపండి.

రెండు సమాంతర రేఖలను గీయండి. వాటి మధ్య కోణం ఎంత? మీ ఉపాధ్యాయుడు, స్నేహితులతో చర్చించండి.



అభ్యాసం 5.3

- కిందివానిలో ఏవి లంబరేఖలను, సమాంతర రేఖలను సూచిస్తాయో తెలపండి. ఏవి రెండింటినీ సూచించవో రాయండి.
 - కిటికీ యొక్క నిలువు కడ్డీలు
 - రైలు పట్టాలు
 - తలుపు యొక్క ప్రక్కప్రక్క అంచులు
 - ఆంగ్లంలోని V అక్షరం
 - నల్లబల్ల యొక్క ఎదురెదురు అంచులు
- మీ యొక్క జామెట్రీ బాక్స్ లోని మూలమట్టాన్ని తీసుకొని కాగితంపై దాని అంచుల వెంబడి గీయండి. లంబంగా ఉన్న అంచులను గుర్తించండి.
- ABCD ఒక దీర్ఘచతురస్రం. \overline{AC} మరియు \overline{BD} లు కర్ణాలు అయితే ఈ పటంలోని సమాంతర రేఖలు, లంబరేఖల జతలను కనుగొని వాటిని గుర్తులను ఉపయోగించి వ్రాయండి. అలాగే ఖండనరేఖల జతలను వ్రాయండి.



మనం నేర్చుకున్నవి

- రెండు రేఖాఖండాలను పరిశీలన, ట్రేసింగ్ చేయటం మరియు జ్యామితి పరికరాలను ఉపయోగించటం ద్వారా పోల్చవచ్చు.
- రెండు రేఖాఖండాలను స్కేలు మరియు విభాగినిని ఉపయోగించి పోల్చవచ్చు.
- రేఖాఖండాల పొడవులను సెం.మీ. మరియు మి.మీ లలో కొలుస్తారు. $1\text{cm}=10\text{mm}$
- కోణమానిని కోణాలు కొలవడానికి, గీయడానికి ఉపయోగిస్తాము. కోణమాని ఒక అర్ధవృత్తాకారపు పరికరం. దీని చాపం 180° సమాన భాగాలుగా గుర్తించబడి ఉంటుంది. ఒక్కొక్క భాగాన్ని ఒక డిగ్రీ (1°) అంటారు.
- కోణాన్ని కొలిచే ప్రమాణం డిగ్రీ (1°). ఇది ఒక భ్రమణములో $\frac{1}{360}$ వ భాగం.
- 90° లను లంబకోణము అని, 180° లను సరళకోణము అని అంటారు.
- 90° ల కంటే తక్కువైన కోణాన్ని అల్పకోణము అని అంటారు.
- 90° ల కంటే ఎక్కువ 180° ల కంటే తక్కువైన కోణాన్ని అధికకోణము అని అంటారు.
- సరళకోణము కంటే ఎక్కువైన మరియు సంపూర్ణ కోణం కంటే తక్కువైన కోణాన్ని పరావర్తన కోణము అంటారు.
- ఒక తలంలో, ఒక ఉమ్మడి బిందువును కలిగిన రెండు రేఖలను ఖండన రేఖలు అని అంటారు.
- లంబకోణముతో ఖండించుకునే ఖండన రేఖలను లంబరేఖలు అంటారు.
- ఒకే తలానికి చెంది, ఖండించుకోని రేఖలను సమాంతరరేఖలు అంటారు.
- రెండు సమాంతర రేఖలకు ఉమ్మడి బిందువు ఉండదు.





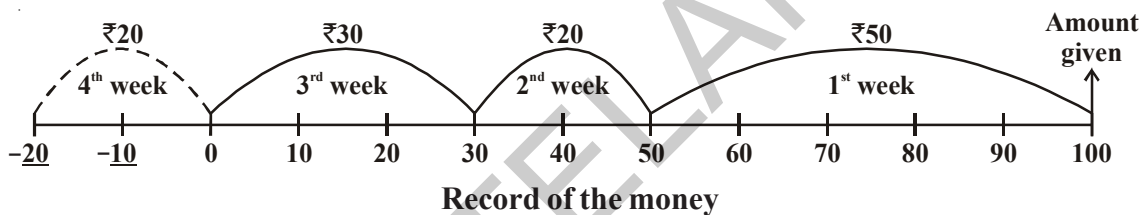
Integers

6

6.1 INTRODUCTION

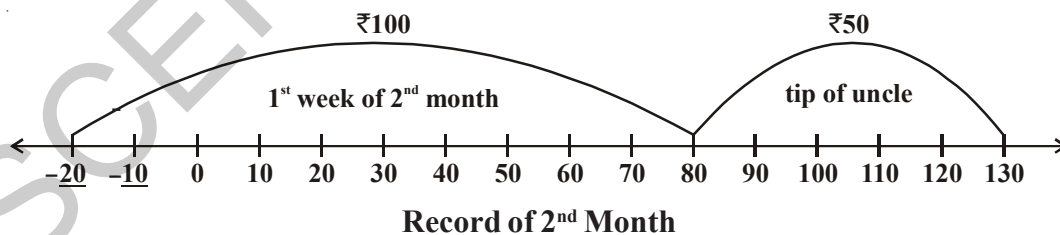
Rafi gets ₹ 100 as pocket money from his father every month. He gives this money to his mother and takes some amount from her whenever he required. His mother makes a note of the money and he takes and gives in a book.

Rafi took ₹ 50 in the first week, ₹ 20 in the second week, ₹ 30 in the third week and wanted ₹ 20 in the last week. But Rafi's mother told him that he had taken the entire amount given to her. Rafi said that he would adjust the amount from next month's pocket money, but needs the money. She agreed and gave him ₹ 20 and recorded it as follows:



On the first day of the next month, Rafi got ₹ 100. He gave it to his mother. Can you say, how much money does Rafi have with his mother?

On the same evening his uncle gave him a tip of ₹ 50. He felt happy and gave the same to his mother to deposit, asking her to keep it and record the money. Can you find out, how much money did Rafi has with his mother then? Look at the record once again:



Now answer the following by using the record:

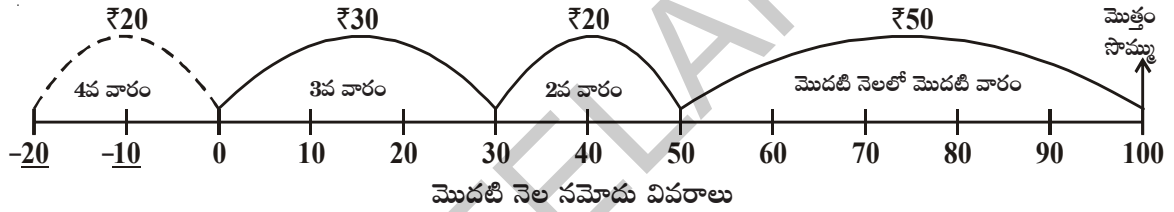
1. How much money does Rafi's father give him as pocket money every month?
2. How much money did Rafi spend in four weeks?
3. How much money did Rafi's mother lend him in the fourth week?
4. How did she mark the money she lent in the last week?



6.1 పరిచయం

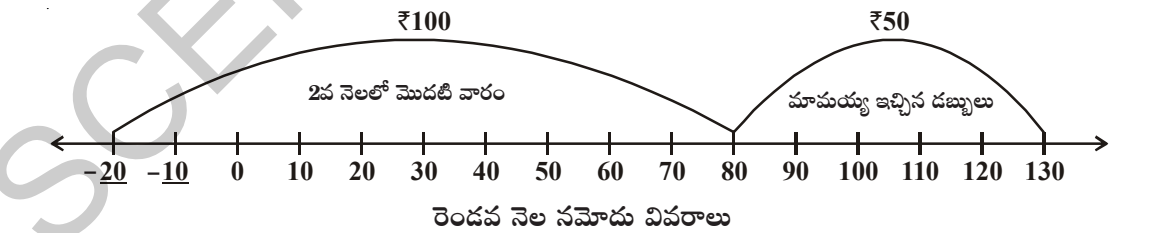
రఫీకి వాళ్ళ నాన్నగారు ప్రతినెల ₹ 100 ప్యాకెట్‌మనీగా ఇస్తారు. అతడు ఆ డబ్బును అతని అమ్మకు ఇచ్చి ప్రతీవారం ఖర్చులకు తీసుకుంటూ ఉంటాడు. తన దగ్గర తీసుకుంటున్న, ఇస్తున్న డబ్బు వివరాలను ఎప్పటికప్పుడు ఒక క్రమపద్ధతిలో రఫీ తల్లి ఒక వుస్తకంలో నమోదు చేస్తూ వుంటుంది.

ఒక నెలలో రఫీ మొదటి వారంలో ₹ 50, రెండవ వారంలో ₹ 20 మూడవ వారంలో ₹ 30 తీసుకున్నాడు. అతనికి నాల్గవ వారంలో ₹ 20 అవసరమయ్యాయి. కాని అప్పటికే రఫీ ఇచ్చిన డబ్బు అంతా ఖర్చు అయిందని తల్లి చెప్పింది. రికార్డు చూపించింది. తనకు ఈ సారికి డబ్బు ఇస్తే తర్వాత నెల ఇచ్చే ప్యాకెట్‌మనీ నుండి తగ్గించుకోవచ్చని రఫీ తల్లికి చెప్పి ₹ 20 తీసుకున్నాడు. తల్లి అందుకు అంగీకరించి డబ్బు ఇచ్చి, తిరిగి ఆ వివరాలను రికార్డులో నమోదు చేసింది.



మరుసటి నెల మొదటి తేదీన, రఫీ తండ్రి అతనికి ₹ 100 యథావిధిగా ప్యాకెట్‌మనీ ఇచ్చాడు. దానిని రఫీ తల్లికి ఇచ్చాడు. రఫీ తల్లి దగ్గర అతని డబ్బు ఎంత ఉంటుందో చెప్పగలరా?

అదేరోజు సాయంకాలం రఫీ మామయ్య వచ్చి తిరిగి వెళ్తూ అతనికి ₹ 50 దాచుకొమ్మని ఇచ్చాడు. రఫీ చాలా సంతోషించి, దానిని కూడా తల్లి వద్దనే ఉంచమని చెప్పి వివరాలు నమోదు చేయమన్నాడు. తల్లి దగ్గర, రఫీ డబ్బు ఎంత ఉన్నదో మీరు కనుగొనగలరా? తిరిగి మరలా ఒక్కసారి నమోదు వివరాలు పరిశీలించండి.



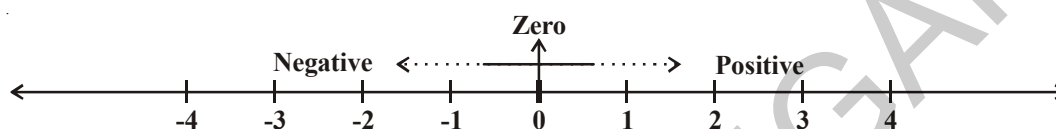
- పైన పేర్కొన్న నమోదు వివరాలు పరిశీలించి, క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు చెప్పండి.
1. రఫీకి అతని తండ్రి ప్రతినెలా ఎంత ప్యాకెట్‌మనీ ఇస్తాడు?
 2. రఫీ గతనెల నాలుగు వారాలలో మొత్తం ఎంతఖర్చు పెట్టాడు?
 3. రఫీ తల్లి నాల్గవ వారంలో ఎంతడబ్బు అప్పుగా ఇచ్చింది?
 4. నెల నాల్గవ వారంలో అప్పుగా ఇచ్చిన డబ్బును రఫీ తల్లి ఏవిధంగా నమోదు చేసింది?

5. What is the difference between moving by ₹20 to the right of zero and by ₹20 to the left of zero?
6. Which side of line she has marked the money when Rafi gave ₹100 and ₹50 in the next month?

6.2 HOW NEGATIVE NUMBER'S ARISE?

You would have realized that ₹20 marked on the either sides of zero do not mean the same. The numbers on the left of zero are negative numbers and are less than zero. The numbers on the right are positive and are greater than zero.

There are several situations in our daily life where we use these numbers to represent loss and profit, past and future, low and high temperatures etc. The numbers on the left side of zero (i.e. less than zero) are called negative numbers. These are denoted as -1, -2, -3,, -10, -20, ... for easy understanding.



We use the negative numbers in our daily life as:

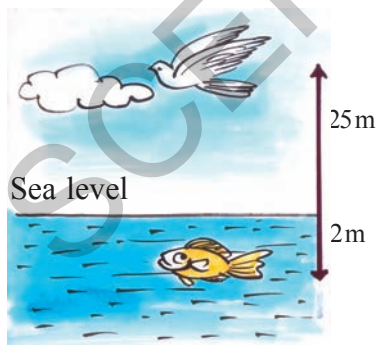
- (i) The loss of ₹200 in a business is represented as (-200) and profit of ₹. 200 is represented as (+200)
- (ii) The temperature above 0°C is denoted as 'positive' and below 0°C is denoted as negative such as 3°C below 0°C is -3°C
 3°C above 0°C is $+3^{\circ}\text{C}$



DO THIS

Manasa has borrowed ₹50 and Swetha has borrowed ₹20 from their mother. How will you represent this on the number line? Suppose their father gave them ₹100 each as pocket money, who will have more money after clearing the debit?

6.3 SOME USES OF NEGATIVE NUMBERS



Show the following using the ground level as zero with appropriate signs:

1. A bird is flying at a height of 25 meters above the sea level and a fish at a depth of 2 meters.
2. A flag is posted on top of a mountain at the height of 500m and another one placed on top of a tent made in the bed of a lake 25m below the ground.
3. The temperature on a cold night in Delhi was 5°C and in Kufri in Himachal Pradesh was 6 degree below zero.

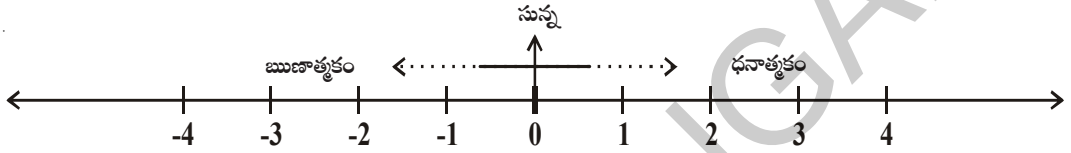


5. సంఖ్యరేఖపై సున్నకు కుడివైపున గుర్తించిన ₹20 లకు, ఎడమ వైపున గుర్తించిన ₹20 లకు తేడా ఏమిటి?
6. రఫీ ఈనెలలో ఇచ్చిన ₹100లను, అదేవిధంగా ₹50 లను సంఖ్యరేఖపై అతని తల్లి ఏవిధంగా నమోదు చేసింది?

6.2 ఋణసంఖ్యలు ఎప్పుడు, ఏవిధంగా అవసరమౌతాయి?

సంఖ్యరేఖపై ఇరువైపులా తల్లి నమోదు చేసిన ₹20 ఒకే విలువను తెలియజేయడంలేదని తెలుసుకున్నారు కదూ! సున్నాకు ఎడమ వైపునున్న సంఖ్యలు ఋణ సంఖ్యలు మరియు అవి సున్నా కన్నా తక్కువ. సున్నాకు కుడి వైపునున్న సంఖ్యలు ధన సంఖ్యలు మరియు అవి సున్నా కన్నా ఎక్కువ.

ఈ విధంగా మన నిత్యజీవిత పరిస్థితులలో లాభ నష్టాలలోనూ, భూత, భవిష్యత్ కాలాలలోనూ, గరిష్ట, కనిష్ట ఉష్ణోగ్రతల నమోదులోనూ ఇటువంటి సంఖ్యల అవసరాన్ని గుర్తించవచ్చు. అందుచే రఫీ తల్లి సున్నకు ఎడమవైపున నమోదు చేసిన సంఖ్యలను (అంటే సున్నా కన్నా తక్కువైన సంఖ్యలు) మనం రుణసంఖ్యలు అంటాం. వీటిని $-1, -2, -3, -4, \dots (-10, -20, -30)$ అనే గుర్తులతో సూచిస్తాం.



మనం నిత్యజీవితంలో ఋణ సంఖ్యలను ఎలా ఉపయోగిస్తామో చూడండి.

- (i) ఒక వ్యాపారంలో ₹ 200 నష్టంను (-200) అనీ, ₹ 200 లాభాన్ని $(+200)$ అనీ సూచిస్తారు.
- (ii) 0°C ఉష్ణోగ్రత కన్నా అధికంగా ఉన్నదానిని 'ధనాత్మకం' గానూ, 0°C ఉష్ణోగ్రత కన్నా తక్కువైన దానిని 'రుణాత్మకం'గా గుర్తిస్తే
 0°C ఉష్ణోగ్రత కన్నా 3°C తక్కువను -3°C గానూ,
 0°C ఉష్ణోగ్రత కన్నా 3°C ఎక్కువను $+3^{\circ}\text{C}$ గానూ తెలుపుతారు.



ఇవి చేయండి

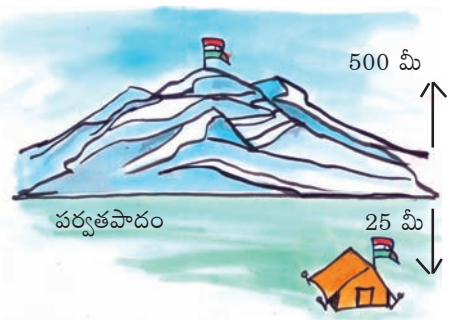
మానస, శ్వేత వారి అమ్మవద్ద ₹ 50 మరియు ₹ 20 చొప్పున అప్పుగా తీసుకున్నారు. ఈ విషయాన్ని సంఖ్యరేఖపై ఎలా సూచిస్తారు? ఒకవేళ వాళ్ల నాన్న గారు ₹ 100 ప్యాకెట్‌మనీ ఇస్తే అప్పు తీర్చగా ఎవరి వద్ద అధికంగా డబ్బు ఉంటుంది?

6.3 ఋణసంఖ్యలను తెలిపే మరిన్ని ఉదాహరణలు

భూ స్థాయిని సున్నాగా తీసుకొని క్రింది వివరాలను తగిన గుర్తులనుపయోగించి సూచించండి.



1. ఒక పక్షి ఆకాశంలో సముద్ర తలం కన్నా 25 మీ. ఎత్తులో ఎగురుతుండగా ఒకచేప సముద్రంలో 2 మీ. లోతులో ఈడుతున్నది.
2. ఒక పర్వతంపైన 500 మీ. ఎత్తులో ఒకజెండా ఎగురవేయబడినది. ఆపర్వత పాదానికి 25 మీ. దిగువన ఒక గుడారం వేయబడి ఉన్నది.



3. శీతాకాలంలో ఒక రాత్రి ఢిల్లీలో 5°C ఉష్ణోగ్రత నమోదు కాగా హిమాచల్ ప్రదేశ్ లో గల కుఫ్రీ నందు సున్నా కన్నా 6° డిగ్రీలు తక్కువ నమోదు అయింది.

THINK, DISCUSS AND WRITE

Write some more models for positive and negative numbers in our daily life.



The numbers which are positive, zero and negative numbers together are called as 'Integers' and they are denoted by the letter 'I' (I or Z).

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

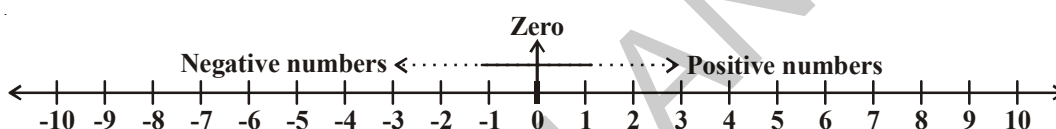


TRY THESE

Collect information about temperatures recorded in various places in India in the month of January and write them using integers.

6.4 REPRESENTATION OF INTEGERS ON A NUMBER LINE

Now, Rafi understood how his mother is representing Integers on the number line.



The numbers which are on the right side of zero are positive numbers (natural numbers) and which are on the left side of zero are negative numbers. Zero is neither positive nor negative. Do you agree? Why?

Now answer the following using number line:

1. Which is the nearest positive Integer to zero?
2. How many negative numbers you will find on left side of zero?
3. Which is greater (-2) or (-1)?
4. Which is smaller among 3 and -5? Why?
5. Which Integer is neither positive nor negative?



DO THIS

Draw a vertical line and represent the following Integers on the number line:

-5, 4, -7, -8, -2, 9, 5, -6, 2.



EXERCISE - 6.1

1. Represent the following statements using signs of Integers.
 - i) An aeroplane is flying at a height of 3000 meters ()
 - ii) The fish is 10 meters below the water surface. ()
 - iii) The temperature in Hyderabad is 35°C above 0°C. ()
 - iv) Water freezes at 0°C temperature. ()

ఆలోచించండి, చర్చించి రాయండి



ధన, రుణ సంఖ్యలను తెలిపే మరిన్ని నిత్యజీవిత సమస్యలను తెలిపి చర్చించండి.

మనం ఈ విధంగా ధన సంఖ్యలు, ఋణ సంఖ్యలు, మరియు సున్నలను కలిపి 'పూర్ణసంఖ్యలు' అని తెలుపుతాం. ఈ సంఖ్యల సమితిని 'Z' అనే అక్షరంతో సూచిస్తాం. (I లేదా Z తో సూచిస్తారు)

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

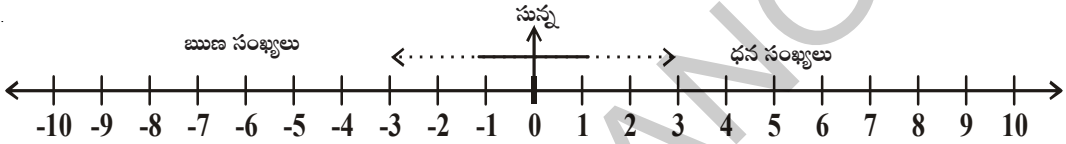


ప్రయత్నించండి

భారతదేశంలో జనవరి నెలలో వివిధ ప్రాంతాలలో నమోదయ్యే ఉష్ణోగ్రతా వివరాలు సేకరించి, వాటిని పూర్ణసంఖ్యలతో సూచించండి.

6.4 పూర్ణసంఖ్యలను సంఖ్యా రేఖపై సూచించుట

ఇప్పుడు, రఫీ తన తల్లి పూర్ణసంఖ్యలను సంఖ్యారేఖపై ఏవిధంగా సూచిస్తుందో అర్థం చేసుకోగలిగాడు.



సున్నకు కుడివైపున గల సంఖ్యలన్నీ ధన పూర్ణసంఖ్యలు (సహజ సంఖ్యలు) అనీ, ఎడమవైపున గల సంఖ్యలన్నీ ఋణ సంఖ్యలని అంటారు. 'సున్న' అనేది ధనాత్మకం కాదు, ఋణాత్మకం కాదు. మీరు కూడా అంగీకరిస్తారా? ఎందుకు? సంఖ్యారేఖను ఉపయోగించి క్రింది వాటికి జవాబివ్వండి.

1. సున్నకు అతిదగ్గరలో గల ధనపూర్ణసంఖ్య ఏది?
2. సున్నకు ఎడమవైపున ఎన్ని ఋణ సంఖ్యలుంటాయి?
3. (-2), (-1) లలో ఏది పెద్దది?
4. 3, (-5) లలో ఏది చిన్నది? ఎందుకు?
5. ధనాత్మకం, ఋణాత్మకం కాని పూర్ణసంఖ్య ఏది?



ఇవి చేయండి


ఒక నిలువు రేఖను గీచి, దానిపై క్రింది పూర్ణసంఖ్యలను గుర్తించండి.

-5, 4, -7, -8, -2, 9, 5, -6, 2



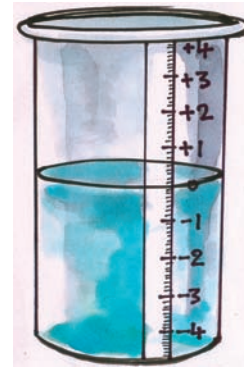
అభ్యాసం - 6.1

1. కింది వాక్యాలను గుర్తులతో పూర్ణసంఖ్యలుగా తెలపండి.
 - i) 3000 మీ. ఎత్తులో విమానం ఎగురుతున్నది ()
 - ii) ఒక చేప నీటి మట్టానికి 10 మీటర్ల దిగువన కలదు. ()
 - iii) హైదరాబాదులో ఉష్ణోగ్రత 0°C కన్నా 35°C ఎక్కువ ఉన్నది. ()
 - iv) 0° సెంటీగ్రేడ్ ఉష్ణోగ్రత వద్ద నీరు ఘనీభవిస్తుంది. ()

- (v) The average temperature at the mount Everest in January is 36°C below zero degree. ()
- (vi) The submarine is 500 meters below the surface of the sea. ()
- (vii) The average temperature at Dargeeling in July is 19°C below zero degree. ()
- (viii) The average low temperature in Vishakapatnam during January is 18°C . ()
2. Write any five negative integers.
3. Write any five positive integers.
4. Mark the Integers on the number line given below: $-4, 3, 2, 0, -1, 5$
- 
5. Write True or False. If the statement is false, correct the statement.
- (i) -7 is on the right side of -6 on the number line. ()
- (ii) Zero is a positive number. ()
- (iii) 9 is on the right side of zero on the number line. ()
- (iv) -1 is an integer which lies between -2 and 0 . ()

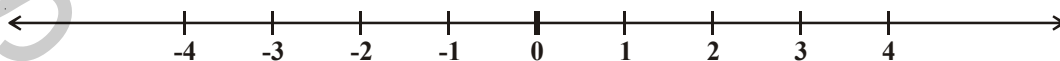
6.5 ORDERING OF INTEGERS

Pavan and Harish are friends and they noticed that the water level in the well of their village reduces during summer and rises during the rainy season. The level is shown by the steps made. They used the idea of the number of steps of the well and prepared a model of the well using a glass jar. They pasted a strip showing integers with steps below zero as $-1, -2, -3$ and steps above zero as $1, 2, 3, 4$ and so on. They took zero as the level of water on the first day they observed.



They use this jar to depict the water level, taking out water when water level fell in the well and adding water when it rose. They recorded the water level when above the base step level as positive and below it as negative. They got a record of the rise and fall of water. We will now study the water in the jar. Let us think.

1. What happens when water is poured into the jar?
2. What happens when water is removed from the jar from the zero level?



How does the position of the water level change on the strip? We show integers on strip placed horizontally. These are represented on the number line.

We know that $4 > 2$ and that 4 is to the right of 2 on the number line. Similarly, $2 > 0$ and is to the right of 0 . Now, since 0 is to the right of -3 , we say $0 > -3$.

Thus, we see that on a number line, the number increases as we move to right and decreases as we move to the left. Therefore, $-3 < -2, -2 < -1, -1 < 0$ and $0 < 1, 1 < 2, 2 < 3$ so on.

- v) ఎవరెస్టు శిఖరంపై జనవరి నెలలో సగటు ఉష్ణోగ్రత 0°C కన్నా 36°C తక్కువ ()
- vi) జలాంతర్గమి సముద్రమట్టానికి 500 మీ. దిగువన కలదు ()
- vii) డార్జిలింగ్ లో జూలై నెలలో సగటు ఉష్ణోగ్రత 0°C కన్నా 19°C తక్కువ ()
- viii) జనవరి నెలలో విశాఖపట్నంలో సగటు అత్యల్ప ఉష్ణోగ్రత 18°C ()

2. ఏవైనా ఐదు ఋణపూర్ణసంఖ్యలను రాయండి.

3. ఏవైనా ఐదు ధనపూర్ణసంఖ్యలను రాయండి.

4. ప్రక్కన ఇవ్వబడిన పూర్ణసంఖ్యలను దిగువ సంఖ్యారేఖపై గుర్తించండి. -4, 3, 2, 0, -1, 5



5. సత్యమో, అసత్యమో తెల్పండి. అసత్య వాక్యాన్ని సత్య వాక్యంగా రాయండి.

i) సంఖ్యారేఖపై (-7) సంఖ్య (-6) సంఖ్యకు కుడివైపున ఉంటుంది. ()

ii) 'సున్న' అనేది ధనపూర్ణసంఖ్య ()

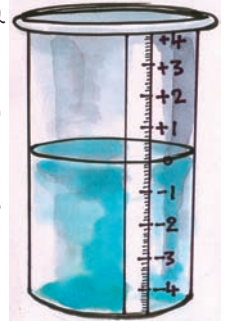
iii) 9 అనేది సంఖ్యారేఖపై సున్నకు కుడివైపున గల సంఖ్య ()

iv) -1 అనేపూర్ణ సంఖ్య -2 నకూ, '0' కు మధ్య ఉంటుంది. ()

6.5 పూర్ణసంఖ్యల క్రమం

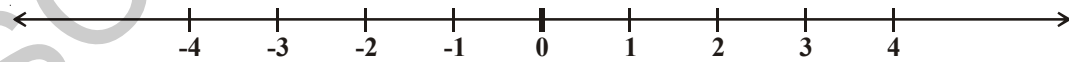
పవన్, హరీష్ అనే స్నేహితులు ఇద్దరు వారి గ్రామంలో గల బావిలో నీటిని పరిశీలిస్తూ ఉంటారు. ఆ బావిలో ఉన్న మెట్లు ఆధారంగా వేసవి కాలంలో నీటిమట్టం ఎలా తగ్గుతున్నది? వర్షాకాలంలో ఎలా పెరుగుతున్నదో పరిశీలించారు. ఈ నీటి స్థాయిలను ఏవిధంగా గుర్తిస్తే బాగుంటుందో అని చర్చించగా వారికి చక్కని ఆలోచన వచ్చింది. నేలబావిని పోలియుండే ఒక బీకరును తీసుకొని దానితో బావివనమూనా తయారు చేశారు. 'సున్న' క్రిందనున్న మెట్లను క్రిందకు -1, -2, -3, ... ఈ విధంగా పైనున్న మెట్లను పైకి +1, +2, +3, అనీ గుర్తించి ఒక కాగితాన్ని బీకరుకు అంటించారు. వారు మొదటి రోజు గమనించిన నీటిమట్టాన్ని సున్నాగా తీసుకున్నారు.

బావిలో నీటిమట్టం తగ్గినపుడు బీకరులో నీటిని తీసేస్తూ, పెరిగినపుడు బీకరులో నీటిని పోయడం ద్వారా బావిలో నీటిమట్టాన్ని సూచించడానికి వారు బీకరును ఉపయోగిస్తున్నారు. నీటిమట్టాన్ని సున్నా మెట్టుపైన ధనాత్మకంగా, క్రిందకు ఋణాత్మకంగా తీసుకున్నారు. ఈవిధంగా నీటిమట్టం పెరుగుదల, తగ్గుదల నమోదు చేసుకున్నారు. బీకరులోని నీటిని పరీక్షిద్దాం. ఆలోచించండి.



1. బీకరులో నీటిని వేస్తే ఏమౌతున్నది?

2. '0' స్థాయివద్ద నుండి నీటిని తొలగిస్తే నీటి స్థాయి ఎలా మారుతున్నది?



నీటి స్థాయి కాగితపు స్క్రీప్ పై ఏవిధంగా మారుతున్నది? మనం పూర్ణసంఖ్యలను స్క్రీప్ పై అడ్డంగా రాద్దాము. వీటిని సంఖ్యారేఖపై సూచిద్దాం.

సంఖ్యారేఖపై $4 > 2$ అంటే 4 సంఖ్య 2 కు కుడివైపున కలదు. $2 > 0$ అంటే 2 సంఖ్య, సున్నకు కుడివైపున ఉన్నట్లు. అలాగే 0 అనేది -3కు కుడి ప్రక్కన కలదు. అందుచే $0 > -3$.

దీనిని బట్టి సంఖ్యారేఖపై కుడివైపుకు పోవుకొలదీ సంఖ్యవిలువ పెరుగుతూ ఉన్నది కదూ! అదేవిధంగా ఎడమవైపుకు పోవు కొలదీ తగ్గుతున్నదని భావించవచ్చు. అందుచే $-3 < -2$, $-2 < -1$, $-1 < 0$ మరియు $0 < 1$, $1 < 2$, $2 < 3$ ఇలా వ్రాయవచ్చు.



Do THIS

From the above understanding, fill in the boxes using $<$ or $>$ signs:

$0 \dots\dots -1$

$-3 \dots\dots -2$

$5 \dots\dots 6$

$-4 \dots\dots 0$



EXERCISE - 6.2

- Put appropriate symbol $>$ or $<$ in the space given between the two integers:
 - $-1 \dots\dots 0$
 - $-3 \dots\dots -7$
 - $-10 \dots\dots +10$
 - $0 \dots\dots -5$
 - $-100 \dots\dots 99$
 - $0 \dots\dots 100$
- Write the following integers in increasing and decreasing order:
 - $-7, 5, -3$
 - $-1, 3, 0$
 - $1, 3, -6$
 - $-5, -3, -1$
- Write True or False, correct those that are false:
 - Zero is on the right of -3 ()
 - -12 and $+12$ represent on the number line the same integer ()
 - Every positive integer is greater than zero ()
 - $-5 < 8$ ()
 - $(-100) > (+100)$ ()
 - $-1 < -8$ ()
- Find all integers which lie between the given two integers. Also represent them on number line:
 - -1 and 1
 - -5 and 0
 - -6 and -8
 - 0 and -3
- The temperature recorded in Shimla is -4°C and in Kufri is -6°C on the same day. Which place is colder on that day? How?

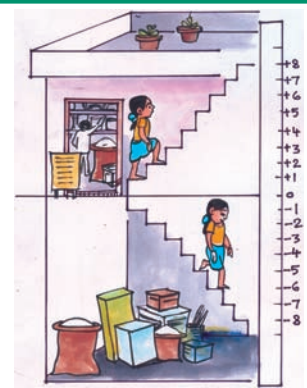


Do THIS

Rajesh has a shop on the ground floor of a building. There are stairs going up to the terrace and stairs going down to the godown, where goods are stored.

Every day his daughter Hasini, after coming back from school goes up to the terrace to play. She helps father in arranging things in the godown at night.

Observe the picture and try to answer the questions using integers marked on the steps:





ఇవి చేయండి

పై అవగాహన ఆధారంగా క్రింది ఖాళీలను '<' లేదా '>' గుర్తులతో ఖాళీలు పూరించండి.

0.....-1; -3.....-2; 5.....6; -4.....0



అభ్యాసం - 6.2

- కిందనివ్వబడిన పూర్ణసంఖ్యల మధ్య '>' లేదా '<' సరియైన గుర్తుల నుంచి పోల్చండి.

i) -1 0	ii) -3 -7	iii) -10 +10
iv) 0 -5	v) -100 99	vi) 0 100
- కింద పూర్ణసంఖ్యలను ఆరోహణ, అవరోహణ క్రమాలలో రాయండి.

i) -7, 5, -3	ii) -1, 3, 0	iii) 1, 3, -6	iv) -5, -3, -1
--------------	--------------	---------------	----------------
- సత్యమో, అసత్యమో తెలపండి. అసత్య వాక్యాలను సత్య వాక్యాలుగా మార్చండి.

i) సంఖ్యారేఖపై 'సున్న' సంఖ్య (-3) నకు కుడివైపున ఉంటుంది	()
ii) (-12) మరియు (+12) అనేవి సంఖ్య రేఖపై ఒకే బిందువును సూచిస్తాయి.	()
iii) ప్రతి ధన పూర్ణసంఖ్య 'సున్న' కంటే పెద్దది.	()
iv) $-5 < 8$	()
v) $(-100) > (+100)$	()
vi) $-1 < -8$	()
- దిగువనివ్వబడిన సంఖ్యల మధ్యనగల పూర్ణసంఖ్యలను తెలపండి. సంఖ్య రేఖపై గుర్తించండి.

i) -1 మరియు 1	ii) -5 మరియు 0
iii) -6 మరియు -8	iv) 0 మరియు -3
- ఒకరోజు సిమ్లాలో ఉష్ణోగ్రత -4°C మరియు అదేరోజున కుప్రీ -6°C గా నమోదు అయినది. అయిన ఆరోజు ఏనగరంలో అత్యంత చలిగా ఉన్నది? ఎలా?

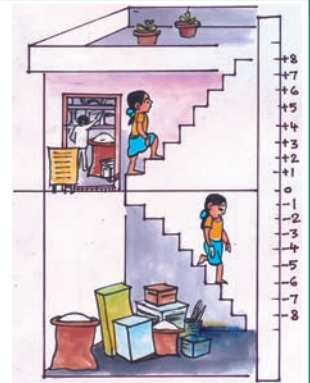


ఇవి చేయండి

రాజేష్ యొక్క దుకాణం ఒక భవనపు క్రింది అంతస్తులో కలదు. మేడ పైభాగంనకు వెళ్ళడానికి మెట్లు ఉన్నాయి. అదే విధంగా కిరాణి సామాన్లు నిల్వ చేయడానికి క్రిందభాగంలో గొడౌన్ కు పోవడానికి కూడా మెట్లు ఉన్నాయి.

ప్రతి రోజు రాజేష్ కూతురు హాసినీ, స్కూలునుండి వచ్చాక, మెట్లు ఎక్కి మేడమీద ఆడుకుంటుంది. అదే విధంగా రాత్రివేళల్లో సామాన్లు గొడౌన్ లో సర్దడానికి తనతండ్రికి సహాయపడుతుంది.

పటాన్ని గమనించి, మెట్లపై సూచించిన పూర్ణసంఖ్యల ఆధారంగా ప్రశ్నలకు జవాబులు చెప్పండి.





- (i) Go 7 steps up from the shop.
 - (ii) Go 3 steps down from the ground floor.
 - (iii) Go 5 steps up from the ground floor and then go 3 steps further up from there.
 - (iv) Go 4 steps down from the ground floor and then further 3 steps from there.
 - (v) Go down 5 steps down from the ground floor and 10 steps up from there.
 - (vi) Go 8 steps up from the ground floor and come down 9 steps down from there.
- Check your answers with your friend and discuss.

6.6 ADDITION AND SUBTRACTION OF INTEGERS

Play a Game

Take 10 identical caps of cool drink bottle. These bottle caps can be placed down words and upwards. Consider the top side of the cap to be (+1) and the bottom side to be (-1).



Ask your friend to throw 10 caps in a single move after shaking them vigorously. Look at the way the 10 caps lie. Which side of the cap is showing? Consider one up (+1) and one down (-1) to be a pair. Remove all the pairs like   i.e. (+1) and (-1). Are the remaining caps up or down? Count these caps. If there were 4 pairs made, two caps are left. As in the example below if these face up then it is +2 points.



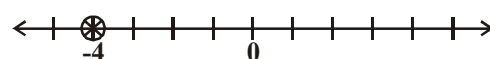
If 3 pairs are formed and 4 caps are left facing down, then the points are '-4'.



Record the points in your note book using a number line. You can continue to play till any one of you get 10 points and wins the game.



Your record



Your friend's record

Have you observed the number lines?

What happens if your friend has two down facing caps again?

- భవనం తలం నుండి 7 మెట్లు పైకి వెళ్ళింది.
 - భవనం తలం నుండి 3 మెట్లు క్రిందకు దిగింది.
 - పైకి 5 మెట్లు ఎక్కి మరలా ఇంకా 3 మెట్లు పైకి ఎక్కింది.
 - క్రిందకు గొడొన్కు 4 మెట్లు దిగి, మరలా మరొక 3 మెట్లు క్రిందకు దిగింది.
 - క్రిందకు 5 మెట్లు దిగి, అక్కడ నుండి 10 మెట్లు పైకి ఎక్కింది.
 - పైకి 8 మెట్లు ఎక్కి, అక్కడ నుండి 9 మెట్లు క్రిందకు దిగింది.
- మీరు వ్రాసిన జవాబులను మీ స్నేహితులతో పరిశీలించుకోని, చర్చించండి.

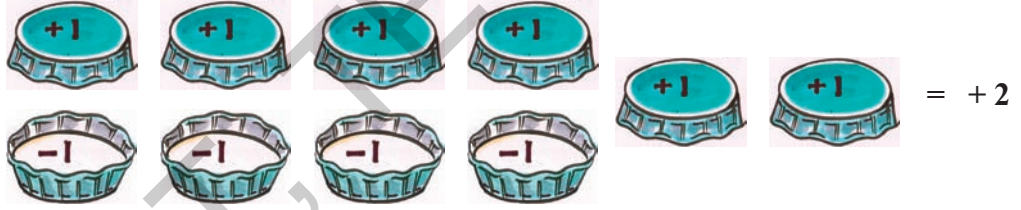
6.6 పూర్ణ సంఖ్యల సంకలనం మరియు వ్యవకలనం

ఆట ఆడుకుందాం

పటంలో చూపిన విధంగా 10 కూల్ డ్రింక్ మూతలను సేకరించండి. ఈ మూతలను పైవైపు, క్రిందవైపులుగా రంగువేసి పై వైపు మూతకు (+1) గానూ క్రింది వైపు మూతకు (-1) గానూ గుర్తించండి.



ఈ పది మూతలను కలిపి ఒకేసారి వేయమని నీ స్నేహితునితో చెప్పు. మూతలు క్రిందకు పడగానే, (+1) మరియు (-1) లుగా ఉండే జతలను తొలగించమనండి. మిగిలిన మూతలు పైకి ఉన్నాయా లేక క్రిందకా? మిగిలిన మూతలను లెక్కించండి. ఉదాహరణకు 4 జతలు ఏర్పడగా, మిగిలిన రెండు మూతలు “పైవైపు” ఉంటే నీ స్నేహితునికి (+2) పాయింట్లు వచ్చినట్లు లెక్క.



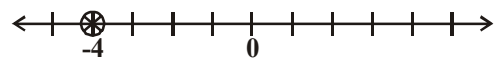
ఒక వేళ 3 జతలు ఏర్పడగా 4 మూతలు “క్రిందవైపు” ఉంటే ఆమెకు (-4) పాయింట్లు వచ్చినట్లు



నీకు, నీ స్నేహితునికి వచ్చిన పాయింట్లను సంఖ్యరేఖపై నమోదు చేయండి. ఈ విధంగా ఎవరికి మొదటిగా 10 పాయింట్లు వస్తాయో వారు గెలిచినట్లు లెక్క.



మీ రికార్డు



మీ స్నేహితుని రికార్డు


సంఖ్యరేఖలను పరిశీలించారా?

మీ స్నేహితుడు రెండు క్రింద వైపు ఉండే మూతలను కలిగియుంటే ఏమి జరుగుతుంది?


Does she move right or left on the line? Clearly she moves left two places starting from -4 and reaches -6 we say $(-4) + (-2) = -6$.

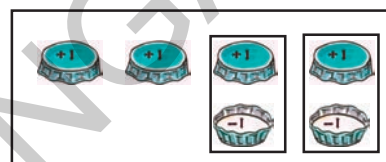
You add two positive integers like $(+3) + (+1) = 4$. You can also add two negative integers and the answer will take a minus sign (-) like $(-3) + (-2) = -5$.

What happens when we have one positive integer and one negative integer. Let us take the help of caps. Place as many caps facing up as positive integer and as many caps facing down as negative integer. Remove caps in pairs i.e. an up cap with a down cap since $(+1) + (-1) = 0$. Count the remaining caps.

Ex: (i) $(-3) + (+2) = (-1) + [(-2) + (+2)]$
 $= -1 + 0$
 $= -1$ 



(ii) $(+4) + (-2) = (+2) + [(+2) + (-2)]$
 $= (+2) + 0$
 $= +2$ 



Now you can play the game by adding scores easily.

Do THIS

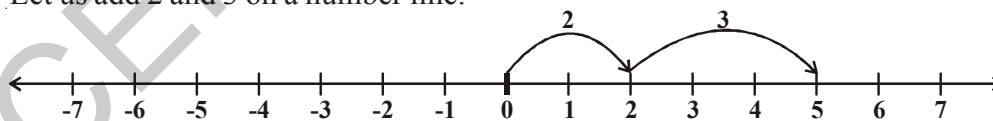
Find the values of the following:

- (i) $-7 + 8$ (ii) $-3 + 5$ (iii) $-3 - 2$ (iv) $+7 - 10$

6.6.1 Addition of integers on the number line

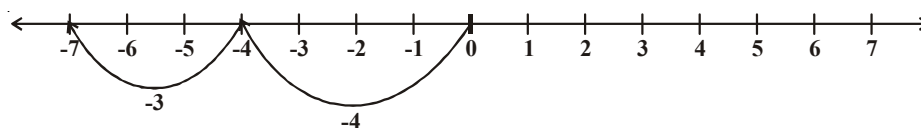
Let us see how we can add any two integers using a number line.

1. Let us add 2 and 3 on a number line.



On the number line, we first move 2 steps to the right from 0 to reach 2, then we move 3 steps to the right of 2 and to reach 5. Thus we get $2 + 3 = 5$.


2. Let us add (-4) and (-3) .

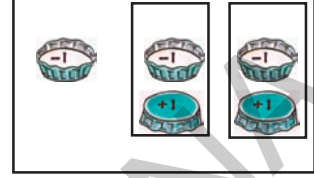



On the number line, we first move 4 steps to the left of 0 to reach -4, then we move 3 steps to the left of -4 and reach -7. Thus, $(-4) + (-3) = -7$.

రెండు ధనపూర్ణసంఖ్యలు వచ్చినప్పుడు $(+3) + (+1) = 4$. లాగ, రెండు రుణపూర్ణసంఖ్యలు వచ్చినప్పుడు $(-3) + (-2) = -5$ లాగ కలిపారు కదా!

ఇప్పుడు ఒక ధన పూర్ణసంఖ్య, ఒక ఋణ పూర్ణసంఖ్యను ఎలా కలుపుతారో మూతల ఆటతో చూద్దాం. ఎన్ని మూతలు పైకి ఉన్నాయో దానిని ధన సంఖ్యగాను మరియు ఎన్ని మూతలు క్రిందకు ఉన్నాయో దానిని ఋణ పూర్ణసంఖ్యగాను తీసుకోండి. $(+1) + (-1) = 0$ కావున $(+1)$, (-1) వచ్చే జతలను తొలగించి తర్వాత మిగిలిన మూతలను లెక్కించండి.

ఉదా : i) $(-3) + (+2) = (-1) + [(-2) + (+2)]$
 $= -1 + 0$
 $= -1$ 



ii) $(+4) + (-2) = (+2) + [(+2) + (-2)]$
 $= (+2) + 0$
 $= +2$ 



ఈ విధంగా స్కోర్లను కలపడం ద్వారా సులభంగా ఆటను ఆడగలరు.



ఇవి చేయండి

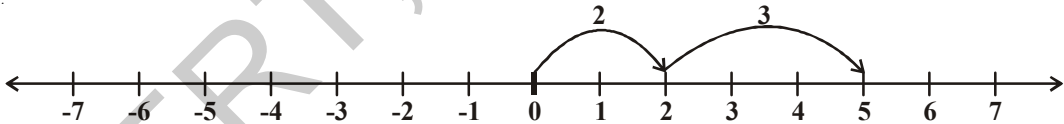
కింది వాని విలువలు కనుగొనండి

- i) $-7 + 8$ ii) $-3 + 5$ iii) $-3 - 2$ iv) $+7 - 10$

6.6.1 సంఖ్యరేఖపై పూర్ణసంఖ్యలను సంకలనం చేయుట

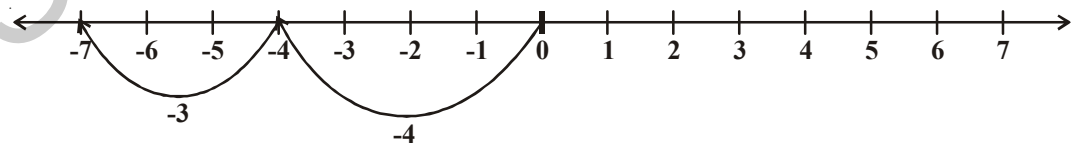
సంఖ్యరేఖపై పూర్ణసంఖ్యలను ఏవిధంగా సంకలనం చేస్తారో తెలుసుకుందాం.

1. 2 మరియు 3 లను సంఖ్యరేఖపై కలుపుదాం.



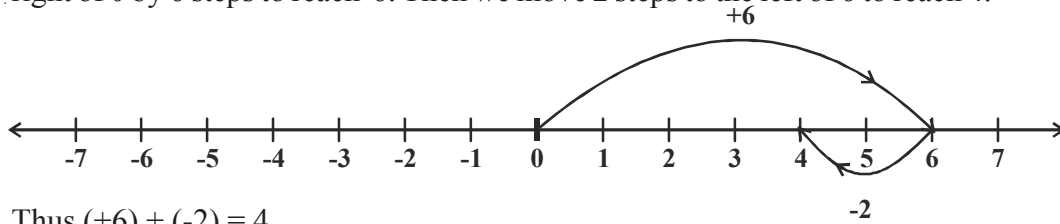
సంఖ్యరేఖపై 'సున్న' నుండి 2 స్థానాలు కుడివైపుకు వెళ్లే 2కు చేరతాం. అక్కడనుండి 3స్థానాలు కుడివైపుకు వెళ్లే 5కు చేరతాం. అందుచే $2+3 = 5$ అగును.

2. (-4) మరియు (-3) కలుపుదాం.



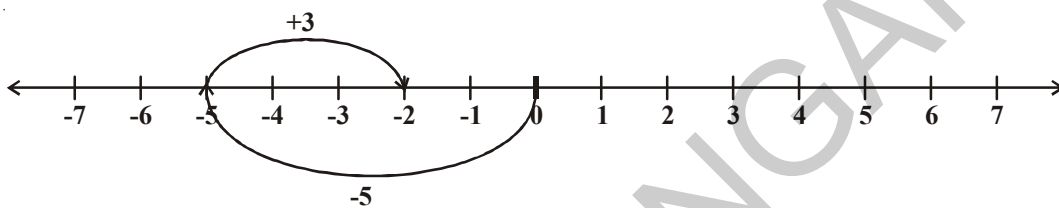
సంఖ్యరేఖపై మొదట మనం 'సున్న' నుండి 4 స్థానాలు ఎడమకు వెళ్లే (-4) , అక్కడ నుండి 3 స్థానాలు మరలా ఎడమవైపుకు వెళ్లే (-7) చేరతాం. అందుచే $(-4) + (-3) = (-7)$ అగును.

3. Suppose we wish to find the sum of $(+6)$ and (-2) on the number line. First we move to the right of 0 by 6 steps to reach 6. Then we move 2 steps to the left of 6 to reach 4.

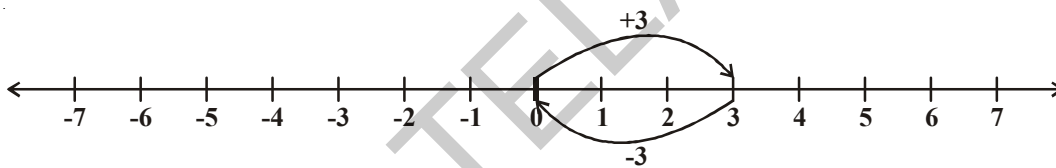


Thus $(+6) + (-2) = 4$.

4. Similarly let us find the sum of (-5) and $(+3)$ on the number line. First we move 5 steps to the left of 0 reach -5 and then from this point we move 3 steps to the right. We reach the point -2 . Thus, $(-5) + (+3) = -2$



5. Suneetha adds 3 and -3 . She first moves from 0 to $+3$ and then from $+3$ she move 3 points to the left. Where does she reach ultimately?



From the figure

$$3 + (-3) = 0$$

Similarly, if we add 1 and -1 , 2 and -2 , 3 and -3 so on we obtain the sum as zero. They are called additive inverse of each other i.e. **any two distinct numbers that give zero when added to each other are additive inverse of each other.**

What is additive inverse of 7?

What is additive inverse of -8 ?



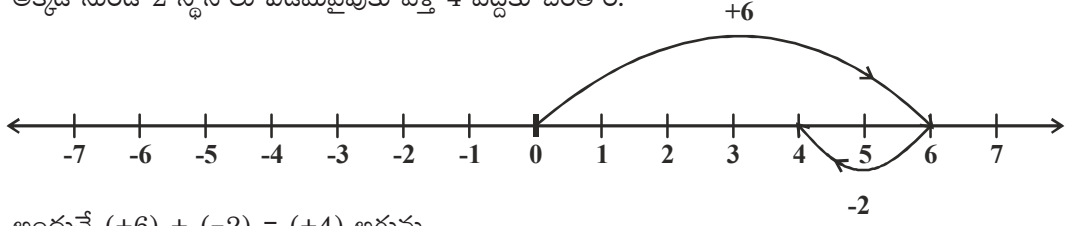
TRY THESE

- Find the value following using a number line.
 - $(-3) + 5$
 - $(-5) + 3$

Make your own two new questions and solve them using the number line.
- Find the solution of the following:
 - $(+5) + (-5)$
 - $(+6) + (-7)$
 - $(-8) + (+2)$

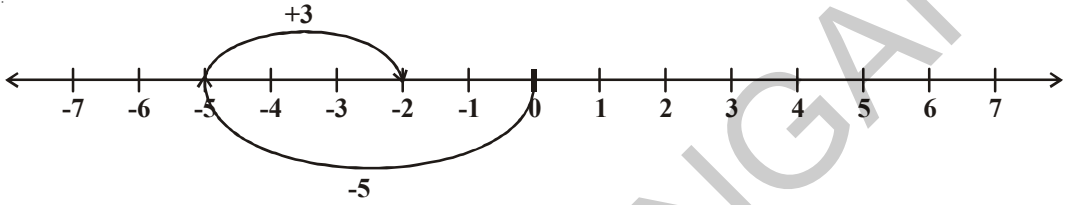
Ask your friend to give five such questions and solve them.

3. (+6) మరియు (-2) లను కలుపుదాం. సంఖ్యారేఖపై మొదట మనం 'సున్న' నుండి కుడివైపుకు 6స్థానాలు వెళ్ళి, అక్కడ నుండి 2 స్థానాలు ఎడమవైపుకు వెళ్ళే 4 వద్దకు చేరతాం.



అందుచే $(+6) + (-2) = (+4)$ అగును.

4. (-5) మరియు (+3) ను కలుపుదాం. సంఖ్యారేఖపై మొదట '0' నుండి 5స్థానాలు ఎడమవైపుకు వెళ్ళే (-5) కు చేరతాం. అక్కడనుండి 3స్థానాలు కుడివైపుకు వెళ్ళే (+3) మనం -2 కు చేరతాం. అందుచే $(-5) + (+3) = -2$



5. సునీత 3కు -3ను కలిపింది. మొదట 'సున్న' నుండి కుడివైపుకు 3 స్థానాలు (+3) వెళ్ళింది. అక్కడ నుండి ఎడమవైపుకు 3స్థానాలు (-3) వెళ్ళింది. ఆమె ఎక్కడికి చేరినట్లు భావించాలి?



సంఖ్యారేఖను బట్టి $3+(-3)=0$ అని తెలుస్తుంది.

ఇదేవిధంగా 1 మరియు -1 ; 2 మరియు -2 వంటి సంఖ్యలను పరస్పరం కలిపితే 'సున్న' వస్తుంది. వీటిని ఒకదానికొకటి సంకలన విలోమాలు అంటారు. అందుచే ఏవేని రెండు వేర్వేరు సంఖ్యల మొత్తం 'సున్న' అయిన వాటిలో ఒక దానిని, మరొక దానికి సంకలన విలోమం అంటారు.

7 యొక్క సంకలన విలోమం ఏది?

-8 యొక్క సంకలన విలోమం ఏది?



ప్రయత్నించండి

1. సంఖ్యారేఖనుపయోగించి క్రింది వాటికి సాధన కనుగొనండి.

i) $(-3) + 5$

ii) $(-5) + 3$

మీరు ఇటువంటి మరి రెండు ప్రశ్నలు తయారు చేసి, సంఖ్యారేఖతో సాధించండి.

2. క్రింది వాటికి సాధనను సంఖ్యారేఖనుపయోగించకుండా సాధించండి.

i) $(+5) + (-5)$

ii) $(+6) + (-7)$

iii) $(-8) + (+2)$

ఇటువంటి మరి అయిదు ప్రశ్నలు తయారుచేసి సాధించండి.

Observe the following:

$$\begin{array}{lll} \text{(i)} & 3 + 2 = 5 & 20 + 6 = 26 & 30 + 22 = 52 \\ & 8 + 16 = 24 & 9 + 10 = 19 & 20 + 14 = 34 \end{array}$$

We can see that the sum of two positive integers is also a positive number.

Look at the following now:

$$\text{(ii)} \quad -4 + (-6) = -10 \qquad -8 + (-12) = -20 \qquad -3 + (-9) = -12$$

What do you learn from this? The sum of two negative integers is always a negative integer. What happens if one integer is positive and the other negative? Let us see these:

$$\begin{array}{ll} \text{(iii)} & 15 + (-17) = -2 \\ & -11 + 16 = 5 \end{array} \qquad \begin{array}{l} -23 + 4 = -19 \\ -12 + 12 = 0 \end{array}$$

From the above, we can conclude that when we add two integers one of which is positive and the other negative, then the sum may be either positive, negative or zero.

Example-1. Find the sum of $(-10) + (+14) + (-5) + (+8)$

Solution: We can rearrange the numbers so that the positive integers and the negative integers groups together. We have

$$\begin{aligned} & (-10) + (+14) + (-5) + (+8) \\ & = (-10) + (-5) + (+14) + (+8) \\ & = -15 + 22 = 7. \end{aligned}$$

Example-2. Find the sum of (-20) , (-82) , (-28) and (-14) .

Solution:

$$\begin{aligned} & (-20) + (-82) + (-28) + (-14) \\ & = -144 \end{aligned}$$

Example-3. Find the sum of $25 + (-21) + (-20) + (+17) + (-1)$

Solution:

$$\begin{aligned} & 25 + (-21) + (-20) + (+17) + (-1) = 25 + (+17) + (-21) + (-20) + (-1) \\ & = 42 - 42 = 0 \end{aligned}$$


EXERCISE - 6.3

1. Add the following integers using number line.

$$\begin{array}{lll} \text{(i)} & 7 + (-6) & \text{(ii)} & (-8) + (-2) & \text{(iii)} & (-6) + (-5) + (+2) \\ \text{(iv)} & (-8) + (-9) + (+17) & \text{(v)} & (-3) + (-8) + (-5) & \text{(vi)} & (-1) + 7 + (-3) \end{array}$$

2. Add without using number line.

$$\begin{array}{lll} \text{(i)} & 10 + (-3) & \text{(ii)} & -10 + (+16) & \text{(iii)} & (-8) + (+8) \\ \text{(iv)} & -215 + (+100) & \text{(v)} & (-110) + (-22) & \text{(vi)} & 17 + (-11) \end{array}$$

3. Find the sum of:

$$\begin{array}{ll} \text{(i)} & 120 \text{ and } -274 \\ \text{(ii)} & -68 \text{ and } 28 \\ \text{(iii)} & -29, 38 \text{ and } 190 \\ \text{(iv)} & -60, -100 \text{ and } 300. \end{array}$$

కిందివాటిని పరిశీలించండి.

i) $3+2=5$ $20+6=26$ $30+22=52$
 $8+16=24$ $9+10=19$ $20+14=34$

ఇప్పుడు క్రింది వాటిని చూడండి. రెండు ధనపూర్ణసంఖ్యల మొత్తం మరొక ధనపూర్ణసంఖ్య అవుతుందని చూశాము.

ii) $-4-6 = (-4) + (-6) = -10$; $-8-12 = (-8) + (-12) = -20$; $-3-9 = (-3) + (-9) = -12$
 ఏమి గమనించారు? రెండు ఋణ పూర్ణసంఖ్యల మొత్తం మరొక ఋణ పూర్ణసంఖ్య అగును. ఇప్పుడు క్రింది వీటిని చూడండి.

iii) $15+(-17) = -2$; $-23+4 = -19$; $-11+16 = 5$; $-12+12 = 0$

పై సమస్యలు పరిశీలిస్తే ఒక ధనపూర్ణసంఖ్య మరియు ఒక ఋణపూర్ణసంఖ్యల మొత్తం ఒక ధనపూర్ణసంఖ్య లేదా ఒక ఋణపూర్ణసంఖ్య లేదా 'సున్న' కావచ్చు.

ఉదా 1 : $(-10) + (+14) + (-5) + (+8)$ మొత్తం ఎంత?

సాధన : ధనపూర్ణసంఖ్యలను, ఋణపూర్ణసంఖ్యలను సమూహాలుగా చేసి సాధిద్దాం.

$$\begin{aligned} & (-10) + (+14) + (-5) + (+8) \\ &= (-10) + (-5) + (+14) + (+8) \\ &= -15 + 22 = 7. \end{aligned}$$

ఉదా 2 : (-20) , (-82) , (-28) మరియు (-14) ల మొత్తం ఎంత?

సాధన : $(-20) + (-82) + (-28) + (-14) = -144$

ఉదా 3 : $25 + (-21) + (-20) + (+17) + (-1)$ ల మొత్తం ఎంత?

సాధన : $25 + (-21) + (-20) + (+17) + (-1) = (25+(+17)) + ((-21)+(-20)+(-1))$
 $= (+42) + (-42) = 0$



అభ్యాసం - 6.3

1. కింది పూర్ణసంఖ్యలను సంఖ్యారేఖ సహాయంతో కలపండి.

i) $7+(-6)$ ii) $(-8)+(-2)$ iii) $(-6) + (-5) + (+2)$
 iv) $(-8) + (-9) + (+17)$ v) $(-3) + (-8) + (-5)$ vi) $(-1) + 7 + (-3)$

2. కింది పూర్ణసంఖ్యలను సంఖ్యారేఖ లేకుండా కలపండి.

i) $10+(-3)$ ii) $(-10) + (+16)$ iii) $(-8) + (+8)$
 iv) $-215 + (+100)$ v) $(-110) + (-22)$ vi) $17 + (-11)$

3. సంకలనం చేయండి.

i) 120 మరియు -274 ii) -68 మరియు 28
 iii) -29, 38 మరియు 190 iv) -60, -100 మరియు 300

4. Simplify:

(i) $(-6) + (-10) + 5 + 17$

(ii) $30 + (-30) + (-60) + (-18)$

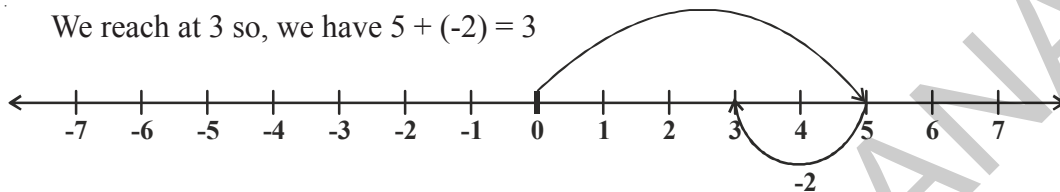
(iii) $(-80) + (+40) + (-30) + (+6)$

(iv) $70 + (-18) + (-10) + (-17)$

6.6.2 Subtraction of integers

We saw that to add 5 and (-2) on a number line we can start from 5 and then move 2 steps to the left of 5.

We reach at 3 so, we have $5 + (-2) = 3$



Thus, we find that to add a positive integer we move towards the right on a number line and for adding a negative integer we move towards left.

We have also seen that while subtracting whole numbers on a number line, we would move towards left.

For example take $5 - 2 = ?$

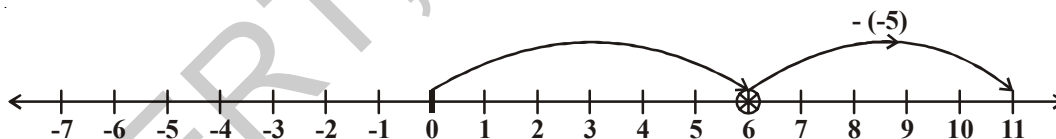
We start from 5 and take two steps to the left and end up at 3.

What does subtraction of a negative integer mean?

Let us observe the following example,

Example-4. Subtract -5 from 6.

Solution: To subtract -5 from 6, let us start at 6 and move 5 towards the right. For -5 we would have moved left but for $-(-5)$ we would move in the opposite direction. Moving 5 to the right, we reach 11.



We have $6 - (-5) = 11$

i.e. To subtract -5 from 6 add 5 (the additive inverse of -5) to 6.

$$6 - (-5) = 6 + 5 = 11$$

What would we do for $4 - (-2)$? Would you move towards the left on the number line or towards the right? If we move to the left then we reach 2. Then we have to say $4 - (-2) = 2$. This is not true because we know $4 - 2 = 2$ and $4 - (-2) \neq 4 - 2$.

So for $4 - (-2)$ we move two steps to the right of 4. This is opposite of what we would do for $4 - (2)$. We reach 6 in one case and reach 2 in the other.

4. సూక్ష్మీకరించండి.

i) $(-6) + (-10) + 5 + 17$

ii) $30 + (-30) + (-60) + (-18)$

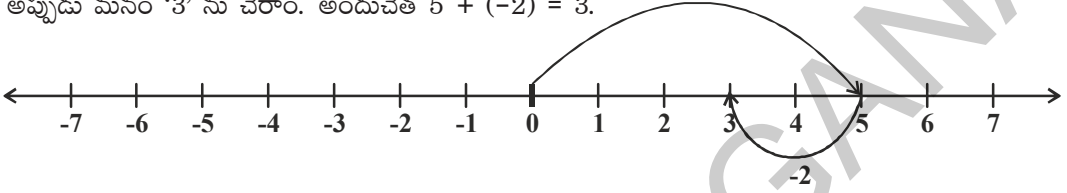
iii) $(-80) + (+40) + (-30) + (+6)$

iv) $70 + (-18) + (-10) + (-17)$

6.6.2 పూర్ణసంఖ్యల వ్యవకలనం

మనం రెండు పూర్ణసంఖ్యలు 5 మరియు (-2) లను సంఖ్యారేఖపై కలిపినప్పుడు 5 నుండి 2 స్థానాలు ఎడమవైపుకు వెళ్ళాం.

అప్పుడు మనం '3' ను చేరాం. అందుచేత $5 + (-2) = 3$.

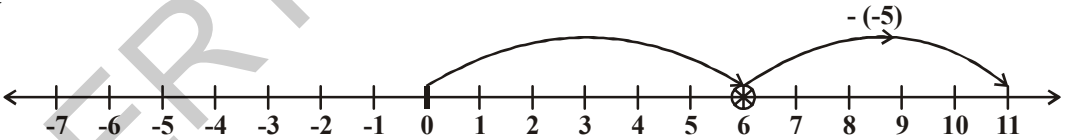


అంటే ధనపూర్ణసంఖ్యను కలుపునప్పుడు 'కుడివైపుకు', రుణపూర్ణసంఖ్యను కలుపునప్పుడు 'ఎడమవైపుకు' మనం సంఖ్యారేఖపై సంఖ్యలు మార్పిడి చేస్తున్నాం.

ఇదేవిధంగా పూర్ణాంకాల వ్యవకలనంలో కూడా 5 నుండి 2 తీసివేసినప్పుడు మనం ఎడమవైపుకు మార్చాం. ఉదాహరణకు $5 - 2 = ?$ మనం 5 వద్ద ప్రారంభించి రెండు అడుగులు ఎడమకు కదిలి ఋణ సంఖ్య తీసివేత అంటే ఏమిటి? మనం ఇప్పుడు క్రింది ఉదాహరణను పరిశీలిద్దాం.

ఉదా 4 : 6 నుండి -5 ను తీసివేయండి.

సాధన : 6 నుండి -5ను తీసివేయడానికి, 6 వద్ద ప్రారంభించి కుడివైపుకు 5 కదలాలి. -5కు మనం ఎడమవైపు కదలాలి. కానీ $-(-5)$ అంటే వ్యతిరేక దిశలో కదలాలి. కనుక 5 కుడివైపుకు కదిలితే, 11 వద్దకు చేరుతాము.



అందుచే $6 - (-5) = 11$

6 నుండి -5ను తీసివేయడమంటే, 6కు 5ను (-5) యొక్క సంకలన విలోమం కలపడమే అవుతుంది.

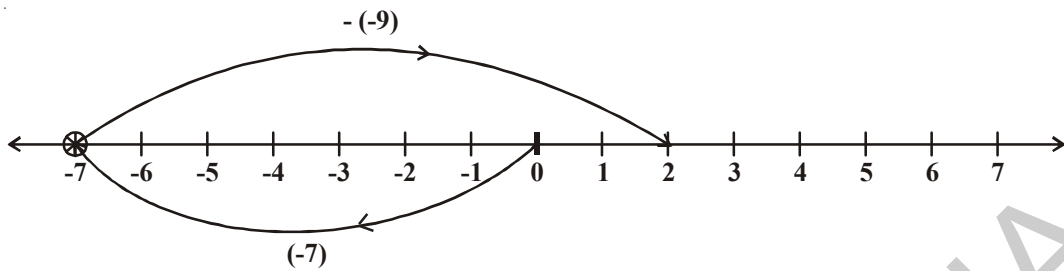
అనగా $6 - (-5) = 6 + 5 = 11$

ఇదేవిధంగా $4 - (-2)$ ఎంత అవుతుంది? సంఖ్యారేఖపై మీరు ఎడమవైపుకు సూచిస్తారా? కుడివైపుకు సూచిస్తారా? మీరు ఎడమవైపుకు 2 స్థానాలు వెళ్ళే '2'కు చేరుతారు. అప్పుడమనం $4 - (-2) = 2$ అని చెప్పాలి. కానీ ఇది సత్యంకాదు. ఎందువలన అంటే $4 - 2 = 2$ మరియు $4 - (-2) \neq 4 - 2$ అగును.

అందుచే $4 - (-2)$ కొరకు 4 నుండి కుడివైపుకు రెండు స్థానాలు వెళ్ళాం. ఇది $4 - (-2)$ నకు వ్యతిరేకం. ఒక సందర్భంలో 6ను చేరితే మరొక సందర్భంలో 2కు చేరతాం.

Example-5. Find the value of $(-7) - (-9)$ using number line.

Solution:



$(-7) - (-9)$ is equal to $-7 + 9$ (Since -9 is additive inverse of 9).

On the number line, start from -7 and move 9 units to right, we will reach 2 .

So $(-7) - (-9) = -7 + 9 = 2$.



DO THIS

- | | | |
|----------------|------------------|------------------|
| i) $-5 - (-3)$ | iii) $-7 - (+2)$ | iii) $-7 - (-5)$ |
| iv) $3 - (-4)$ | v) $5 - (+7)$ | vi) $4 - (-2)$ |

THINK, DISCUSS AND WRITE

$$3 - 3 = 0$$

$$3 - 2 = 1$$

$$3 - 1 = 2$$

$$3 - 0 = 3$$

$$3 - (-1) = 4$$

$$3 - (-2) = 5$$

$$3 - (-3) = 6$$

Observe that as the number we subtract from 3 is decreasing, the result obtained is increasing.

Is it true for all Integers?



Example-6. Subtract (-6) from (-13) .

Solution: $(-13) - (-6) = (-13) + (\text{additive inverse of } -6)$
 $= -13 + 6 = -7$.

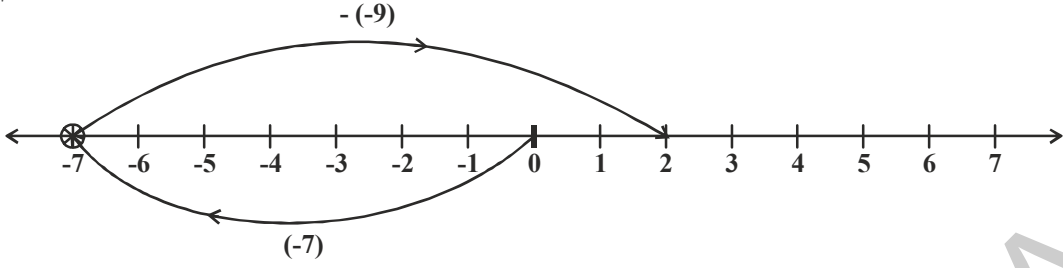
Example-7. Subtract $(+8)$ from (-8)

Solution: $(-8) - (+8) = (-8) + (\text{additive inverse of } +8)$
 $= -8 + (-8) = -16$

Example-8. Simplify: $(-6) - (+7) - (-24)$

Solution: $(-6) - (+7) - (-24) = (-6) + (\text{additive inverse of } +7) + (\text{additive inverse of } -24)$
 $= -6 + (-7) + (+24) = -13 + 24 = 11$.

ఉదా 5 : $(-7) - (-9)$ విలువను సంఖ్యరేఖ ద్వారా కనుగొనండి.



సాధన : $(-7) - (-9)$ అనగా $(-7) + 9$ (-9 యొక్క సంకలన విలోమం 9 కావున)
 అందుచే సంఖ్యరేఖపై (-7) నుండి 9 యూనిట్లు కుడివైపుకు వెళ్లే మనం '2' కు చేరతాం.
 అందుచే $(-7) - (-9) = -7+9=2$ అగును.



ఇవి చేయండి

- | | | |
|----------------|-----------------|------------------|
| i) $-5 - (-3)$ | ii) $-7 - (+2)$ | iii) $-7 - (-5)$ |
| iv) $3 - (-4)$ | v) $5 - (+7)$ | vi) $4 - (-2)$ |

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

- $3-3 = 0$
- $3-2=1$ ఇక్కడ 3 నుండి తీసివేసే సంఖ్యను గమనించండి. ఈ విలువ తగ్గుతూవుంటే,
 ఫలితంలో పెరుగుదల కనిపిస్తుంది కదూ!
- $3-1=2$
- $3-0=3$ ఇటువంటి ఫలితం అన్ని పూర్ణసంఖ్యలకూ సత్యమేనా?
- $3-(-1) = 4$
- $3-(-2) = 5$
- $3-(-3) = 6$



ఉదా 6 : (-13) నుండి (-6) ను తీసివేయండి.

సాధన : $(-13) - (-6) = (-13) + ((-6) యొక్క సంకలన విలోమం)$
 $= -13 + 6 = -7$

ఉదా 7 : (-8) నుండి $(+8)$ ను తీసివేయండి.

సాధన : $(-8) - (+8) = (-8) + ((+8) యొక్క సంకలన విలోమం)$
 $= -8+(-8) = -16$

ఉదా 8 : $(-6) - (+7) - (-24)$ సూక్ష్మీకరించండి.

సాధన : $(-6) - (+7) - (-24)$
 $= (-6) + ((+7) యొక్క సంకలన విలోమం) + ((-24) యొక్క సంకలన విలోమం)$
 $= (-6) + (-7) + (+24) = -13+24 = 11$



EXERCISE - 6.4

- Find:
 - $40 - (22)$
 - $84 - (98)$
 - $(-16) + (-17)$
 - $(-20) - (13)$
 - $(38) - (-6)$
 - $(-17) - (-36)$
- Fill in the blanks with appropriate $>$, $<$ or $=$ sign:
 - $(-4) + (-5)$ _____ $(-5) - (-4)$
 - $(-16) - (-23)$ _____ $(-6) + (-12)$
 - $44 - (-10)$ _____ $47 + (-3)$
 - $(-21) + (-22)$ _____ $(-22) + (-21)$
- Fill in the blanks:
 - $(-13) +$ _____ $= 0$
 - $(-16) + 16 =$ _____
 - $(-5) +$ _____ $= -14$
 - _____ $- 16 = -22$
- Simplify:
 - $(-6) - (5) - (+2)$
 - $(-12) + 42 - 7 - 2$
 - $(-3) + (-6) + (-24)$
 - $40 - (-50) - (2)$



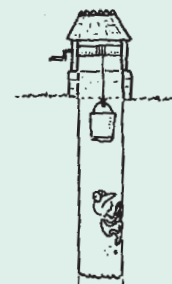
WHAT HAVE WE DISCUSSED?

- We use negative numbers to represent debit, temperatures below the 0°C , past periods of time, depth below sea level.
- The collection of all the positive numbers $\{1, 2, 3, \dots\}$, negative numbers $\{-1, -2, -3, \dots\}$ and zero put together, they are called integers. Set of integers is denoted by the letter 'I' or Z. And $Z = \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$.
- We can show the addition and subtraction of integers on the number line.
- When two positive integers are added, we get a positive integer.
- When two negative integers are added, we get a negative integer.
- The subtraction of integers is the same as the addition of their additive inverse.



Fun with Integers !

In its search for water a frog fell down into a 30m deep well. Its progress out of the well was very erratic. Each day it managed to climb up 3m, but the following night, it slipped back 2 m. How many days did it take to get out of the well?





అభ్యాసం - 6.4

- కనుగొనండి
 - $40 - (22)$
 - $84 - 98$
 - $(-16) + (-17)$
 - $(-20) - (13)$
 - $38 - (-6)$
 - $(-17) - (-36)$
- కింది ఖాళీలను $>$, $<$ లేదా $=$ లో సరియైన గుర్తులతో నింపండి.
 - $(-4) + (-5)$ _____ $(-5) - (-4)$
 - $(-16) - (-23)$ _____ $(-6) + (-12)$
 - $44 - (-10)$ _____ $47 + (-3)$
 - $(-21) + (-22)$ _____ $(-22) + (-21)$
- కింది ఖాళీలను పూరించండి.
 - $(-13) +$ _____ $= 0$
 - $(-16) + 16 =$ _____
 - $(-5) +$ _____ $= -14$
 - _____ $- 16 = -22$
- సూక్ష్మీకరించండి.
 - $(-6) - (5) - (+2)$
 - $(-12) + 42 - 7 - 2$
 - $(-3) + (-6) + (-24)$
 - $40 - (-50) - (2)$



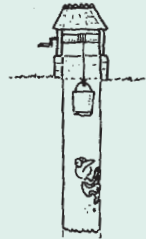
మనం నేర్చుకున్నవి

- వ్యాపారంలో నష్టం, సున్న డిగ్రీల కన్నా తక్కువ ఉష్ణోగ్రత, పూర్వకాలాలు, సముద్ర మట్టంనకు దిగువన వంటి అంశాలకు సంఖ్యలుగా తెలుపునప్పుడు ఋణపూర్ణసంఖ్యలు వాడుదాం.
- ధనపూర్ణసంఖ్యలు $\{1, 2, 3, \dots\}$ ఋణపూర్ణసంఖ్యలు $\{-1, -2, -3, \dots\}$ మరియు సున్నాను పూర్ణసంఖ్యలు అందురు. పూర్ణసంఖ్యల సమితిని 'I' లేదా 'Z' అక్షరంతో సూచిస్తారు. $Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
- పూర్ణసంఖ్యల సంకలనం, వ్యవకలనంలను సంఖ్యారేఖపై సూచించవచ్చును.
- రెండు ధనపూర్ణసంఖ్యల మొత్తం మరొక ధనపూర్ణసంఖ్య అగును.
- రెండు ఋణపూర్ణసంఖ్యల మొత్తం మరొక ఋణపూర్ణసంఖ్య అగును.
- రెండు పూర్ణసంఖ్యల తీసివేత అనగా తీసివేయవల్సిన సంఖ్య యొక్క సంకలన విలోమం కలపడమే.



పూర్ణ సంఖ్యలతో తమాషా!

నీటి కోసం వెదుకుతున్న ఒక కప్ప 30 మీ. లోతున గల నూతిలో పడింది. అది పైకి రావటానికి ప్రయత్నించింది. ప్రతిరోజు 3 మీ. చొప్పున పైకి చేరితే ఆ రాత్రికి 2 మీ. కిందకు జారేది. ఈ విధంగా ప్రయత్నిస్తే ఎన్ని రోజులలో కప్ప నూతి బయటికి రాగలదు.





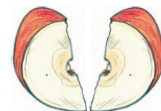
7.1 INTRODUCTION

Ramu bought an apple and wanted to share it equally with his friend. This means that the apple has to be divided into two equal pieces. Ramu will take one piece and his friend the other.



the other half.

Reshma asked that if there were four friends then what will Ramu do? Ramu further divided his half apple into two equal parts and asked Reshma what fraction of the whole apple was that piece. He also did the same with



Reshma said that these four equal parts together make one whole. So each equal part is one-fourth of one whole apple.

Therefore we can say that when something is divided into two equal parts each part represents one half of the whole. (See the figure given below)

One Whole part



Cut along the dotted line



7.2 A FRACTION

A fraction means a part of a group or of a whole.

$\frac{5}{12}$ is a fraction. We read it as 'five-twelfths'.

What does '12' stand for? It is the number of equal parts into which the whole has been divided. What does '5' stand for? It is the number of equal parts which have been taken out or selected.

Here 5 is called the numerator and 12 is called the denominator.

What is the numerator of $\frac{3}{7}$ and the denominator of $\frac{4}{15}$.



TRY THESE

1. How will you represent the following pictorially:

i. $\frac{3}{4}$

ii. $\frac{2}{8}$

iii. $\frac{1}{3}$

iv. $\frac{5}{8}$

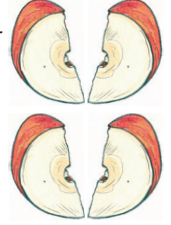


7.1 పరిచయం

రాము ఒక ఆపిల్ పండు కొని తన మిత్రుడితో సమానంగా పంచుకోవాలనుకున్నాడు. అంటే ఆ ఆపిల్ ను రెండు సమాన భాగాలు చేసి రాము ఒక భాగం తీసుకొని తన మిత్రునికి ఇంకొక భాగం ఇవ్వాలనుకుంటున్నాడు.



“మీరు నలుగురు స్నేహితులైతే అప్పుడు ఏంచేస్తావు? అని రేష్మా అతన్ని ప్రశ్నించింది. అప్పుడు రాము మరలా ప్రతీ సగభాగాన్ని రెండు సమాన భాగాలుగా చేసి పంచుకుంటామని చెప్పి “ఒక్కొక్క ముక్క మొత్తం ఆపిల్ లో ఎన్నవ భాగం” అని రేష్మాను అడిగాడు.



అప్పుడు రేష్మా ఈ నాలుగు సమాన భాగాలను కలిపితే మొత్తం ఆపిల్ ఏర్పడుతుంది కాబట్టి ప్రతీ ముక్క మొత్తం ఆపిల్ లో $\frac{1}{4}$ వ భాగం అని చెప్పింది.

కాబట్టి దీనినైనా రెండు సమాన భాగాలు చేస్తే ప్రతీ భాగము మొత్తములో సగమును సూచిస్తుంది అని చెబుతాము. (క్రింద యిచ్చిన పటాలు చూడండి)

మొత్తం భాగము

చుక్కల గీత వెంబడి కత్తిరించుము.



7.2 భిన్నము

భిన్నము అనగా ఒక మొత్తములో కొంతభాగం లేక ఒక సమూహంలో కొన్ని.

$\frac{5}{12}$ ఒక భిన్నము. దీనిని మనం “5 బై 12” అని చదువుతాము.

దీనిలో 12 దీనిని సూచిస్తుంది? మొత్తం లేదా ఒక వస్తువు ఎన్ని సమాన భాగాలుగా విభజింపబడిందో తెలిపే సంఖ్య. మరి 5 దీనిని సూచిస్తుంది? మనము తీసుకున్న లేదా ఎంచుకోబడిన సమాన భాగాల సంఖ్యను ఇది సూచిస్తుంది.

దీనిలో 5ను లవము అని, 12 ను హారము అని అంటారు.

$\frac{3}{7}$ లో లవాన్ని మరియు $\frac{4}{15}$ లో హారాన్ని తెలపండి.



ప్రయత్నించండి

1. కింది వాటిని పటరూపంలో సూచించండి.

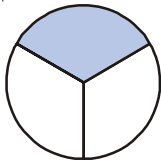
i. $\frac{3}{4}$

ii. $\frac{2}{8}$

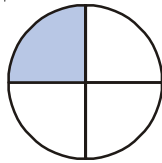
iii. $\frac{1}{3}$

iv. $\frac{5}{8}$

2. Write the fraction representing the shaded portion.



(i)



(ii)



(iii)

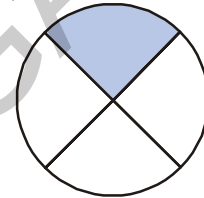
These fractions are less than one and are parts of a whole. These are called **proper fractions**. In proper fractions, always numerator is less than denominator.



DO THIS

1. Write 5 proper fractions and draw them pictorially.

2. Rani says that shaded portion in given figure represents $\frac{1}{4}$.
Do you agree with her? Give reason to support your answer.



7.2.1 Improper Fractions

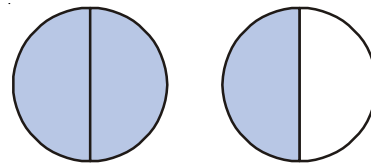
Consider fractional numbers that are more than one. They are called improper fractions.

For example $\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{3}, \frac{8}{2}$ etc. Check whether the denominator is greater than numerator?

Write 5 more improper fractional numbers.

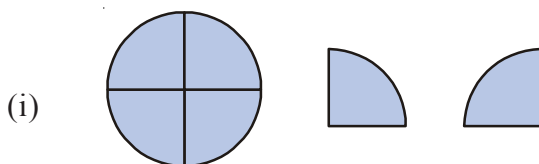
How do we represent these improper fractions pictorially? Let us consider an example.

Each circle represents a whole. We have 2 wholes out of which three equal parts are shaded. There are 3 parts and each whole is divided in to two parts. Therefore this is a representation of $\frac{3}{2}$. We notice that for representing an improper fraction we need to have more than one whole.

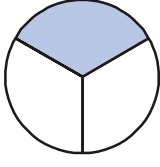


DO THIS

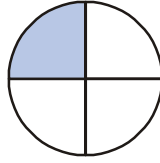
1. Write improper fractions represented by the following pictures.



2. కింది పటాలలో షేడ్ చేయబడిన భాగాన్ని సూచించే భిన్నాలు రాయండి.



(i)



(ii)



(iii)

ఈ భిన్నాలన్నీ ఒకటికన్నా తక్కువ మరియు మొత్తంలో భాగాలు. వీటిని క్రమభిన్నాలు అంటారు. భిన్నంలో అవంకన్నా హారం ఎక్కువ అయితే దానిని క్రమభిన్నం అంటాము.

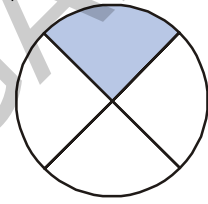


ఇవి చేయండి

1. ఏవైనా ఐదు క్రమ భిన్నాలను వ్రాసి, వాటిని చిత్రరూపంలో చూపండి.

2. ప్రక్కన యిచ్చిన పటాన్ని చూసి రాణి దీనిలో ఛాయావృత ప్రాంతం $\frac{1}{4}$ అని చెప్పింది.

ఇది సరియైనదేనా? మీ సమాధానానికి కారణాన్ని వివరించండి.



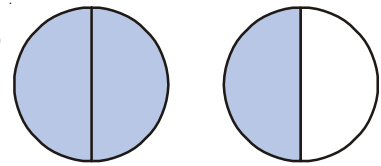
7.2.1 అపక్రమ భిన్నాలు

ఇప్పుడు ఒకటి కన్నా ఎక్కువ విలువ ఉండే భిన్నాలను తీసుకుందాం. వీటిని అపక్రమ భిన్నాలు అంటారు. $\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{3}, \frac{8}{2}$ మొదలగునవి దీనికి ఉదాహరణలు. ఈ భిన్నాలలో హారము, అవము కన్నా ఎక్కువో, కాదో సరిచూడండి.

ఏవైనా ఐదు అపక్రమ భిన్నాలను వ్రాయండి. ఈ అపక్రమ భిన్నాలను పటరూపంలో ఎలా సూచిస్తారు? ఒక ఉదాహరణ చూద్దాం.

దీనిలో ప్రతీ వృత్తము ఒక మొత్తాన్ని సూచిస్తుంది. మనకున్న రెండు మొత్తాలలో ప్రతీ మొత్తము రెండు సమాన భాగాలు చేయబడ్డాయి. ఇలా ఏర్పడిన 4 సమాన భాగాలలో మొత్తం మూడు సమాన భాగాలు షేడ్ చేయబడినాయి.

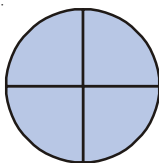
కావున దీనిని $\frac{3}{2}$ అని సూచిస్తాము. కాబట్టి అపక్రమ భిన్నాలను సూచించాలంటే మనకు ఒకటి కన్నా ఎక్కువ మొత్తాలు కావాలని గమనించవచ్చును.

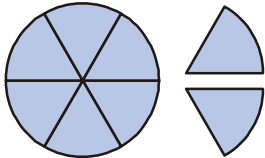
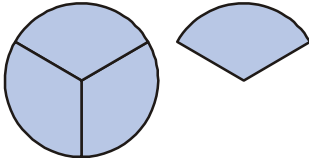


ఇవి చేయండి

1. కింద ఇవ్వబడిన వాటిని అపక్రమభిన్నాలుగా సూచించండి.

(i)



(ii)  (iii) 

2. Represent the following fractions pictorially:

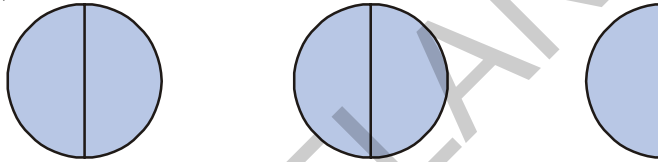
$\frac{7}{4}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{6}$

7.2.2 Mixed Fractions

Value of improper fractions are greater than one. For example $\frac{5}{2}$ has 5 halves.

$$\frac{5}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 5 \times \frac{1}{2}$$

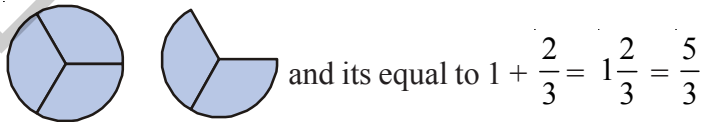
We represent this as:



This has 2 complete wholes and a half, i.e., $2 + \frac{1}{2}$ and we write it as $2\frac{1}{2}$. Here, we say that $2\frac{1}{2}$ is in the form of a mixed fraction.

Similarly $\frac{5}{3}$ has one complete wholes and two thirds besides. $\frac{5}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 5 \times \frac{1}{3}$

It can be represented as $1\frac{2}{3}$.



Each improper fraction can be represented as mixed fraction.

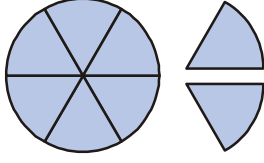


DO THIS

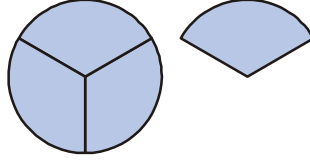
Write the following as mixed fractions.

$\frac{7}{2}$, $\frac{8}{5}$, $\frac{9}{4}$, $\frac{13}{5}$, $\frac{17}{3}$

(ii)



(iii)



2. కింది భిన్నాలను పటరూపంలో సూచించండి.

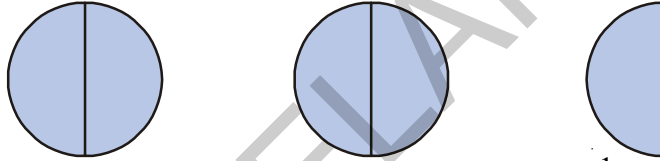
$$\frac{7}{4}, \frac{5}{3}, \frac{7}{6}$$

7.2.2 మిశ్రమ భిన్నాలు

అపక్రమ భిన్నాల విలువ ఒకటి కన్నా ఎక్కువ ఉంటుంది. ఉదాహరణకు $\frac{5}{2}$ ను తీసుకొంటే దానిలో ఐదు సగభాగాలు ఉన్నాయి.

$$\frac{5}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 5 \times \frac{1}{2}$$

దానిని మనం ఇలా సూచిస్తాము. $(5 \times \frac{1}{2})$



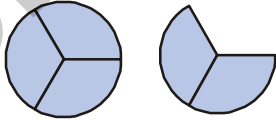
పై పటాలన్నిటిని కలిపితే రెండు మొత్తాలు మరియు ఒక సగం. అనగా $2 + \frac{1}{2}$. దీన్ని $2\frac{1}{2}$ అని వ్రాస్తాము.

ఇక్కడ $2\frac{1}{2}$ అనేది మిశ్రమ భిన్నం రూపంలో ఉంది అని చెబుతాము.

అదేవిధంగా $\frac{5}{3}$ లో ఒక మొత్తం మరియు ప్రక్కన రెండు మూడవ వంతులు ఉన్నాయి. $\frac{5}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} =$

$$5 \times \frac{1}{3}$$

దీనిని $1\frac{2}{3}$ గా సూచిస్తాము.



$$\text{కావున } \frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3} \text{ అగును.}$$

ఈ విధంగా ప్రతీ అపక్రమ భిన్నాన్ని మిశ్రమ భిన్నంగా చూపవచ్చును.



ఇవి చేయండి

కింది వాటిని మిశ్రమ భిన్నరూపంలో వ్రాయండి.

$$\frac{7}{2}, \frac{8}{5}, \frac{9}{4}, \frac{13}{5}, \frac{17}{3}$$

7.3 NUMERATOR AND DENOMINATOR

We can see from above that any two whole numbers written in the form $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{5}{4}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}$ represent fractional numbers. In this the only condition is that the denominator can not be equal to 0. Why?



TRY THESE

1. Write the numerator and denominators of the following fractional numbers:

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{7}{2}, \frac{19}{3}, \frac{7}{29}, \frac{11}{13}, \frac{1}{7}, \frac{8}{3}$$

2. Sort the following fractions into the category of proper and improper fractions. Also write improper fractions as mixed fractions:

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{7}, \frac{8}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{3}, \frac{1}{9}, \frac{9}{5}, \frac{8}{7}$$

7.4 FRACTIONAL NUMBERS ON THE NUMBER LINE

We can show fractional numbers on the number line also.

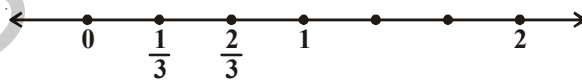
Let us draw a number line and mark $\frac{1}{2}$ on it.

We know that $\frac{1}{2}$ is greater than 0 and less than 1, so it should lie between 0 and 1.



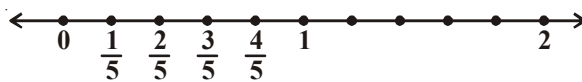
[Divided the gap between 0 and 1 into 2 equal parts and show one part as $\frac{1}{2}$]

Similarly $\frac{1}{3}$ and $\frac{2}{3}$ can be shown as below:



[One unit has to divide into 3 equal parts]

$\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}$ can be shown as follows:



[The gap between line divided into 5 equal parts]

7.3 అవము మరియు హారము

ఏవైనా రెండు పూర్ణాంకాలను $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{5}{4}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}$ ల వంటి రూపంలో చూపితే అవి భిన్నాలను సూచిస్తాయి. ఈ సందర్భంలో హారంలో 'సున్న' ఉండరాదు. ఎందుకు?



ప్రయత్నించండి

1. కింది భిన్నాలలోని అవము, హారాలను వ్రాయండి.

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{7}{2}, \frac{19}{3}, \frac{7}{29}, \frac{11}{13}, \frac{1}{7}, \frac{8}{3}$$

2. కింది భిన్నాలను క్రమ మరియు అపక్రమ భిన్నాలుగా విడగొట్టి వ్రాయండి. అపక్రమ భిన్నాలను మిశ్రమ భిన్నాలుగా వ్రాయండి.

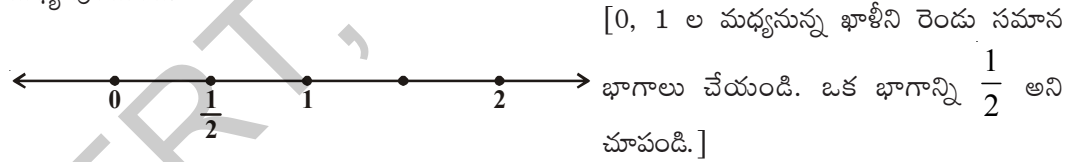
$$\frac{1}{3}, \frac{2}{7}, \frac{8}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{3}, \frac{1}{9}, \frac{9}{5}, \frac{8}{7}$$

7.4 సంఖ్యరేఖపై భిన్నాలు

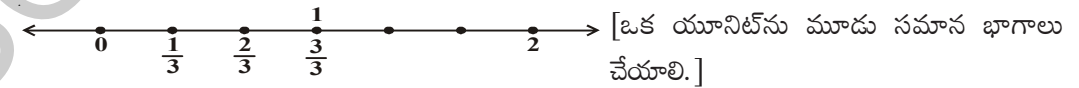
మనము భిన్నాలను కూడా సంఖ్యరేఖపై చూపవచ్చును.

ఒక సంఖ్యరేఖను గీసి దానిపై $\frac{1}{2}$ ను గుర్తించుదాము.

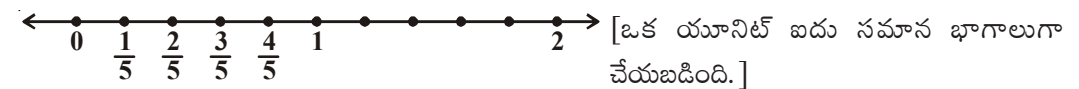
$\frac{1}{2}$ అనేది '0' కన్నా ఎక్కువ మరియు '1' కన్నా తక్కువ అని మనకు తెలుసు. కావున అది '0' మరియు '1' ల మధ్య వుంటుంది.



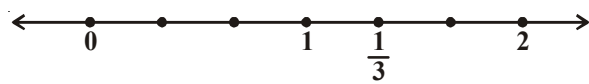
అదేవిధంగా $\frac{1}{3}$ మరియు $\frac{2}{3}$ లను క్రింది విధంగా సంఖ్యరేఖపై సూచించవచ్చును.



$\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}$ లను క్రింది విధంగా సంఖ్యరేఖపై సూచించవచ్చును.



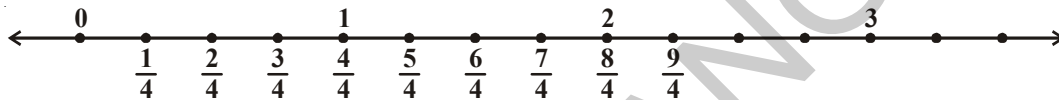
How do we show $\frac{4}{3}$ on the number line? $\frac{4}{3}$ has four one thirds. It is more than one. To represent $\frac{4}{3}$ we need one more one third after 1.



$$\frac{4}{3} = \frac{3}{3} + \frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{3}$$

After 1 unit divide the gap between 1 and 2 into 3 equal parts.

If we consider $\frac{9}{4}$ then this number has 9 one fourths. This number would therefore be marked as shown



This number is thus after 2 on the number line and is written as $2\frac{1}{4}$.



DO THIS

- Show the following on number lines:
 - $\frac{7}{6}$
 - $\frac{5}{2}$
 - $\frac{7}{5}$
 - $\frac{9}{6}$
- Consider the following numbers. Which of these would lie on the number line:
 - before 1
 - between 1 and 2 $\frac{17}{8}, \frac{11}{4}, \frac{1}{3}, \frac{7}{9}, \frac{7}{5}, \frac{6}{11}, \frac{9}{2}, \frac{9}{5}$



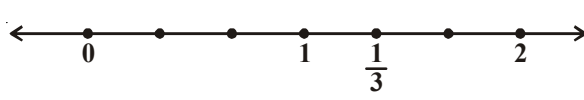
EXERCISE - 7.1

- Out of these which are proper fractional numbers?
 - $\frac{3}{2}$
 - $\frac{2}{5}$
 - $\frac{1}{7}$
 - $\frac{8}{3}$
- Which of these are improper fractional numbers?
 - $\frac{2}{7}$
 - $\frac{7}{11}$
 - $\frac{9}{11}$
 - $\frac{13}{2}$
 - $\frac{7}{3}$

Write where each of the above improper fractional numbers would lie on the number line?

$\frac{4}{3}$ ను సంఖ్యరేఖపై ఎలా సూచిస్తాము? $\frac{4}{3}$ లో నాలుగు $\frac{1}{3}$ వ భాగాలు వున్నాయి. ఇది ఒకటి కంటే ఎక్కువ.

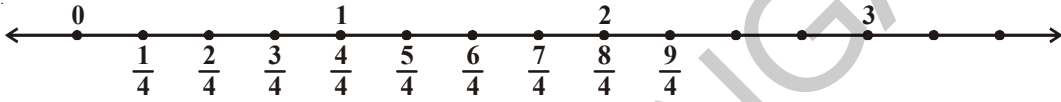
$\frac{4}{3}$ ను సంఖ్యరేఖపై చూపడానికి 1 తరువాత మరొక $\frac{1}{3}$ వ భాగం కావాలి.



$$\frac{4}{3} = \frac{3}{3} + \frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{3}$$

(1 తరువాత, 1, 2 ల మధ్య ఖాళీని 3 సమాన భాగాలు చేయాలి.)

మనము $\frac{9}{4}$ ను పరిగణనలోకి తీసుకుంటే దీనిలో తొమ్మిది $\frac{1}{4}$ వ భాగాలు వున్నాయి. అప్పుడు యీ సంఖ్యను సంఖ్యరేఖపై యిలా సూచిస్తాము.



కనుక యీ సంఖ్య, సంఖ్యరేఖపై 2 తరువాత వుంటుంది. మరియు దీనిని $2\frac{1}{4}$ అని వ్రాస్తాము.



ఇవి చేయండి

1. కింది వానిని సంఖ్యరేఖపై చూపండి.

- (i) $\frac{7}{6}$ (ii) $\frac{5}{2}$ (iii) $\frac{7}{5}$ (iv) $\frac{9}{6}$

2. కింది సంఖ్యలలో సంఖ్యరేఖపై ఏవి

- (i) 1 కన్నా ముందు వుంటాయి? (ii) 1, 2ల మధ్య వుంటాయి?

- $\frac{17}{8}$, $\frac{11}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{6}{11}$, $\frac{9}{2}$, $\frac{9}{5}$



అభ్యాసం - 7.1

1. కింది వానిలో ఏవి క్రమభిన్నాలు?

- (i) $\frac{3}{2}$ (ii) $\frac{2}{5}$ (iii) $\frac{1}{7}$ (iv) $\frac{8}{3}$

2. కింది వానిలో ఏవి అపక్రమ భిన్నాలు?

- (i) $\frac{2}{7}$ (ii) $\frac{7}{11}$ (iii) $\frac{9}{11}$ (iv) $\frac{13}{2}$ (v) $\frac{7}{3}$

పైవానిలో అపక్రమ భిన్నాలు సంఖ్యరేఖపై ఎక్కడ వుంటాయో రాయండి.

3. Pick out the mixed fractions from these:

(i) $\frac{3}{5}$ (ii) $1\frac{2}{7}$ (iii) $\frac{7}{2}$ (iv) $2\frac{3}{5}$

4. Convert the following improper fractions into mixed fractions:

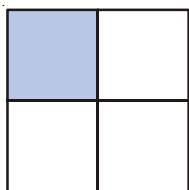
(i) $\frac{7}{3}$ (ii) $\frac{11}{2}$ (iii) $\frac{9}{4}$ (iv) $\frac{27}{4}$

5. Convert the following mixed fractions into improper fractions.

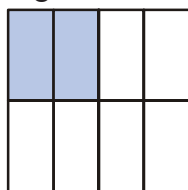
(i) $1\frac{2}{7}$ (ii) $3\frac{2}{8}$ (iii) $10\frac{2}{9}$ (iv) $8\frac{7}{9}$

7.5 EQUIVALENT FRACTIONS

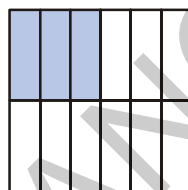
Consider the following four fractions and their representations. The size of the shaded part is the same in all four figures and the whole is also the same.



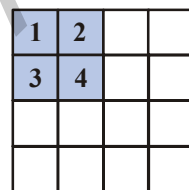
$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{2}{8}$$



$$\frac{3}{12}$$



$$\frac{4}{16}$$

If we look at these closely we find that the numerator and denominator of $\frac{2}{8}$ are twice the numerator and denominator of $\frac{1}{4}$. Similarly $\frac{3}{12}$ has the numerator and denominator multiplied by 3 each.

We see $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16}$.

All these fractions are equivalent to $\frac{1}{4}$.

We can say that the equivalent fractions arise when we multiply both the numerator and the denominator by the same number.

The equivalent fractions of $\frac{1}{3}$ are $\frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \frac{5}{15}$ etc.

7.6 STANDARD FORM OF A FRACTION

Out of the equivalent fractions $\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \dots$ etc. $\frac{1}{3}$ is the standard form. It is the standard form as the numerator and denominator are in lowest terms and do not have any common factors other than 1.

For example $\frac{2}{3}, \frac{7}{3}, \frac{17}{7}, \frac{1}{5}, \frac{3}{11}$ are all standard forms.

However, $\frac{5}{10}, \frac{2}{4}, \frac{16}{36}, \frac{3}{9}$ etc. are not in their standard forms.

3. కింది వానినుండి మిశ్రమ భిన్నాలను వేరుచేసి రాయండి.

(i) $\frac{3}{5}$ (ii) $1\frac{2}{7}$ (iii) $\frac{7}{2}$ (iv) $2\frac{3}{5}$

4. కింది అపక్రమ భిన్నాలను మిశ్రమ భిన్నాలుగా మార్చి రాయండి.

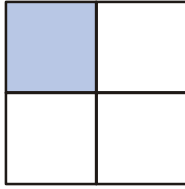
(i) $\frac{7}{3}$ (ii) $\frac{11}{2}$ (iii) $\frac{9}{4}$ (iv) $\frac{27}{4}$

5. కింది మిశ్రమ భిన్నాలను అపక్రమ భిన్నాలుగా మార్చి రాయండి.

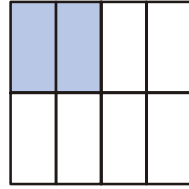
(i) $1\frac{2}{7}$ (ii) $3\frac{2}{8}$ (iii) $10\frac{2}{9}$ (iv) $8\frac{7}{9}$

7.5 సమాన భిన్నాలు

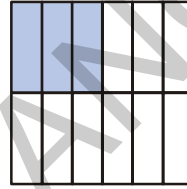
కింద నాలుగు భిన్నాలు సూచించబడిన విధానాన్ని చూడండి. ఇచ్చిన నాలుగు చతురస్రాలు సమానం మరియు రంగు వేసిన భాగాలన్నీ సమానం.



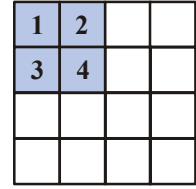
$\frac{1}{4}$



$\frac{2}{8}$



$\frac{3}{12}$



$\frac{4}{16}$

మనము జాగ్రత్తగా పరిశీలిస్తే $\frac{2}{8}$ లోని అవహారాలు $\frac{1}{4}$ లోని అవహారాలకు రెట్టింపు వున్నాయని గమనించవచ్చును.

అదేవిధంగా $\frac{3}{12}$ లోని అవహారాలు $\frac{1}{4}$ లోని అవహారాలకు 3 రెట్లు.

$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16}$ అని మనం గమనించవచ్చును.

ఇవన్నీ $\frac{1}{4}$ కు సమాన భిన్నాలు.

అనగా ఇచ్చిన భిన్నములోని అవహారాలను ఒకేసంఖ్యచే గుణించగా మనకు ఈ సమాన భిన్నాలు ఏర్పడతాయి.

$\frac{1}{3}$ నకు సమాన భిన్నాలు $\frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \frac{5}{15}$ మొదలైనవి.

7.6 భిన్నాల కనిష్ట రూపం

$\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \dots$ మొదలగు సమాన భిన్నాలలో $\frac{1}{3}$ అనేది కనిష్ట రూపం. $\frac{1}{3}$ కనిష్ట రూపం ఎందుకంటే

దీని అవహారాలు కనిష్ట పదాలలో వున్నాయి. అనగా వాటికి 1 తప్ప వేరే సామాన్య కారణంకాలు లేవు.

ఉదాహరణకు $\frac{2}{3}, \frac{7}{3}, \frac{17}{7}, \frac{1}{5}, \frac{3}{11}$ మొదలైనవన్నీ కనిష్ట రూపాలు.

కానీ $\frac{5}{10}, \frac{2}{4}, \frac{16}{36}, \frac{3}{9}$ మొదలైనవన్నీ వాటి కనిష్ట రూపంలో లేవు.



TRY THESE

- Write 5 fractional numbers that are in the standard form.
- Write 5 fractional numbers that are not in standard form.
- Convert the following fractions into their standard form.

(i) $\frac{7}{28}$

(ii) $\frac{15}{90}$

(iii) $\frac{11}{33}$

(iv) $\frac{39}{13}$

7.7 LIKE AND UNLIKE FRACTIONS

In a mathematics exam, Ramu got 5 marks out of 25. We write it as $\frac{5}{25}$. Raju got $\frac{10}{25}$ and Ravi got $\frac{21}{25}$.

It is clear that Ravi got the highest marks of three. It is easy to see that the numerator of that fractions is the highest and the all have the same denominator.

The fractional numbers that have the same denominators are called **like fractions**. As we see, these can be compared easily. Fractions where the denominators are not the same are **unlike fractions**.

Example $\frac{1}{3}$ and $\frac{1}{7}$ are unlike fractions. $\frac{2}{4}$ and $\frac{6}{12}$ are also unlike fractions.

While, $\frac{2}{4}$ and $\frac{6}{12}$ are equivalent fractions but they are unlike fractions.



EXERCISE - 7.2

- Which group of fractions are like fractions among the following?

(i) $\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}$

(ii) $\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{4}{9}$

(iii) $\frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \frac{7}{11}$

- Write five groups of like fractions.
- From each of these identify like fractional numbers:

(i) $\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{1}{3}, \frac{4}{6}$

(ii) $\frac{1}{7}, \frac{3}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{9}$

(iii) $\frac{7}{8}, \frac{8}{7}, \frac{2}{8}, \frac{7}{5}$

THINK, DISCUSS AND WRITE

Rafi says "There can be no equivalent fractions that are also like fractions."
Do you agree with him? Explain your answer and justify.





ప్రయత్నించండి

1. కనిష్ట రూపంలోనున్న ఏవైనా 5 భిన్నాలను వ్రాయండి.
2. కనిష్ట రూపంలోలేని ఏవైనా 5 భిన్నాలను వ్రాయండి.
3. క్రింది భిన్నాలను వాటి కనిష్ట రూపంలోనికి మార్చండి.

(i) $\frac{7}{28}$

(ii) $\frac{15}{90}$

(iii) $\frac{11}{33}$

(iv) $\frac{7}{22}$

7.7 సజాతి, విజాతి భిన్నాలు

ఒక గణిత పరీక్షలో గరిష్ట మార్కులు 25. రాముకు 5 మార్కులు వచ్చాయి. దీనిని మనం $\frac{5}{25}$ గా వ్రాస్తాము.

అలాగే రాజుకు $\frac{10}{25}$ మరియు రవికి $\frac{21}{25}$ వచ్చాయి.

ముగ్గురిలోను రవికి ఎక్కువ మార్కులు వచ్చాయి. ఆ భిన్నంలో లవము ఎక్కువగా ఉండడాన్ని మరియు అన్ని భిన్నాలు సమాన హారాన్ని కలిగి ఉండడాన్ని మనం గమనించవచ్చు.

ఒకే హారము కలిగిన భిన్నాలను సజాతి భిన్నాలు అంటారు. వీటిని పోల్చడం చాలా తేలిక. హారాలు సమానంగా లేని భిన్నాలను విజాతి భిన్నాలు అంటారు.

ఉదాహరణకు $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{7}$ లు విజాతి భిన్నాలు. మరియు $\frac{2}{4}$, $\frac{6}{12}$ లు విజాతి భిన్నాలు.

నిజానికి $\frac{2}{4}$, $\frac{6}{12}$ లు సమాన భిన్నాలే కాని విజాతిభిన్నాలు.



అభ్యాసం - 7.2

1. కింది సమూహాలలో సజాతి భిన్నాలు ఏవి?

(i) $\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}$

(ii) $\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{4}{9}$

(iii) $\frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \frac{7}{11}$

2. సజాతి భిన్నాల సమూహాలను ఐదింటిని వ్రాయండి.

3. కింది వాటిలో సజాతి భిన్నాలను గుర్తించండి.

(i) $\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{1}{3}, \frac{4}{6}$

(ii) $\frac{1}{7}, \frac{3}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{9}$

(iii) $\frac{7}{8}, \frac{8}{7}, \frac{2}{8}, \frac{7}{5}$

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

సమాన భిన్నాలవుతూ, సజాతి భిన్నాలు కూడా అయ్యే భిన్నాలు వుండవు అని రఫీ అన్నాడు. మీరు అతనితో ఏకీభవిస్తారా? మీ సమాధానానికి వివరణ యివ్వండి.



7.8 ASCENDING AND DESCENDING ORDER OF FRACTIONS

Whenever we have a set of numbers, we compare them. Some are bigger than the others, some are smaller. We can see that 7 is smaller than 19 and bigger than 3. We also know that 3 is bigger than -5. Can we make such comparisons in fractional numbers so easily. Let us consider these through a few examples.

In a school test Suresh got $\frac{7}{10}$, Seetha got $\frac{9}{10}$, Rakesh got $\frac{5}{10}$. We know that Seetha got the most marks and that $\frac{9}{10}$ is bigger than $\frac{7}{10}$. $\frac{9}{10}$ represents 9 parts taken out of 10 equal parts. That is more than 7 parts out of 10 equal parts. It is easy to see this as the denominators are equal. For example out of $\frac{3}{2}$ and $\frac{1}{2}$, it is $\frac{3}{2}$ that is bigger. If we want to show the fractions $\frac{7}{10}, \frac{9}{10}, \frac{5}{10}$ in ascending order we show them as $\frac{5}{10}, \frac{7}{10}, \frac{9}{10}$. Can you show them in descending order?



DO THIS

Identify the biggest and the smallest in these group of fractional numbers

(i) $\frac{1}{7}, \frac{3}{7}, \frac{2}{7}, \frac{5}{7}$ (ii) $\frac{1}{9}, \frac{13}{9}, \frac{11}{9}, \frac{5}{9}$

(iii) $\frac{1}{3}, \frac{5}{3}, \frac{17}{3}, \frac{9}{3}$

7.8.1 Comparing Unlike Fractions

Let us now compare $\frac{2}{3}$ and $\frac{3}{5}$? Which of these is bigger?

We cannot now tell just by looking at the numbers. In the first, 2 parts out of three and in the second 3 parts out of five are taken. Can we say that the one with 3 parts is bigger? We cannot directly compare the fractional numbers just by looking at numerators. To compare such unlike

fractions we have to convert them to like fractions. So we convert both $\frac{2}{3}$ and $\frac{3}{5}$ in the following way.

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{5} = \frac{10}{15}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{3} = \frac{9}{15}$$

Therefore, $\frac{9}{15} < \frac{10}{15}$ and thus $\frac{3}{5} < \frac{2}{3}$

7.8 భిన్నాల ఆరోహణ మరియు అవరోహణ క్రమం

సంఖ్య సమితులలోని సంఖ్యలను పోల్చినపుడు కొన్ని పెద్దవి, మిగతా సంఖ్యల కంటే మరికొన్ని చిన్నవి ఉంటాయి. 7 అనే సంఖ్య 19 కన్నా చిన్నది మరియు 3 కన్నా పెద్దది. అలాగే 3 అనేది -5 కన్నా పెద్దది. భిన్నాలను కూడా మనం ఇలా సులభంగా పోల్చవచ్చును. కొన్ని ఉదాహరణల సహాయంతో దీనిని అర్థం చేసుకుందాం.

పాఠశాలలో నిర్వహించిన ఒక పరీక్షలో సురేష్ కు $\frac{7}{10}$, సీతకు $\frac{9}{10}$, రాకేష్ కు $\frac{5}{10}$ మార్కులు వచ్చాయి. ముగ్గురిలోను సీతకు ఎక్కువ మార్కులు వచ్చాయి. కావున $\frac{9}{10}$ అనేది $\frac{7}{10}$ కన్నా పెద్దది. $\frac{9}{10}$ అంటే 10 సమాన భాగాలలో 9 సమాన భాగాలు తీసుకోవడం. ఇది 10 సమాన భాగాలలో 7 సమాన భాగాలు తీసుకోవడం కన్నా ఎక్కువ. ఇక్కడ హారాలు సమానం కావున సులభంగా చెప్పగలిగాము.

ఉదాహరణకు $\frac{3}{2}$, $\frac{1}{2}$ లలో $\frac{3}{2}$ పెద్దది. మనము $\frac{7}{10}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{5}{10}$ లను ఆరోహణ క్రమంలో చూపడానికి $\frac{5}{10}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{9}{10}$ అని రాస్తాం. వీటిని అవరోహణ క్రమంలో చూపగలరా?



ఇవి చేయండి

క్రింది భిన్నాలలో గరిష్ట మరియు కనిష్ట భిన్నాలను గుర్తించండి.

- (i) $\frac{1}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{5}{7}$ (ii) $\frac{1}{9}$, $\frac{13}{9}$, $\frac{11}{9}$, $\frac{5}{9}$
- (iii) $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{17}{3}$, $\frac{9}{3}$

7.8.1 విజాతి భిన్నాలను పోల్చుట

ఇప్పుడు $\frac{2}{3}$ మరియు $\frac{3}{5}$ లను పోల్చండి. ఏది పెద్దదో చెప్పగలరా?

సంఖ్యలను చూడగానే మనం చెప్పలేము. మొదటి దానిలో 3 సమాన భాగాలలో 2 భాగాలు, రెండవ దానిలో 5 సమాన భాగాలలో 3 భాగాలు వున్నాయి. 3 భాగాలు ఉన్న భిన్నం పెద్దది అని మనం చెప్పగలమా? ఈ భిన్నాలను కేవలం లవాలను చూడడం ద్వారా పోల్చి చెప్పలేము.

ఇటువంటి విజాతి భిన్నాలను పోల్చడానికి మొదట వాటిని సజాతి భిన్నాలుగా మార్చాలి. కాబట్టి $\frac{2}{3}$ మరియు $\frac{3}{5}$ లను మనం ఈ క్రింది విధంగా మారుస్తాము.

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{5} = \frac{10}{15}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{3} = \frac{9}{15}$$

$$\text{కావున } \frac{9}{15} < \frac{10}{15} \text{ అందువలన } \frac{3}{5} < \frac{2}{3}$$

Consider another example. Which is bigger out of $\frac{7}{9}$, $\frac{3}{11}$?

Converting them into like fractions.

$$\frac{7}{9} \times \frac{11}{11} = \frac{77}{99} \quad ; \quad \frac{3}{11} \times \frac{9}{9} = \frac{27}{99}$$

$\frac{77}{99}$ is a big one. So, $\frac{7}{9}$ is a big one. $\frac{7}{9} > \frac{3}{11}$.

In all these we have tried to make the denominators of both the fractions same. Once the denominators are the same the size of the parts is the same. We can then compare the number of parts and see which fractional number has more equal parts to find the bigger fraction.

DO THIS

Which of these is the smaller fraction?

- (i) $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{7}$ (ii) $\frac{7}{8}$, $\frac{5}{4}$ (iii) $\frac{3}{11}$, $\frac{1}{2}$ (iv) $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{3}$

7.8.2 Ascending and Descending Order

We know that when we write numbers in a form that increase from the left to the right then they are in the ascending order.

For example 1, 3, 7, 8, 12 are in ascending order:

Similarly,

$\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{16}{5}$ are also in ascending order. Here $\frac{2}{5} < \frac{3}{5} < \frac{7}{5} < \frac{16}{5}$

And $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$ are also in ascending order.

DO THIS

Write the following fractional number in ascending order:

- (i) $\frac{1}{7}$, $\frac{13}{7}$, $\frac{11}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{15}{7}$ (ii) $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{24}{18}$
 (iii) $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{12}$ (iv) $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{12}$

When we write numbers in the manner that they decrease from left to right then they are said to be in descending order.

For example 100, 85, 83, 74, 61 are in descending order.

మరియొక ఉదాహరణ చూడండి. $\frac{7}{9}$, $\frac{3}{11}$ లలో ఏది పెద్దది?

మొదట వాటిని సజాతి భిన్నాలుగా మార్చివ్రాయగా

$$\frac{7}{9} \times \frac{11}{11} = \frac{77}{99} \quad ; \quad \frac{3}{11} \times \frac{9}{9} = \frac{27}{99}$$

$$\frac{77}{99} \text{ పెద్దది అంటే } \frac{7}{9} \text{ పెద్దది. } \frac{7}{9} > \frac{3}{11}.$$

వీటన్నింటిలో మనము రెండు భిన్నాల హారాలు సమానం చేశాము. హారాలు సమానమైనప్పుడు, భాగాల పరిమాణాలు కూడా సమానమవుతాయి. అప్పుడు మనం సమాన భాగాలను పోల్చవచ్చును. ఏ భిన్నంలో లవంలోని సమాన భాగాలు ఎక్కువ వుంటాయో అదే పెద్ద భిన్నం అని తెలుస్తుంది.



ఇవి చేయండి

కింది వానిలో ఏది చిన్న భిన్నము?

- (i) $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{7}$ (ii) $\frac{7}{8}$, $\frac{5}{4}$ (iii) $\frac{3}{11}$, $\frac{1}{2}$ (iv) $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{3}$

7.8.2 ఆరోహణ మరియు అవరోహణ క్రమం

మనం సంఖ్యలను ఎడమనుండి కుడికి క్రమంగా విలువ పెరుగుతూ వుండేటట్లు వ్రాస్తాము. దీనినే మనం ఆరోహణ క్రమం అంటారు.

ఉదాహరణకు 1, 3, 7, 8, 12 లు ఆరోహణ క్రమంలో వున్నాయి.

అదేవిధంగా

$\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{16}{5}$ లు కూడా ఆరోహణ క్రమంలో వున్నాయి. అంటే $\frac{2}{5} < \frac{3}{5} < \frac{7}{5} < \frac{16}{5}$

అలాగే $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$ లు కూడా ఆరోహణ క్రమంలో వున్నాయి.



ఇవి చేయండి

కింది భిన్నాలను ఆరోహణ క్రమంలో రాయండి.

- (i) $\frac{1}{7}$, $\frac{13}{7}$, $\frac{11}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{15}{7}$ (ii) $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{24}{18}$

- (iii) $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{12}$ (iv) $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{12}$

మనము ఈ సంఖ్యలను ఎడమ నుండి కుడికి క్రమంగా విలువ తగ్గుతూ వుండేటట్లు వ్రాస్తే దానిని అవరోహణ క్రమం అంటారు.

ఉదాహరణకు 100, 85, 83, 74, 61 లు అవరోహణ క్రమంలో ఉన్నాయి.

Similarly $\frac{11}{2}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{1}{2}$ are in descending order.

Further $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$ are also in descending order. Can you say why? Discuss with your friends.



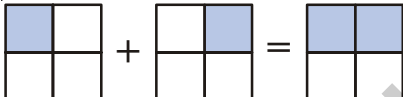
Do This

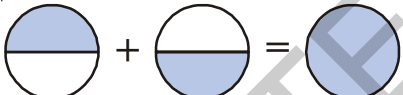
Write the following in descending order:

- (i) $\frac{1}{9}$, $\frac{13}{9}$, $\frac{11}{9}$, $\frac{15}{9}$, $\frac{3}{9}$ (ii) $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{5}{6}$
- (iii) $\frac{1}{5}$, $\frac{9}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{6}{5}$ (iv) $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{4}$

7.9 ADDITION OF FRACTIONS

Add the following

1.  $= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

2.  $= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$



Do This

Simplify the following

- i. $\frac{1}{4} + \frac{5}{4}$ ii. $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$ iii. $\frac{1}{7} + \frac{2}{7} + \frac{3}{7}$ iv. $\frac{13}{6} + \frac{5}{6}$

7.9.1 Adding unlike fractions

Look at the following

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = ?$$

We can not add the numerators here. Why not? So what do we do?

To add such fractions we convert them into equivalent fractions with the same denominators.

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{3} = \frac{3}{6} \quad ; \quad \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{6}$$

So, $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$

అలాగే $\frac{11}{2}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{1}{2}$ లు అవరోహణ క్రమంలో ఉన్నాయి.

ఇంకా $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$ లు కూడా అవరోహణ క్రమంలో వున్నాయి. ఎందుకో కారణం చెప్పగలరా?

మీ స్నేహితులతో చర్చించండి.



ఇవి చేయండి

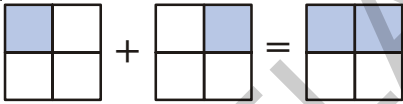
కింది వానిని అవరోహణ క్రమంలో వ్రాయండి.


(i) $\frac{1}{9}$, $\frac{13}{9}$, $\frac{11}{9}$, $\frac{15}{9}$, $\frac{3}{9}$ (ii) $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{5}{6}$

(iii) $\frac{1}{5}$, $\frac{9}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{6}{5}$ (iv) $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{4}$

7.9 భిన్నాల సంకలనము (కూడిక)

కింది వానిని కూడండి.

ఉదాహరణ 1.  $= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

2.  $= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$



ఇవి చేయండి

కింది వాటిని సూక్ష్మీకరించండి.

i. $\frac{1}{4} + \frac{5}{4}$ ii. $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$ iii. $\frac{1}{7} + \frac{2}{7} + \frac{3}{7}$ iv. $\frac{13}{6} + \frac{5}{6}$

7.9.1 విజాతి భిన్నాల సంకలనము

కింది దానిని చూడండి.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = ?$$

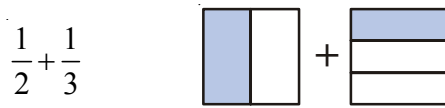
ఇక్కడ మనం లవాలను కలపలేము. ఎందువలన? మరి మనం ఏం చేయాలి?

ఇటువంటి భిన్నాలను కలపడానికి మొదట వాటిని ఒకే హారము కలిగిన సమాన భిన్నాలుగా మార్చాలి.

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{3} = \frac{3}{6} \quad ; \quad \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{6}$$

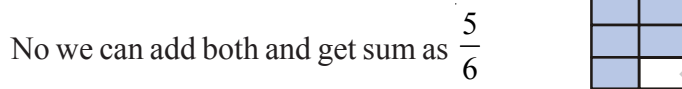
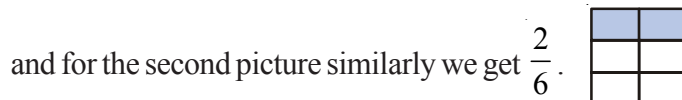
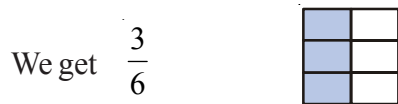
కావున $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$

Let us see how this works pictorially.



The parts in the two pictures are not equal. In order to add we need equal parts.

We divide the first into three more horizontal parts.



Consider $\frac{1}{6} + \frac{5}{3}$

We write $\frac{5}{3} = \frac{10}{6}$

Thus $\frac{1}{6} + \frac{5}{3} = \frac{1}{6} + \frac{10}{6} = \frac{11}{6}$

DO THIS

Add the following fractional numbers:

(i) $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$

(ii) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{7}{2}$

(iii) $\frac{1}{3} + \frac{2}{6} + \frac{5}{6}$

(iv) $\frac{1}{3} + \frac{7}{5}$

7.9.2 Addition of mixed fractions

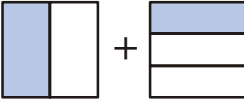
How do we add $2\frac{1}{3}$ and $1\frac{2}{3}$?

One way is to convert them into improper fractions $\frac{7}{3}$ and $\frac{5}{3}$ and add. We can also add them in the following way

$$2\frac{1}{3} + 1\frac{2}{3} = 2 + 1 + \frac{1}{3} + \frac{2}{3}$$

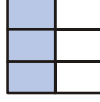
We have added the whole number part and the fractional part separately. Then we add the two and get $3 + \frac{3}{3} = 3 + 1 = 4$.

వీటిని పటరూపంలో ఎలా సూచించవచ్చునో చూద్దాం.

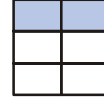
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$


రెండు పటాలలోని భాగాలు సమానం కాదు. కాని సంకలనం చేయాలంటే మనకు సమాన భాగాలు కావాలి. కావున మొదటి దానిని మరిమూడు అడ్డు భాగాలుగా విభజిస్తాము.

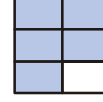
అప్పుడు మనకు $\frac{3}{6}$ వస్తుంది.



మరియు రెండవ పటానికి అదేవిధంగా మనకు $\frac{2}{6}$ వ వస్తుంది.



ఈ రెండూ ఇప్పుడు కలపడానికి వీలుగా ఉన్నాయి కలుపగా మొత్తం $\frac{5}{6}$ వస్తుంది.



$\frac{1}{6} + \frac{5}{6}$ ను పరిగణించండి.

$\frac{5}{3} = \frac{10}{6}$ అని వ్రాస్తాము.

$$\text{కావున } \frac{1}{6} + \frac{5}{3} = \frac{1}{6} + \frac{10}{6} = \frac{11}{6}$$



ఇవి చేయండి

ఈ కింది భిన్నాలను కూడండి.

(i) $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$

(ii) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{7}{2}$

(iii) $\frac{1}{3} + \frac{2}{6} + \frac{5}{6}$

(iv) $\frac{1}{3} + \frac{7}{5}$

7.9.2 మిశ్రమ భిన్నాల సంకలనము

$2\frac{1}{3}$ మరియు $1\frac{2}{3}$ లను మనం ఎలా సంకలనం చేస్తాము?

వాటిని అపక్రమ భిన్నాలు $\frac{7}{3}$ మరియు $\frac{5}{3}$ లుగా మార్చి కలపడం ఒక పద్ధతి. వాటిని మనం ఈ కింది పద్ధతిలో కూడా సంకలనం చేయవచ్చును.

$$2\frac{1}{3} + 1\frac{2}{3} = 2 + 1 + \frac{1}{3} + \frac{2}{3}$$

ఇక్కడ మనం పూర్ణాంక భాగాలను, భిన్న భాగాలను విడివిడిగా సంకలనం చేసాము. మరల ఆ రెండింటిని

సంకలనం చేయగా మనకు $3 + \frac{3}{3} = 3 + 1 = 4$ వస్తుంది.

We will now add $2\frac{1}{8}$, $3\frac{1}{6}$ in both ways.

$$\begin{aligned}
 \text{1st Method : } 2\frac{1}{8} + 3\frac{1}{6} &= 2 + 3 + \frac{1}{8} + \frac{1}{6} \\
 &= 5 + \frac{1 \times 6}{8 \times 6} + \frac{1 \times 8}{6 \times 8} \\
 &= 5 + \frac{6}{48} + \frac{8}{48} \\
 &= 5 + \frac{14}{48} = 5 + \frac{7}{24} = 5\frac{7}{24}
 \end{aligned}$$

2nd Method : Changing both into improper fractions we have $\frac{17}{8} + \frac{19}{6}$

$$\begin{aligned}
 \text{Change into equivalent like fractions } \frac{17}{8} &= \frac{17}{8} \times \frac{6}{6} = \frac{102}{48} \\
 \frac{19}{6} &= \frac{19}{6} \times \frac{8}{8} = \frac{152}{48} \\
 \therefore \frac{102}{48} + \frac{152}{48} &= \frac{254}{48} = \frac{127}{24} = 5\frac{7}{24}
 \end{aligned}$$

7.10 SUBTRACTION

Subtract $\frac{3}{7}$ from $\frac{4}{7}$. Here the numbers have the same denominator so they are like fractions. We take 3 one sevenths from 4 one sevenths and are left with 1 one seventh.

$$\therefore \frac{4}{7} - \frac{3}{7} = \frac{4-3}{7} = \frac{1}{7}$$

Now take an example where fractional numbers have different denominators.

Subtract $\frac{2}{9}$ from $\frac{3}{10}$

$$\frac{3}{10} - \frac{2}{9}$$

We can not do the same process as we did above.

We make them equivalent like fractions and write

$$\frac{3}{10} = \frac{3 \times 9}{10 \times 9} = \frac{27}{90}; \quad \frac{2}{9} = \frac{2 \times 10}{9 \times 10} = \frac{20}{90}$$

$$\text{We get } \frac{27}{90} - \frac{20}{90} = \frac{27-20}{90} = \frac{7}{90}$$

ఇప్పుడు మనం $2\frac{1}{8}$, $3\frac{1}{6}$ లను రెండు పద్ధతులలో సంకలనం చేద్దాం.

$$\begin{aligned} \text{1వ పద్ధతి : } \quad 2\frac{1}{8} + 3\frac{1}{6} &= 2 + 3 + \frac{1}{8} + \frac{1}{6} \\ &= 5 + \frac{1 \times 6}{8 \times 6} + \frac{1 \times 8}{6 \times 8} \\ &= 5 + \frac{6}{48} + \frac{8}{48} \\ &= 5 + \frac{14}{48} = 5 + \frac{7}{24} = 5\frac{7}{24} \end{aligned}$$

2వ పద్ధతి : రెండింటినీ అపక్రమ భిన్నాలుగా మార్చగా, మనకు $\frac{17}{8} + \frac{19}{6}$ వస్తుంది.

$$\text{సమాన సజాతి భిన్నాలుగా మార్చి వ్రాయగా } \frac{17}{8} = \frac{17}{8} \times \frac{6}{6} = \frac{102}{48}$$

$$\frac{19}{6} = \frac{19}{6} \times \frac{8}{8} = \frac{152}{48}$$

$$\therefore \frac{102}{48} + \frac{152}{48} = \frac{254}{48} = \frac{127}{24} = 5\frac{7}{24}$$

7.10 వ్యవకలనము (తీసివేత)

$\frac{4}{7}$ నుండి $\frac{3}{7}$ ను తీసి వేయండి. ఈ రెండు సంఖ్యల హారాలు సమానం కావున అవి సజాతి భిన్నాలు. మనము మూడు $\frac{1}{7}$ వ భాగాలను, నాలుగు $\frac{1}{7}$ వ భాగాలనుండి తీసివేయగా ఒక $\frac{1}{7}$ వ భాగం మిగులుతుంది.

$$\therefore \frac{4}{7} - \frac{3}{7} = \frac{4-3}{7} = \frac{1}{7}$$

ఇప్పుడు హారాలు వేరువేరుగా వున్న భిన్నాలను ఉదాహరణగా తీసుకోండి.

$\frac{3}{10}$ నుండి $\frac{2}{9}$ ని తీసివేయండి.

$$\frac{3}{10} - \frac{2}{9}$$

మనము పైన చెప్పిన పద్ధతిలో దీనిని చేయలేము.

మొదట వీటిని సజాతి భిన్నాలుగా చేయాలి.

$$\frac{3}{10} = \frac{3 \times 9}{10 \times 9} = \frac{27}{90}; \quad \frac{2}{9} = \frac{2 \times 10}{9 \times 10} = \frac{20}{90}$$

అప్పుడు $\frac{27}{90} - \frac{20}{90} = \frac{27-20}{90} = \frac{7}{90}$ వస్తుంది.



Do This

1. Add the following fractions.

(i) $\frac{2}{5} + \frac{3}{5}$

(ii) $\frac{7}{10} + \frac{2}{10}$

(iii) $\frac{3}{4} + \frac{2}{6}$

2. Subtract the following.

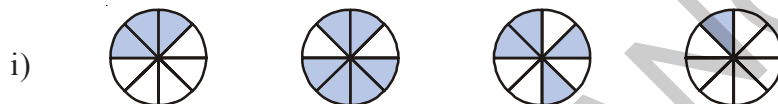
(i) $\frac{2}{7}$ from $\frac{3}{5}$

(ii) $\frac{1}{9}$ from $\frac{2}{5}$



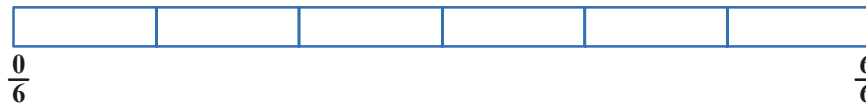
EXERCISE - 7.3

1. Write shaded portion as fraction. Arrange them in ascending or descending order using sign '<', '=', '>' between the fractions:



2. Show $\frac{2}{6}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{8}{6}$, $\frac{5}{6}$ and $\frac{6}{6}$ on the number line. Also arrange them in ascending order.

3. Look at the figures and write '<' or '>', '=' between the given pairs of fractions:





ఇవి చేయండి

1. కింది భిన్నాలను సంకలనం చేయండి.

(i) $\frac{2}{5} + \frac{3}{5}$ (ii) $\frac{7}{10} + \frac{2}{10}$ (iii) $\frac{3}{4} + \frac{2}{6}$

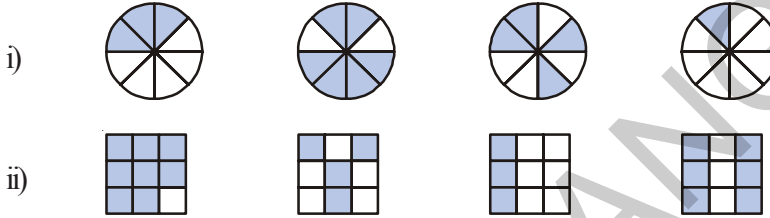
2. కింది భిన్నాలను వ్యవకలనం చేయండి.

(i) $\frac{3}{5}$ నుంచి $\frac{2}{7}$ (ii) $\frac{2}{5}$ నుంచి $\frac{1}{9}$



అభ్యాసం - 7. 3

1. ఛాయావృత ప్రాంతాలను భిన్నాలుగా సూచించండి. ఆ భిన్నాల మధ్య '<', '=', '>' లలో సరియైన గుర్తులను ఉపయోగిస్తూ వాటిని ఆరోహణ లేదా అవరోహణ క్రమంలో రాయండి.



2. $\frac{2}{6}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{8}{6}$ మరియు $\frac{6}{6}$ లను సంఖ్యారేఖపై గుర్తించండి. వాటిని ఆరోహణ క్రమంలో రాయండి.

3. కింద ఇచ్చిన పటాలను పరిశీలించి కింద నివ్వబడిన సమస్యలలోని ప్రతీ జత భిన్నాల మధ్య '<' లేదా '>', '=' గుర్తులలో సరియైన దానిని వుంచండి.

$\frac{0}{1}$		$\frac{1}{1}$
$\frac{0}{2}$		$\frac{2}{2}$
$\frac{0}{3}$		$\frac{3}{3}$
$\frac{0}{4}$		$\frac{4}{4}$
$\frac{0}{5}$		$\frac{5}{5}$
$\frac{0}{6}$		$\frac{6}{6}$

(i) $\frac{1}{6} \square \frac{1}{3}$ (ii) $\frac{3}{4} \square \frac{2}{6}$ (iii) $\frac{2}{3} \square \frac{2}{4}$
 (iv) $\frac{6}{6} \square \frac{3}{3}$ (v) $\frac{5}{6} \square \frac{5}{5}$

Make five more such problems and ask your friends to solve them.

4. Fill with the appropriate sign. ('<', '=', '>')

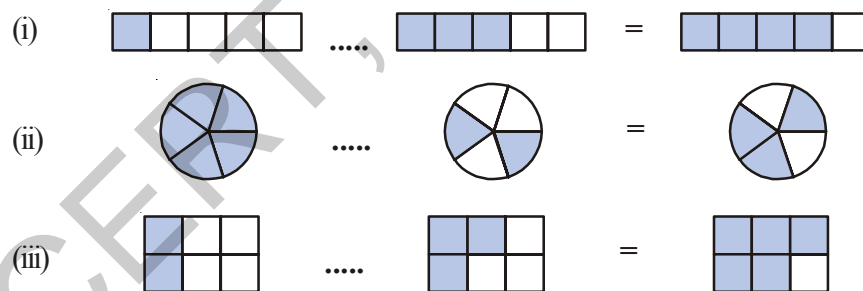
(i) $\frac{1}{2} \square \frac{1}{5}$ (ii) $\frac{2}{4} \square \frac{3}{6}$ (iii) $\frac{3}{5} \square \frac{2}{3}$
 (iv) $\frac{3}{4} \square \frac{2}{8}$ (v) $\frac{3}{5} \square \frac{6}{5}$ (vi) $\frac{7}{9} \square \frac{3}{9}$

5. Answer the following. Also write how you solved them.:

(i) Is $\frac{5}{9}$ equal to $\frac{4}{5}$? (ii) Is $\frac{9}{16}$ equal to $\frac{5}{9}$?
 (iii) Is $\frac{4}{5}$ equal to $\frac{16}{20}$? (iv) Is $\frac{1}{15}$ equal to $\frac{4}{30}$?

6. Varshith read 25 pages of a story book containing 100 pages. Lalitha read $\frac{2}{5}$ of the same story book. Who read less? Give reason.

7. Fill the appropriate (+ or -) sign in the blank space.



8. Simplify

(i) $\frac{1}{18} + \frac{1}{18}$ (ii) $\frac{8}{15} + \frac{3}{15}$ (iii) $\frac{7}{7} - \frac{5}{7}$
 (iv) $\frac{1}{22} + \frac{21}{22}$ (v) $\frac{12}{15} - \frac{7}{15}$ (vi) $\frac{5}{8} + \frac{3}{8}$
 (vii) $1 - \frac{2}{3} \left(1 - \frac{3}{3} \right)$ (viii) $\frac{1}{4} + \frac{0}{4}$ (ix) $3 - \frac{12}{5}$

(i) $\frac{1}{6} \square \frac{1}{3}$ (ii) $\frac{3}{4} \square \frac{2}{6}$ (iii) $\frac{2}{3} \square \frac{2}{4}$

(iv) $\frac{6}{6} \square \frac{3}{3}$ (v) $\frac{5}{6} \square \frac{5}{5}$

ఇటువంటి మరొక 5 సమస్యలను తయారు చేసి మీ మిత్రులను సాధించమని చెప్పండి.

4. సరియైన గుర్తులతో నింపగలరు. ('<', '=', '>')

(i) $\frac{1}{2} \square \frac{1}{5}$ (ii) $\frac{2}{4} \square \frac{3}{6}$ (iii) $\frac{3}{5} \square \frac{2}{3}$

(iv) $\frac{3}{4} \square \frac{2}{8}$ (v) $\frac{3}{5} \square \frac{6}{5}$ (vi) $\frac{7}{9} \square \frac{3}{9}$

5. కిందివాటికి జవాబులు వ్రాయండి. వాటిని ఎలా సాధించారో సోపానాలను మీ నోట్ పుస్తకంలో రాయండి.


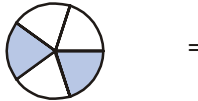
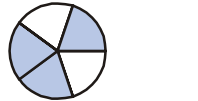
(i) $\frac{5}{9}$ అనేది $\frac{4}{5}$ కు సమానమా? (ii) $\frac{9}{16}$ అనేది $\frac{5}{9}$ కు సమానమా?

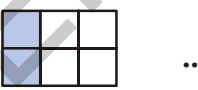
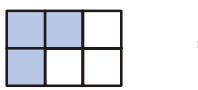
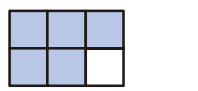
(iii) $\frac{4}{5}$ అనేది $\frac{16}{20}$ కు సమానమా? (iv) $\frac{1}{15}$ అనేది $\frac{4}{30}$ కు సమానమా?

6. 100 పేజీలున్న ఒక కథల పుస్తకంలో వర్షిత 25 పేజీలు చదివింది. లలిత అదే కథల పుస్తకంలో $\frac{2}{5}$ వంతు చదివింది. ఎవరు ఆ పుస్తకాన్ని తక్కువ చదివారు? కారణం తెలపండి.

7. ఈ కింది ఖాళీలను సరైన గుర్తు (+ లేదా -) తో పూరించండి.

(i)   = 

(ii)   = 

(iii)   = 

8. సూక్ష్మీకరించండి.

(i) $\frac{1}{18} + \frac{1}{18}$ (ii) $\frac{8}{15} + \frac{3}{15}$ (iii) $\frac{7}{7} - \frac{5}{7}$

(iv) $\frac{1}{22} + \frac{21}{22}$ (v) $\frac{12}{15} - \frac{7}{15}$ (vi) $\frac{5}{8} + \frac{3}{8}$

(vii) $1 - \frac{2}{3} \left(1 = \frac{3}{3} \right)$ (viii) $\frac{1}{4} + \frac{0}{4}$ (ix) $3 - \frac{12}{5}$

9. Fill in the missing fractions:

(i) $\frac{7}{10} - \square = \frac{3}{10}$ (ii) $\square - \frac{3}{21} = \frac{5}{21}$

(iii) $\square - \frac{3}{3} = \frac{3}{6}$ (iv) $\square + \frac{5}{27} = \frac{12}{27}$

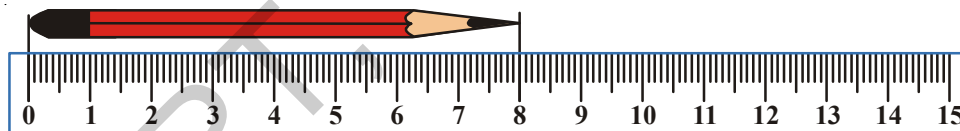
10. Narendra painted $\frac{2}{3}$ area of the wall in his room. His brother Ritesh helped and painted $\frac{1}{3}$ area of the wall. How much did they paint together?

11. Neha was given $\frac{5}{7}$ of a basket of bananas. What fraction of bananas was left in the basket?

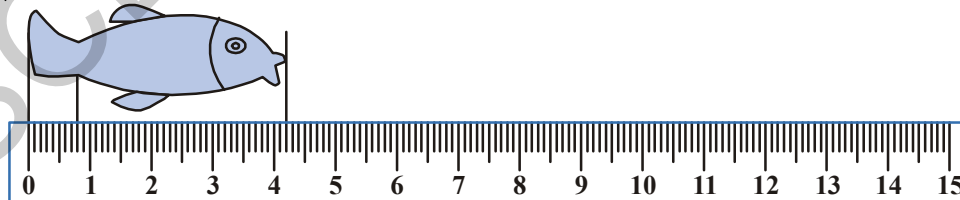
12. A piece of rod $\frac{7}{8}$ metre long is broken into two pieces. One piece was $\frac{1}{4}$ metre long. How long is the other piece?

13. Renu takes $2\frac{1}{5}$ minutes to walk around the school ground. Snigdha takes $\frac{7}{4}$ minutes to do the same. Who takes less time and by what fraction?

7.11 DECIMALS



What is the length of this pencil? centimeter.



The length of this fish is more than 4 cm. But it is less than 5 cm. How will you find the length of this fish?

To do this we divide the space between 4 and 5 into 10 equal parts.

9. భాళీలలో సరియైన భిన్నాలను పూరించుము.

i) $\frac{7}{10} - \square = \frac{3}{10}$ ii) $\square - \frac{3}{21} = \frac{5}{21}$

iii) $\square - \frac{3}{3} = \frac{3}{6}$ iv) $\square + \frac{5}{27} = \frac{12}{27}$

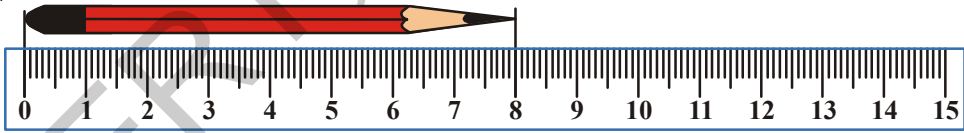
10. నరేంద్ర ఇంటి లోని తన గది గోడకు $\frac{2}{3}$ వంతు పెయింట్ వేసాడు. అతని తమ్ముడు రితేష్ $\frac{1}{3}$ వంతు గోడకు పెయింట్ వేసి అతనికి సహాయం చేసాడు. ఇద్దరూ కలిపి ఎంత భాగానికి రంగు వేసారు?

11. నేహాకు ఒక బుట్టలోని $\frac{5}{7}$ వంతు అరటిపండ్లు ఇవ్వబడ్డాయి. అయిన బుట్టలో మిగిలిన అరటిపళ్ళను సూచించు భిన్నాన్ని వ్రాయండి.

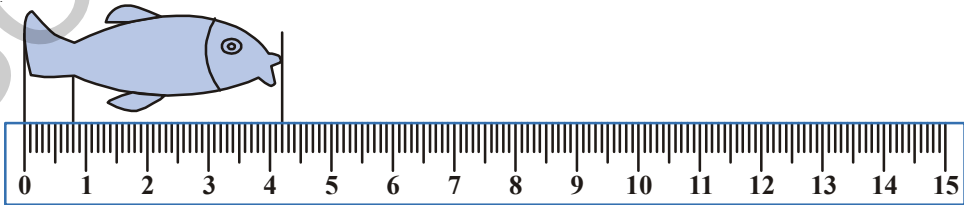
12. $\frac{7}{8}$ మీటర్లు పొడవు కలిగిన ఒక కడ్డీ రెండు ముక్కలుగా విరిగి పోయినది. ఒక ముక్క $\frac{1}{4}$ మీటర్ల పొడవు వున్న, రెండవ ముక్క పొడవును కనుగొనుము.

13. పాఠశాల ఆవరణ చుట్టూ నడిచి రావడానికి రేణుకు $2\frac{1}{5}$ నిమిషాల కాలం పడుతుంది. అదేపని చేయడానికి స్నిగ్ధకు $\frac{7}{4}$ నిమిషాల కాలం పడుతుంది. ఇద్దరిలో ఎవరు తక్కువ కాలంలో ప్రయాణించారు? ఎంత తక్కువ? ఆ తక్కువను భిన్న రూపంలో వ్రాయండి.

7.11 దశాంశాలు



ఈ పెన్సిల్ పొడవు ఎంత? సెం.మీ.



ఈ చేప పొడవు 4 సెం.మీ. కన్నా ఎక్కువ మరియు 5 సెం.మీ. కన్నా తక్కువ. మరి ఈ చేప పొడవు ఎలా కనుగొంటావు?

ఇది కనుగొనడానికి మనం 4, 5 ల మధ్యదూరాన్ని 10 సమాన భాగాలు చేయాలి.

Now can you measure the length of this fish? The length is cm and small part. We call this small part as millimeter. That means this fish is 4 cm and 2 mm in length. Each of the 10 equal parts is one milli meter. In using the scale we use equal divisions and count the smaller parts.

In the above examples, the length is.

$$4 \text{ and } \frac{2}{10} \text{ part} = 4\frac{2}{10} \text{ cm}$$

What is the length of the tail of the fish?

You find it is less than 1 cm and is equal to 8 parts out of the 10 equal parts.

$$\text{Thus it is } \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{8}{10} \text{ cm}$$



Look at the match stick. Measure the length of the match stick and write it in centimeters and its tenth parts.

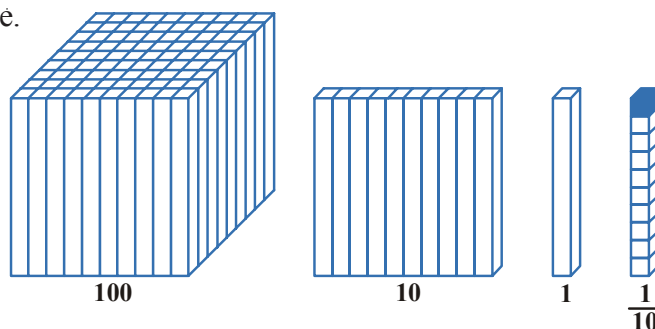
$$1 \text{ part of each } \text{cm} = 1 \text{ mm} = \frac{1}{10} \text{ cm} = 0.1 \text{ cm or } .1 \text{ cm}$$

7.11.1 Place Value in Decimal Number

If we read a three digit number then we can find the number by deciding the place value of the digits. Lets take 3 digits as an example: 1, 2, 5.

In the number 512 if 5 takes the place of the hundreds then it has the value 500. That is why 512 is five hundred and twelve. In the number 152 the numeral 5 is in tens place so it has the place value of fifty.

In 125 we have 5 in the place of units. That is why the number is one hundred twenty and five or one hundred and twenty five. If we move to the right of hundreds we have tens and if we move to the right side of tens it is units. In other words while shifting towards right the value of place becomes $\frac{1}{10}$ of its value.



ఇప్పుడు మీరు యీ చేప పొడవును చెప్పగలరా? దీని పొడవు సెం.మీ. మరియు చిన్న భాగము. ఈ చిన్న భాగాన్నే మనం మిల్లీ మీటర్ అంటాము. అనగా చేప పొడవు 4 సెం.మీ. మరియు 2 మి.మీ. ప్రతి ఒక సెం.మీ.లో 10 సమాన భాగాలలో ప్రతి భాగము ఒక మిల్లీ మీటరు. మనము స్కేలును ఉపయోగించేటప్పుడు సమాన భాగాలు చేసిన చిన్న భాగాలను కూడా లెక్కిస్తాము.

పై ఉదాహరణలో, చేప పొడవు

$$4 \text{ మరియు } \frac{2}{10} \text{ భాగము} = 4\frac{2}{10} \text{ సెం.మీ.}$$

మరి ఈ చేప తోక పొడవు ఎంత?

దీని పొడవు 1 సెంటీమీటర్ కన్నా తక్కువ. ఇంకాయది 10 చిన్న భాగాలలో 8 చిన్న భాగాలకు సమానము.

$$\text{అప్పుడు అది } \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{8}{10} \text{ సెం.మీ.}$$



పటంలో అగ్గిపుల్లను చూసి, దానిపొడవును కొలిచి, సెం.మీ.లలో మరియు మి.మీ.లలో తెలపండి.

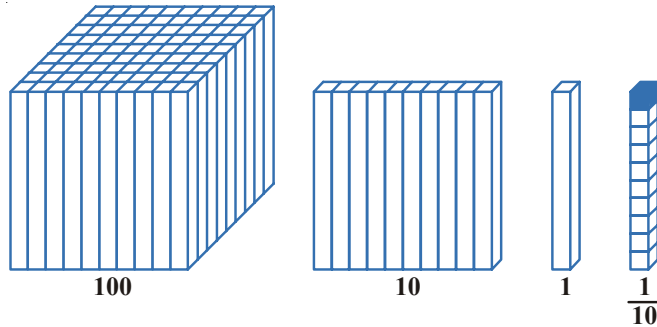
$$1 \text{ సెం.మీ.లో ప్రతి భాగం} = 1 \text{ మి.మీ.} = \frac{1}{10} \text{ సెం.మీ.} = .1 \text{ సెం.మీ.} = 0.1 \text{ సెం.మీ}$$

7.11.1 దశాంశ సంఖ్యల స్థాన విలువలు

మనం ఒక మూడంకెల సంఖ్యను చదివితే, దానిలోని అంకెల స్థానవిలువలను నిర్ణయించి ఆ సంఖ్యను కనుగొనవచ్చును. ఉదాహరణకు 1, 2, 5 అనే మూడు అంకెలను తీసుకోండి.

512 అనే సంఖ్యలో 5 వందల స్థానంలో వున్నప్పుడు దాని స్థానవిలువ 500. అందుకే ఆ సంఖ్య ఐదువందల పన్నెండు. 152 అనే సంఖ్యలో 5 పదుల స్థానంలో వుంది. కనుక దాని స్థాన విలువ 50.

125 లో ఒకట్ల స్థానంలో వుంది కనుక ఆ సంఖ్య నూట ఇరవై ఐదు. మనము వందల స్థానం నుండి కుడి ప్రక్కకు వెళ్ళినప్పుడు పదుల స్థానం దాని కుడి ప్రక్కకు ఒకట్ల స్థానము వున్నాయి. అనగా మనము కుడి ప్రక్కకు జరుగుతున్నప్పుడు దాని స్థానవిలువ $\frac{1}{10}$ వంతు అవుతుంది.



The picture above shows how as we move right the value becomes $\frac{1}{10}$ th of the value on the left. The first figure, We start 100 with a cube for 100 made up of 100 cuboidal rods. If we divide it into 10 equal parts then you will get a cuboid made up of 10 rods

When we further divide a ten into 10 equal parts we get 1 cuboidal rod. This means that 10th part of a hundredth is tens and 10th part of tens is a unit.

Now, if we move more towards right then what will happen?

You must remember that in above diagram of measuring fish example we measured length less than 1 cm. We divided 1 cm. into 10 small equal parts. Each part is called of 1 mm. That is each part is $\frac{1}{10}$ cm. When we write mm in cm then we write it on the right hand side of the decimal point. The value of the first digit on the right hand side of the decimal point is $\frac{1}{10}$

$$100 \rightarrow \frac{100}{10} = 10 \rightarrow \frac{10}{10} = 1 \rightarrow \frac{1}{10}$$

If we have five 10th parts we have $\frac{5}{10}$ and write 0.5. This means 5 parts out of the 10 of a whole i.e., $\frac{5}{10} = 0.5$



TRY THESE

- i) Write fractions for the following decimal and also find how many tenth parts are there in each:

0.4 , 0.2 , .8 , 1.6 , 5.4 , 555.3 , 0.9

- ii) Complete the following table.

Tens (10)	Ones (1)	One-Tenths (1/10)	Decimal number
3	5	7	
6	9	4	
7	6	3	

- iii) Complete the following table.

Decimal Number	Whole number part	Decimal part	Value of the Decimal part	Write in words
8.5				
14.7				
23.0				
5.4				

పై చిత్రంలో మనం ఎడమ నుండి కుడికి వెళ్ళినపుడు విలువలు ఎలా మారుతాయో చూడవచ్చును. మొదటి చిత్రంలో 100 దీర్ఘఘనాకార కడ్డీలతో ఏర్పరచిన ఘనాన్ని వందల స్థానంలో తీసుకొని ప్రారంభించాము. దీనిని 10 సమానభాగాలు చేయగా 10 దీర్ఘఘనాకార కడ్డీలతో దీర్ఘఘనం ఏర్పడింది.

దీనిని మరల 10 సమాన భాగాలు చేయగా 1 దీర్ఘఘనాకార కడ్డీ వస్తుంది. అనగా వందలో పదవ వంతు పది మరియు పదిలో పదవవంతు ఒకటి.

ఇంకా మనం కుడి ప్రక్కకు వెళితే ఏమి జరుగుతుంది?

మనము పైన చెప్పుకొన్న చేప పొడవును కొలిచే పటమున్న ఉదాహరణలో మనము 1సెం.మీ. కన్నా తక్కువ పొడవును కొలిచాము. అక్కడ 1సెం.మీ.ను 10 చిన్న సమాన భాగాలు చేసి ప్రతీ భాగాన్ని 1మి.మీ. అన్నాము. అనగా ప్రతిభాగము $\frac{1}{10}$ సెం.మీ. (మి.మీ. ను సెం.మీ.లలో వ్రాయగా) దీనిని మనం దశాంశ బిందువుకు కుడిచేతివైపు వ్రాస్తాము.

కనుక దశాంశ బిందువుకు కుడి చేతివైపు మొదటి స్థానం విలువ $\frac{1}{10}$

$$100 \rightarrow \frac{100}{10} = 10 \rightarrow \frac{10}{10} = 1 \rightarrow \frac{1}{10}$$

మనకు 10వ భాగాలు 5 వుంటే $\frac{5}{10}$ దీనిని మనం 0.5 అని వ్రాస్తాము. అనగా మొత్తం 10 భాగాలలో 5

భాగాలు అని అర్థము $= \frac{5}{10} = 0.5$.



ప్రయత్నించండి

i) కింది దశాంశాలను భిన్నాలుగా రాయండి మరియు ఎన్ని 10 వ భాగాలు వున్నాయో గుర్తించండి.

0.4, 0.2, 0.8, 1.6, 5.4, 555.3, 0.9

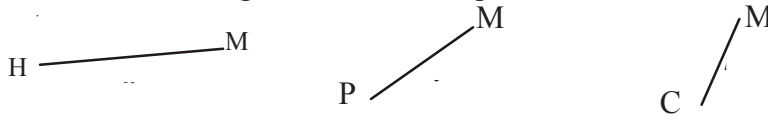
ii) కింది పట్టికను నింపండి.

పదులు (10)	ఒకట్లు (1)	పదవ వంతు (1/10)	దశాంశ సంఖ్య
3	5	7	
6	9	4	
7	6	3	

iii) కింది పట్టికను నింపండి.

దశాంశ సంఖ్య	పూర్ణాంక భాగము	దశాంశ భాగం	దశాంశ భాగం విలువ	పదాలలో వ్రాయగా
8.5				
14.7				
23.0				
5.4				

iv) Measure the length of these line segments and fill it in the table given below.



What you measured	cm and mm	Length measurement in cm	Length measurement in decimal
Line segment \overline{HM}			
Line segment \overline{PM}			
Line segment \overline{CM}			
Your eraser			
Piece of a chalk			
Your fore finger			

If part of 100 is to be shown then we have to write the number after two places to the right side of the decimal like $\frac{5}{100} = 0.05$ that is, if we move one place towards right from $\frac{1}{10}$ then the value is $\frac{1}{100}$.

1 m. has 100 cm in it. If we have to write 5 cm in meter then we write .05 m. If we have to write 25 cm. or hundredth part is to be written, then it is 0.25

$$\text{that is } \frac{20}{100} + \frac{5}{100} = \frac{25}{100} = 0.25$$

Write fractions for the following decimal and find how many hundredth parts are there in it:

0.35, 0.08, 6.70, 23.53, 756.01

Similarly we know 100 paise = 1 Rupee, so how much is 10 paise of a rupee and how much is 1 paise of rupee?

How much is 475 paise? It is $400 + 75$ paise or $4 + \frac{75}{100}$ rupee = ₹ 4.75. Also written as 4 rupees 75 paise (or) ₹ 4.75

Similarly rupees 5 and 30 paise will be written as $5\frac{30}{100}$ rupees which ₹ 5.30

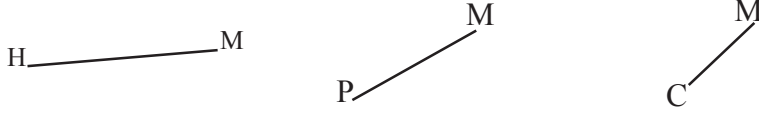


DO THIS

Fill in the blanks:

- 325 paise = rupees paise = ₹.....
- 570 paise = rupees paise = ₹.....
- 2050 paise = rupees paise = ₹.....

iv) కింది రేఖాఖండాల పొడవులను కొలిచి కింది పట్టికలో నింపండి.



మీరు కొలిచినది	సెం.మీ మరియు మి.మీ	పొడవు సెం.మీలలో	పొడవు దశాంశాలలో
రేఖాఖండము \overline{HM}			
రేఖాఖండము \overline{PM}			
రేఖాఖండము \overline{CM}			
మీ. రబ్బరు			
సుద్దముక్క			
మీ చేతి చూపుడు వేలు			

100 లో భాగాన్ని సూచించాలంటే మనము దశాంశ బిందువుకు కుడి చేతివైపు రెండు స్థానాల వరకు రాయాలి. ఉదాహరణకు $\frac{5}{100} = 0.05$ అనగా 10వ భాగం $\frac{1}{10}$ నుండి కుడిచేతివైపుకు వెళ్ళగా వందవ భాగం $\frac{1}{100}$ స్థానవిలువ వస్తుంది.

1 మీటరులో 100 సెం.మీ ఉంటాయి. మనము 5 సెం.మీ లను మీటర్లలో వ్రాయాలంటే 0.05 మీ. అని వ్రాస్తాము. అలాగే 25 సెం.మీ లను వ్రాయాలంటే లేదా మీటర్లయొక్క 100 వ భాగాలలో వ్రాయాలంటే అది 0.25

$$\text{అనగా } \frac{20}{100} + \frac{5}{100} = \frac{25}{100} = 0.25$$

క్రింది దశాంశాలకు భిన్నాలను వ్రాసి దానిలో ఎన్ని వందవ భాగాలు వున్నాయో కనుగొనండి.

0.35, 0.08, 6.70, 23.53, 756.01

అదేవిధంగా 100పైసలు = 1రూపాయి అని మనకు తెలుసు. మరి 10 పైసలు అంటే రూపాయిలో ఎన్నోవంతు? 1పైసా అంటే రూపాయిలో ఎన్నవ వంతు?

475 పైసలు అంటే ఎన్ని రూపాయలు? అది $400 + 75$ పైసలు అనగా $4 + \frac{75}{100}$ రూపాయలు. = ₹ 4.75.
4 రూపాయల 75 పైసలు లేదా ₹ 4.75 అనివ్రాస్తాము.

అదేవిధంగా 5 రూపాయల 30 పైసలను $5 \frac{30}{100}$ రూపాయలు అనగా ₹ 5.30 అని వ్రాస్తాము.

ఇవి చేయండి

భాళీలను పూరించండి.

1. 325 పైసలు = రూపాయలు పైసలు = ₹

2. 570 పైసలు = రూపాయలు పైసలు = ₹

3. 2050 పైసలు = రూపాయలు పైసలు = ₹



EXERCISE - 7.4

- Fill in the blanks
 - The fractional form of 0.8 is _____
 - The Integral part of 15.9 is _____
 - The digit in the tenths place of 171.9 is _____
 - The place value of 8 in 9.8 is _____
 - The point between the Integral part and the decimal part of the decimal number is called _____
- Write the decimal for each of the following
 - One hundred twenty five and four tenths
 - Twenty and two tenths
 - Eight and Six tenths
- Write the following fractions in the decimal form using the decimal point.
 - 16/100
 - 278/1000
 - 6/100
 - 369/100
 - 16/1000
 - 345/10
 - 907/100
- Write the place value of each underlined digit.
 - 34.26
 - 8.88
 - 0.91
 - 0.50
 - 3.03
 - 6.74
- Find greater in the following.
 - 0.2 or 0.4
 - 70.08 or 70.7
 - 6.6 or 6.58
 - 7.4 or 7.35
 - 0.76 or 0.8
- Rewrite in ascending order
 - 0.04, 1.04, 0.14, 1.14
 - 9.09, 0.99, 1.1, 7
- Rewrite in descending order
 - 8.6, 8.59, 8.09, 8.8
 - 6.8, 8.66, 8.06, 8.68

7.12 ADDITION AND SUBTRACTIONS OF DECIMAL FRACTIONS

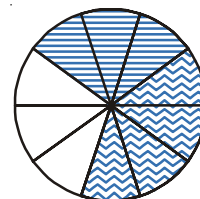
Add 0.3 and 0.4

Take a circle and divide it into 10 equal parts.

Shade 3 equal parts to represent 0.3

Shaded 4 equal parts in a different way to represent 0.4

Now count the total number of shaded tenths in the circle.





అభ్యాసము - 7. 4

- భాజీలను పూరించండి.
 - 0.8 యొక్క భిన్న రూపము
 - 15.9 లో పూర్ణాంక భాగము
 - 171.9 లో 10వ భాగం స్థానంలోని అంకె
 - 9.8 లో 8 స్థాన విలువ
 - ఒక దశాంశ సంఖ్యలో పూర్ణాంక భాగాన్ని మరియు దశాంశ భాగాన్ని వేరు చేసే బిందువును అంటారు.
- ఈ కింది వాటికి దశాంశ రూపం రాయండి.
 - నూట ఇరవై అయిదు మరియు 4 పదవ భాగాలు
 - ఇరవై మరియు రెండు పదవ భాగాలు
 - ఎనిమిది మరియు 6 పదవ భాగాలు
- కింది భిన్నాలను దశాంశ బిందువు ను సుయోగించి దశాంశ రూపములో రాయండి.

i) $16/100$	ii) $278/1000$	iii) $6/100$
iv) $369/100$	v) $16/1000$	vi) $345/10$
vii) $907/100$		
- కింద గీయబడిన అంకెల స్థాన విలువలను కనుగొనండి.

i) $3\mathbf{4}.26$	ii) $8.8\mathbf{8}$	iii) $0.9\mathbf{1}$
iv) $0.\mathbf{5}0$	v) $3.\mathbf{0}\mathbf{3}$	vi) $6.\mathbf{7}\mathbf{4}$
- కింది వానిలో ఏది పెద్దదో కనుగొనండి.

i) 0.2 మరియు 0.4	ii) 70.08 మరియు 70.7	
iii) 6.6 మరియు 6.58	iv) 7.4 మరియు 7.35	v) 0.76 మరియు 0.8
- కింది వానిని ఆరోహణ క్రమంలోనికి మార్చి రాయండి.

i) 0.04, 1.04, 0.14, 1.14	ii) 9.09, 0.99, 1.1, 7
---------------------------	------------------------
- కింది వానిని అవరోహణ క్రమంలోనికి మార్చి రాయండి.

i) 8.6, 8.59, 8.09, 8.8	ii) 6.8, 8.66, 8.06, 8.68
-------------------------	---------------------------

7.12 దశాంశ భిన్నాల సంకలనము మరియు వ్యవకలనము

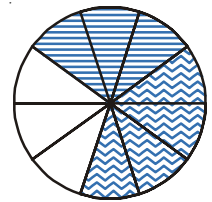
0.3 మరియు 0.4లను సంకలనము చేయండి.

ఒక వృత్తాన్ని తీసుకొని దానిని 10 సమాన భాగాలు చేయండి.

0.3ను సూచించడానికి 3 సమాన భాగాలను ఛాయావృతం చేయండి.

0.4ను సూచించడానికి 4 సమాన భాగాలను వేరే విధంగా ఛాయావృతం చేయండి.

ఇప్పుడు వృత్తంలో ఛాయా వృతం చేయబడిన మొత్తం పదవ భాగాలను లెక్కపెట్టండి.



	Ones	Tenths
	0	. 3
+	0	. 4
	0	. 7

Therefore $0.3 + 0.4 = 0.7$

Thus, we can add decimal in such a manner that tenth part will add to tenth part of the second number. Similarly the hundredth parts would be added together.

Can you now add 0.63 and 0.54?

	Ones	Tenths	Hundredths
	0	. 6	3
+	0	. 5	4
	1	. 1	7

Thus $0.63 + 0.54 = 1.17$



DO THIS

Find:

(i) $0.39 + 0.26$

(ii) $0.8 + 0.07$

(iii) $1.45 + 1.90$

(iv) $3.44 + 1.58$

Example-1. Add $3.64 + 5.4$

Method-(i): $3.64 + 5.4$ The first is two decimal place fraction and the second is a one decimal place fraction

$= 364/100 + 54/10$ Express them in the fractional form

$= 364/100 + 540/100$ Make 100 the denominator of the second fraction.

$= 904/100$ Add the numerators after making the denominators equal.

$= 9.04$ Write the answer using the decimal point.

Method-(ii): $3.64 + 5.4$

	Units	Tenths	Hundredths
	3	. 6	4
+	5	. 4	
	9	. 0	4

3.64	As the first fraction has two decimal places
+ 5.40	convert 5.4 into a two decimal place fraction and add.
<u>9.04</u>	

$$\begin{array}{r}
 \text{ఒకట్లు} \quad \text{పదో వంతు} \\
 0 \quad . \quad 3 \\
 + \quad 0 \quad . \quad 4 \\
 \hline
 0 \quad . \quad 7
 \end{array}$$

కావున $0.3 + 0.4 = 0.7$

మనము దశాంశ సంఖ్యలను సంకలనం చేసినపుడు మొదటి సంఖ్యలోని 10వ భాగాన్ని, రెండవ సంఖ్యలో 10వ భాగాన్ని కూడాలి. అలాగే 100వ భాగాలను కూడాలి.

ఇప్పుడు మీరు 0.63, 0.54లను కూడగలరా?

$$\begin{array}{r}
 \text{ఒకట్లు} \quad \text{పదో వంతు} \quad \text{వందో వంతు} \\
 0 \quad . \quad 6 \quad \quad 3 \\
 + \quad 0 \quad . \quad 5 \quad \quad 4 \\
 \hline
 1 \quad . \quad 1 \quad \quad 7
 \end{array}$$

కావున $0.63 + 0.54 = 1.17$

ఇవి చేయండి

కనుగొనండి.

i) $0.39 + 0.26$	ii) $0.8 + 0.07$
iii) $1.45 + 1.90$	iv) $3.44 + 1.58$

ఉదాహరణ 1 : 3.64 మరియు 5.4లను కూడండి.

1వ పద్ధతి : $3.64 + 5.4$ మొదటి సంఖ్య రెండు దశాంశ స్థానాలు గల భిన్నం
 రెండవ సంఖ్య ఒక దశాంశ స్థానం గల భిన్నం.
 $= 364/100 + 54/10$ వాటిని భిన్న రూపంలో వ్రాయండి.
 $= 364/100 + 540/100$ రెండవ భిన్నంలో హారాన్ని 100కి సమానం చేయండి.
 $= 904/100$ హారాలను సమానం చేశాక, లవాలను కూడండి.
 $= 9.04$ వచ్చిన సమాధానాన్ని దశాంశ బిందువు నుపయోగించి వ్రాయండి.

2వ పద్ధతి : $3.64 + 5.4$

$$\begin{array}{r}
 \text{ఒకట్లు} \quad \text{పదో వంతు} \quad \text{వందో వంతు} \\
 3 \quad . \quad 6 \quad \quad 4 \\
 + \quad 5 \quad . \quad 4 \\
 \hline
 9 \quad . \quad 0 \quad \quad 4
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3.64 \quad \text{మొదటి భిన్నంలో రెండు దశాంశాలున్నాయి.} \\
 + \quad 5.40 \quad \text{రెండవ భిన్నాన్ని రెండు దశాంశాలలోనికి మార్చి కూడండి.} \\
 \hline
 \mathbf{9.04}
 \end{array}$$

Example-2. Salma is practising for her school sports day. She runs 3.27 km. in the morning and 2.8 km. in the evening. How much does she run in all?

Solution: $3.27 + 2.8 = ?$

Run in the morning	=	3.27 km
Run in the evening	=	2.80 km
Total distance run	=	6.07 km

Example-3. Subtract 1.23 from 2.85

Solution: This can be shown by the table

	Ones	Tenths	Hundredths
	2	8	5
-	1	2	3
	1	6	2

Thus $2.85 - 1.23 = 1.62$

Therefore, we can say that, subtraction of decimals can be done by subtracting hundredths from hundredths, tenths from tenths, ones from ones and so on. Just as we added in addition.

Sometimes while subtracting decimals, we may also need to regroup.

Example-4. Subtract 2.89 from 4.5

Solution:

	Ones	Tenths	Hundredths
	4	5	0
-	2	8	9
	1	6	1

Therefore $4.5 - 2.89 = 1.61$



EXERCISE - 7.5

1. Sonu went to a shop. He wanted to buy a chiki and a toffee. One chiki costs ₹0.75 and a toffee costs ₹0.50. If he buys one each of them how much he has to pay to the shop keeper. Sonu's mother gave him ₹2. How much he will get in return? Suppose if his mother gave her ₹5 then how much will the shopkeeper return?
2. Add the following decimal fractions:

(i) $25.11 + 3.80$	(ii) $14.01 + 1.1 + 1.98$
(iii) $9.85 + 0.61$	(iv) $2.3 + 18.94$
(v) $2.57 + 3.75$	
3. Abhishek travelled 5 km. 28 m. by bus, 2 km. 265 m. by car and the rest 1 km. 30 m. on foot. How much distance did he travel in all?
4. Mrs. Vykuntam bought 6.25 m of dress material for her elder daughter and 5.75 m for the younger one. How much dress material did she buy for her daughters?

ఉదాహరణ 2 : సల్మా తన పాఠశాలలోని అటల పోటీలకు సాధన చేస్తోంది. ఆమె ఉదయం 3.27 కి.మీ. సాయంత్రం 2.8 కి.మీ. పరుగెత్తితే, ఒక రోజులో మొత్తము ఎన్ని కి.మీ. పరుగెడుతున్నది?

సాధన : $3.27 + 2.8 = ?$

ఉదయం పరుగెత్తిన దూరం = 3.27 కి.మీ.

సాయంత్రం పరుగెత్తిన దూరం = 2.80 కి.మీ.

మొత్తం పరుగెత్తిన దూరం = 6.07 కి.మీ.

ఉదాహరణ 3 : 1.23ను 2.85 నుండి తీసివేయండి.

సాధన : దీనిని పట్టిక రూపంలో రాయగా

ఒకట్లు	పదో వంతు	వందో వంతు
2	8	5
- 1	2	3
1	6	2

కావున $2.85 - 1.23 = 1.62$

దీని నుండి మనం దశాంశాల తీసివేత అంటే వందవ భాగం నుండి వందవ భాగాలను, పదవ భాగాల నుండి పదవ భాగాలను, ఒకట్ల నుండి ఒకట్లను యీ విధంగా తీసివేయాలి. ఇది మనం సంకలనంలో కలిపిన విధంగా వుంటుంది.

కొన్నిసార్లు దశాంశాలతో తీసివేత చేసేటప్పుడు, వాటిని తిరిగి సమూహంగా చేయవలసి ఉంటుంది.

ఉదాహరణ 4 : 2.89 ని 4.5 నుండి వ్యవకలనం చేయండి.

సాధన :

ఒకట్లు	పదో వంతు	వందో వంతు
4	5	0
- 2	8	9
1	6	1

కావున $4.5 - 2.89 = 1.61$



అభ్యాసము - 7.5

- సోను ఒక దుకాణానికి వెళ్ళి ఒక పల్లిబెల్లం పట్టీ (చిక్కి), ఒక చాక్లెట్ కొనుక్కొన్నాడు. పల్లి బెల్లంపట్టీ (చిక్కి) ₹ 0.75 మరియు చాక్లెట్ ₹ 0.50. అతను ఆ రెండూ ఒక్కొక్కటి కొనుక్కొన్న దుకాణదారునికి మొత్తం ఎంత చెల్లించాలి? సోను వాళ్ళ అమ్మ అతనికిచ్చిన ₹ 2 దుకాణ దారునికి ఇచ్చిన అతనికి ఎంత పైకము తిరిగి వస్తుంది? అదే వాళ్ళ అమ్మ అతనికి ₹ 5 ఇచ్చినచో దుకాణదారుడు ఎంత సొమ్మును తిరిగి ఇస్తాడు?
- కింద ఇచ్చిన దశాంశ భిన్నాలను కలపండి.

(i) $25.11 + 3.80$	(ii) $14.01 + 1.1 + 1.98$	(iii) $9.85 + 0.61$
(iv) $2.3 + 18.94$	(v) $2.57 + 3.75$	
- అభిషేక్ 5 కి.మీ. 28 మీ. బస్సులోను, 2 కి.మీ. 265 మీ. కారులోను, మిగిలిన 1 కి.మీ. 30 మీ. దూరాన్ని నడిచి ప్రయాణం చేసాడు. అయిన అతను ప్రయాణం చేసిన మొత్తం దూరమెంత?
- శ్రీమతి వైకుంఠం తన పెద్దమ్మాయి కొరకు 6.25 మీటర్ల బట్టను, చిన్నమ్మాయి కొరకు 5.75 మీటర్ల బట్టను కొన్నది. అయిన శ్రీమతి వైకుంఠం తన పిల్లల కొరకు మొత్తం ఎంత పొడవు గల బట్టను కొన్నది?



WHAT HAVE WE DISCUSSED?

1.
 - i. A fraction is a number representing a part of a whole. The whole may be a single object or a group of objects.
 - ii. When expressing a situation of counting parts to write a fraction, it must be ensured that all parts are equal.
2. In $\frac{5}{7}$, 5 is called the numerator and 7 is called the denominator.
3. Fractions can be shown on a number line. Every fraction has a point associated with it on the number line.
4. In a proper fraction, the numerator is less than the denominator. The fractions, where the numerator is greater than the denominator are called improper fractions. An improper fraction can be written as a combination of a whole and a part and such fractions are called mixed fractions.
5. Each proper or improper fraction has many equivalent fractions. To find an equivalent fraction of a given fraction, we may multiply or divide both the numerator and the denominator of the given fraction by the same number.
6. A fraction is said to be in the standard (or lowest) form if its numerator and the denominator has no common factor except 1.
7. To understand the parts of one whole (i.e. a unit) we represent a unit by a cuboidal bar. One cuboidal bar is divided into 10 equal parts means each part is $\frac{1}{10}$ (one-tenth) of a unit. It can be written as 0.1 in decimal notation. The dot represents the decimal point and it comes between the units place and the tenths place.
8. Every fraction with denominator 10 and its multiples can be written in decimal notation and vice-versa.
9. One block divided into 100 equal parts means each part is $\frac{1}{100}$ (one-hundredth) of a unit. It can be written as 0.01 in decimal notation.
10. In the place value table, as we go from left to the right, the multiplying factor becomes $\frac{1}{10}$ of the previous factor.
The place value table can be further extended from hundredths to $\frac{1}{10}$ of hundredths i.e. thousandths $\frac{1}{1000}$, which is written as 0.001 in decimal notation.
11. All decimals can also be represented on a number line.
12. Any two decimal numbers can be compared among themselves. The comparison can start with the whole part. If the whole parts are equal then the tenth part can be compared and so on.
13. Decimals are used in many ways in our lives. For example, in representing units of money, length and weight.





మనం నేర్చుకున్నవి

1. i. భిన్నం అంటే మొత్తంలో కొంత భాగాన్ని సూచించడం. మొత్తం అనేది ఒక వస్తువు లేదా కొన్ని అలాంటి వస్తువుల సమూహం కావచ్చును.
ii. కొన్ని లెక్కించిన భాగాలను భిన్న రూపంలో రాసే సందర్భంలో మొదట అన్ని భాగాలు సమానమని నిర్ధారించుకోవాలి.
2. $\frac{5}{7}$ లో 5ను లవము అని, 7ను హారము అని అంటారు.
3. భిన్నాలను సంఖ్యారేఖపై సూచించవచ్చును. ప్రతీ భిన్నానికి అనుగుణంగా సంఖ్యారేఖపై ఒక బిందువు వుంటుంది.
4. ఒక క్రమ భిన్నంలో లవము, హారము కన్నా తక్కువ. లవము, హారము కన్నా ఎక్కువ వున్న భిన్నాలను అపక్రమ భిన్నాలు అంటారు. ఒక అపక్రమ భిన్నాన్ని పూర్ణాంకము మరియు భాగాల మొత్తంగా రాయవచ్చు. అటువంటి భిన్నాలను మిశ్రమ భిన్నాలు అంటారు.
5. ప్రతీ క్రమ మరియు అపక్రమ భిన్నాలు అనేక సమాన భిన్నాలను కలిగి వుంటాయి. యీ సమాన భిన్నాలను కనుగొనడానికి, యిచ్చిన భిన్నములోని లవ, హారాలను ఒకే సంఖ్యచే గుణించాలి లేదా భాగించాలి.
6. ఒక భిన్నంలో లవ, హారాలకు 1 తప్ప యితర ఉమ్మడి కారణాంకాలు లేకుంటే ఆ భిన్నం కనిష్టపదాలలో వుందంటాము.
7. మొత్తంలో (ఒకటిలో) భాగాలను అర్థం చేసుకోవడానికి మనము ఒక యూనిట్ను దీర్ఘ ఘన కడ్డీతో సూచిస్తాము.
ఒక దీర్ఘ ఘన కడ్డీ 10 సమాన భాగాలు చేయబడుతుంది. కనుక ప్రతీ భాగము మొత్తంలో $\frac{1}{10}$ వ భాగము.
దీనిని మనం దశాంశ రూపంలో 0.1 రాస్తాము. బిందువు దశాంశ స్థానాన్ని సూచిస్తుంది. మరియు ఇది ఒకట్లు మరియు పదవ భాగాల మధ్యలో వుంటుంది.
8. హారము 10 గల ప్రతీ భిన్నాన్ని దశాంశ రూపంలో రాయవచ్చును. అలాగే ప్రతీ దశాంశ సంఖ్యను హారము 10 గల భిన్నంగా రాయవచ్చును.
9. ఒక దిమ్మను 100 సమాన భాగాలు చేస్తే ప్రతీ భాగము మొత్తములో వందవ వంతు అనగా $\left(\frac{1}{100}\right)$ గా వుంటుంది. దీనిని మనం దశాంశ రూపంలో 0.01 అని రాస్తాము.
10. స్థాన విలువల పట్టికలో ఎడమ నుండి కుడికి వెళ్ళినపుడు, కుడి వైపు నున్న స్థానము దాని ఎడమ వైపు నున్న స్థానంలో $\frac{1}{10}$ భాగం వుంటుంది.
అలాగే 100వ భాగం నుండి యింకా కుడి వైపుకు వెళ్ళినపుడు, 100వ భాగంలో $\frac{1}{10}$ వ వంతు $\left(\frac{1}{100}\right)$ వ భాగం అవుతుంది. దీనిని దశాంశ రూపంలో 0.001 అని రాస్తాము.
11. అన్ని దశాంశాలను సంఖ్యారేఖపై చూపవచ్చును.
12. ప్రతీ రెండు దశాంశ సంఖ్యలను ఒక దానితో ఒకటి పోల్చవచ్చును. ఈ పోలిక అనేది పూర్ణాంక భాగాలతో ప్రారంభిస్తాము. ఈ పూర్ణాంక భాగాలు సమానమైవుడు 10వ వంతులను పోలుస్తాము. ఇలా పోల్చుకుంటూ పోతాము.
13. ఈ దశాంశాలు అనేవి మన జీవితాలలో అనేక రకాలుగా ఉపయోగపడతాయి. ఉదాహరణకు ధనము, పొడవు మరియు బరువుల ప్రమాణాలు సూచించడానికి.



Answers



EXERCISE - 1.1

1. **Greatest number** **Smallest number**
- i 15892 15370
- ii 25800 25073
- iii 44687 44602
- iv 75671 75610
- v 34899 34891
2. i 375, 1475, 4713, 15951 ii 9347, 12300, 19035, 22570
3. i 89715, 89254, 45321, 1876 ii 18500, 8700, 3900, 3000
4. i < ii > iii > iv >
5. i Seventy two thousand six hundred forty two
- ii Fifty five thousand three hundred forty five
- iii Sixty six thousand six hundred
- iv Thirty thousand three hundred one
6. i 40270 ii 14064 iii 9700 iv 60000.
7. Greatest number is 7430 and smallest number is 3047
8. i 1000 ii 9999 iii 10000 iv 99999



EXERCISE - 1.2

1. i 90 ii 420 iii 3950 iv 4410
2. i 700 ii 36200 iii 13600 iv 93600
3. i 3000 ii 70000 iii 9000 iv 4000
4. i 3407 ii 12351 iii 30525 iv 99999
5. i 4000 + 300 + 40 + 8 ii 30000 + 200 + 10 + 4
- iii 20000 + 2000 + 200 + 20 + 2 iv 70000 + 5000 + 20 + 5



EXERCISE - 1.3

1. i 1,12,45,670 ii 2,24,02,151
- iii 3,06,08,712 iv 19,03,08,020
2. i Thirty four thousand twenty five

జవాబులు



అభ్యాసం - 1.1

1.

	అతి పెద్ద సంఖ్య	అతి చిన్న సంఖ్య
i	15892	15370
ii	25800	25073
iii	44687	44602
iv	75671	75610
v	34899	34891
2. i 375, 1475, 4713, 15951 ii 9347, 12300, 19035, 22570
3. i 89715, 89254, 45321, 1876 ii 18500, 8700, 3900, 3000
4. i < ii > iii > iv >
5.

i	డెబ్బై రెండు వేల ఆరువందల నలభై రెండు.		
ii	యాభై ఐదు వేల మూడు వందల నలభై ఐదు.		
iii	అరవై ఆరువేల ఆరు వందలు		
iv	ముప్పై వేల మూడు వందల ఒకటి		
6.

i	40270	ii	14064	iii	9700	iv	60000
---	-------	----	-------	-----	------	----	-------
7. i పెద్ద సంఖ్య 7430 ii చిన్న సంఖ్య 3047
8.

i	1000	ii	9999	iii	10000	iv	99999
---	------	----	------	-----	-------	----	-------



అభ్యాసం - 1.2

1.

i	90	ii	420	iii	3950
iv	4410				
2.

i	700	ii	36200	iii	13600	iv	93600
---	-----	----	-------	-----	-------	----	-------
3.

i	3000	ii	70000	iii	9000	iv	4000
---	------	----	-------	-----	------	----	------
4.

i	3407	ii	12351	iii	30525	iv	99999
---	------	----	-------	-----	-------	----	-------
5.

i	4000 + 300 + 40 + 8	ii	30000 + 200 + 10 + 4
iii	20000 + 2000 + 200 + 20 + 2	iv	70000 + 5000 + 20 + 5



అభ్యాసం - 1.3

1.

i	1,12,45,670	ii	2,24,02,151
iii	3,06,08,712	iv	19,03,08,020
2. i ముప్పై నాలుగు వేల ఇరవై ఐదు

- ii ఏడు లక్షల తొమ్మిది వేల ఒక వంద పదిహేను.
- iii నలభై ఏడు కోట్ల అరవై లక్షల మూడు వందల పదిహేను
- iv ఆరుకోట్ల పద్దెనిమిది లక్షల ఏడువేలు
3. i 4,57,400 ii 60,02,775
- iii 2,50,40,303 iv 60,60,60,600
4. i 600000 + 40000 + 100 + 50 + 6
- ii 6000000 + 300000 + 20000 + 500
- iii 10000000 + 2000000 + 500000 + 30000 + 200 + 70 + 5
- iv 700000000 + 50000000 + 8000000 + 10000 + 9000 + 200 + 2
5. i 54, 28, 524 ii 6, 43, 20, 501
- iii 3, 03, 07, 881 iv 7, 70, 07, 070
6. i 18, 71, 964 > 4, 67, 612 ii 14, 35, 10, 300 > 14, 25, 10, 300
7. i 99, 999 < 2, 00, 015 ii 13, 49, 785 < 13, 50, 050



అభ్యాసం - 1.4

1. i 97, 645, 315 ii 20, 048, 421
- iii 476, 356 iv 9, 490, 026, 834
3. హిందూ - అరబ్ సంఖ్యామానం
- i పన్నెండు కోట్ల ముప్పై ఒకటి లక్షల పదిహేను వేల ఇరవై ఏడు.
- ii ఎనిమిది కోట్ల తొంభై ఆరు లక్షల నలభై మూడువేల తొంభై రెండు.
- అంతర్జాతీయ (ఆంగ్ల) సంఖ్యామానం
- i ఒక వంద ఇరవై మూడు మిలియన్ల ఒక వంద పదిహేను వేల ఇరవై ఏడు.
- ii ఎనభై తొమ్మిది మిలియన్ల ఆరువందల నలభై మూడు వేల తొంభై రెండు.
4. i 2 ii 4
- iii 0 iv మూడు వందల రెండు



అభ్యాసం - 1.5

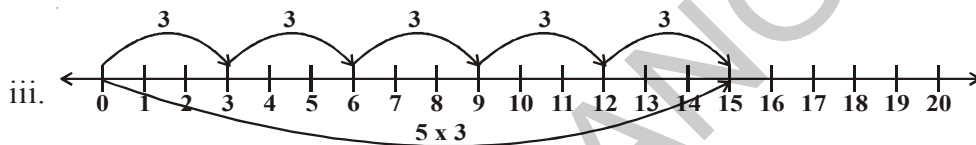
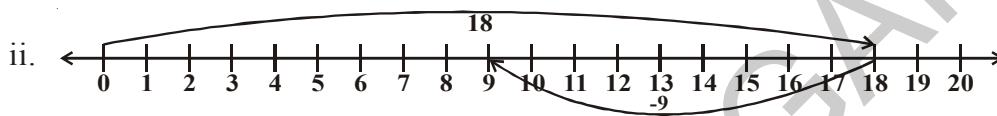
1. 54,284 2. 2,34,732
3. అతి పెద్ద సంఖ్య = 75430
- అతి చిన్న సంఖ్య = 30457
- తేడా = 44973
4. 96875 సైకిళ్లు 5. 2400 కి.మీ, 24,00,000 మీ.
6. 1680 గ్రాములు; 1 కి.గ్రా. 680 గ్రాములు 7. 22 కి.మీ 500 మీ.
8. 22 షర్టులు ; 40 సెం.మీ బట్ట మిగులును 9. ₹ 45000



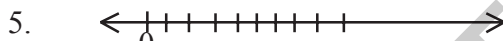
EXERCISE - 2.1

1. i T ii T
iii F [All natural numbers are whole numbers] iv T
v F [The whole number on the left of another number on the number line, is smaller]
vi F [We can show the smallest whole number on the number line.]
vii F [We can't check the greatest whole number on the number line]

2. 18



4. i 895 is on the right of 239 ii 10001 is on the right of 1001
iii 10015678 is on the right of 284013



6. i > ii > iii < iv > 7.



EXERCISE - 2.2

1. i 532 ii 47 iii c iv 100 v 85 vi d
2. i 1095 ii 600
3. i 196300 ii 1530000 4. i 11040 ii 388710
5. i 407745 ii 2000955
6. ₹3000 7. ₹330
8. i c ii e iii b iv a v d



EXERCISE - 2.3

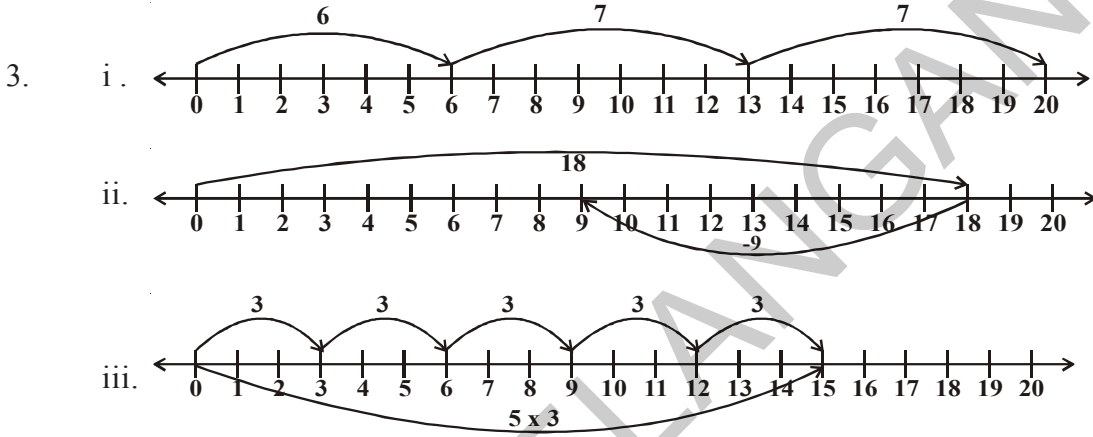
1. $123456 \times 8 + 6 = 987654$
 $1234567 \times 8 + 7 = 9876543$
 $12345678 \times 8 + 8 = 98765432$
 $123456789 \times 8 + 9 = 987654321$



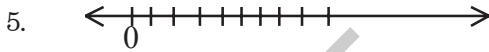
అభ్యాసం - 2.1

1. i T ii T
iii F సహజ సంఖ్యలన్నీ పూర్ణాంకాలు iv T
v F సంఖ్య రేఖపై ఎడమ వైపున గల పూర్ణాంకం దాని కుడివైపున గల సంఖ్య కంటే చిన్నది
vi F సంఖ్యరేఖ పై కనిష్ట పూర్ణాంకాన్ని సూచించవచ్చు
vii F సంఖ్యరేఖపై గరిష్ట పూర్ణాంకాన్ని సూచించలేము

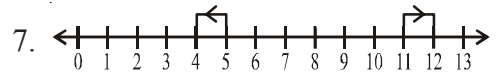
2. 18



4. i 239 కి కుడి పక్కన 895 ఉంటుంది ii 1001 కు కుడి పక్కన 10001 ఉంటుంది
iii 284013 కు కుడిపక్కన 10015678 ఉంటుంది



6. i > ii > iii < iv >



అభ్యాసం - 2.2

1. i 532 ii 47 iii C iv 100 v 85 vi d
2. i 1095 ii 600 3. i 196300 ii 1530000
4. i 11040 ii 388710 5. i 407745 ii 2000955
6. ₹ 3000 7. ₹ 330
8. i c ii e iii b iv a v d



అభ్యాసం - 2.3

1. $123456 \times 8 + 6 = 987654$
 $1234567 \times 8 + 7 = 9876543$
 $12345678 \times 8 + 8 = 98765432$
 $123456789 \times 8 + 9 = 987654321$

2. $91 \times 11 \times 4 = 4004$
 $91 \times 11 \times 5 = 5005$
 $91 \times 11 \times 6 = 6006$
 $91 \times 11 \times 7 = 7007$
 $91 \times 11 \times 8 = 8008$
 $91 \times 11 \times 9 = 9009$
 $91 \times 11 \times 10 = 10010$



EXERCISE - 3.1

1. Divisible by 2 -- ii, iii, iv, v, vi, viii
 Divisible by 3 -- i, ii, iii, iv, v, vii
 Divisible by 6 -- ii, iii, iv, v
2. Divisible by 5 -- 25, 125, 250, 1250, 10205, 70985, 45880
 Divisible by 10 -- 250, 1250, 45880
5. 12345 is divisible by 3, 5
 54321 is divisible by 3.
7. i. 2, 8 ii. 0, 9 iii. 1, 7
8. 2 9. 6



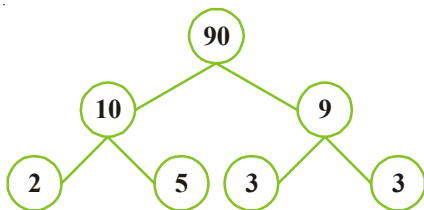
EXERCISE - 3.2

1. i. 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 ii. 1, 23
 iii. 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 96 iv. 1, 5, 23, 115
2. i, ii 3. 19
4. Prime number- 11, 13, 17, 19, 23, 29
 Composite number- 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28
5. 13-31, 79-97 6. (3, 5), (5, 7), (11, 13), (17, 19)
7. 5 and 7 8. 13, 23
9. 90 to 96 10. (31, 11, 11); (13, 17, 23); (3, 19, 31) etc
11. (3, 13); (7, 17); (23, 13)... 12. (2, 3); (3, 7); (7, 13) etc

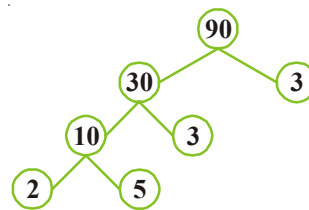


EXERCISE - 3.3

1. i



- ii



2. $91 \times 11 \times 4 = 4004$
 $91 \times 11 \times 5 = 5005$
 $91 \times 11 \times 6 = 6006$
 $91 \times 11 \times 7 = 7007$
 $91 \times 11 \times 8 = 8008$
 $91 \times 11 \times 9 = 9009$
 $91 \times 11 \times 10 = 10010$



అభ్యాసం - 3.1

1. 2వ నిశ్చేషంగా భాగించబడేవి -- ii, iii, iv, v, vi, viii
 3వ నిశ్చేషంగా భాగించబడేవి -- i, ii, iii, iv, v, vii
 6వ నిశ్చేషంగా భాగించబడేవి -- ii, iii, iv, v
2. 5వ నిశ్చేషంగా భాగించబడేవి -- 25, 125, 250, 1250, 10205, 70985, 45880
 10వ నిశ్చేషంగా భాగించబడేవి -- 250, 1250, 45880
5. 3,5 లచే 12345 నిశ్చేషంగా భాగించబడును
 54321 కేవలం 3వ నిశ్చేషంగా భాగించబడును
7. i. 2, 8 ii. 0, 9 iii. 1, 7
8. 2 9. 6



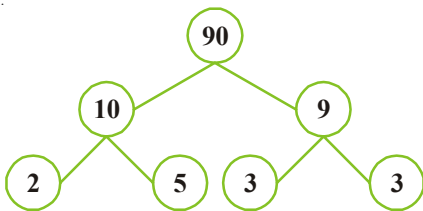
అభ్యాసం - 3.2

1. i 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 ii 1, 23
 iii 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 96 iv 1, 5, 23, 115
2. i, ii 3. 19
4. ప్రధానసంఖ్యలు - 11, 13, 17, 19, 23, 29
 సంయుక్త సంఖ్యలు - 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28
5. 13-31, 79-97 6. (3, 5), (5, 7), (11, 13), (17, 19)
7. 5 మరియు 7 8. 13, 23
9. 90 నుండి 96 10. (31, 11, 11); (13, 17, 23); (3, 19, 31) మొూనవి
11. (3, 13); (7, 17); (23, 13) మొూనవి 12. (2, 3); (3, 7); (7, 13) మొూనవి

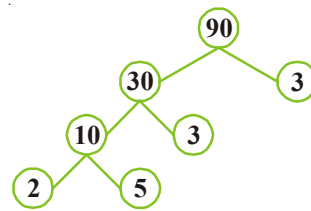


అభ్యాసం - 3.3

1. i



- ii



2. $2 \times 2 \times 3 \times 7$
3. Greatest 4 digit number - 9999
Prime factors are- $3 \times 3 \times 11 \times 101$
4. It is 210 because $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$



EXERCISE - 3.4

1. i 9 ii 53 iii 5 iv 32
2. 72 3. 3 4. No; 1 5. 8 Lr



EXERCISE - 3.5

1. i 60 ii 75 iii 42 iv 54 v 1008 vi 182
2. i 2352 ii 2142 iii 1980
3. 247
4. i 900 ii 904
5. 13th day



EXERCISE - 3.6

1. i LCM = 120 ii LCM = 200
HCF = 3 HCF = 1
- iii LCM = 48
HCF = 12
2. 36 3. 546 4. 18



EXERCISE - 3.7

1. i, ii, iii, iv 2. ii, iv, v
3. i No ii Yes iii Yes
4. Divisible by 4- i, ii, iii
Divisible by 8 - i, ii, iii
5. 1 6. 1
7. 1001, 1012, 1023, 1034, 1045, 1056, 1067, 1078, 1089
8. 1243 9. 104

2. $2 \times 2 \times 3 \times 7$
3. నాల్గంకెల అతి పెద్ద సంఖ్య - 9999
ప్రధాన కారణంకాల లబ్ధం - $101 \times 11 \times 3 \times 3$
4. ఈ సంఖ్య 210 ఎందుకనగా $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$



అభ్యాసం - 3.4

1. i 9 ii 53 iii 5 iv 32
2. 72 3. 3 4. కాదు; 1 5. 8 తీ.



అభ్యాసం - 3.5

1. i. 60 ii. 75 iii. 42 iv. 54 v. 1008 vi. 182
2. i. 2352 ii. 2142 iii. 1980
3. 247
4. i. 900 ii. 904
5. 13వ రోజు



అభ్యాసం - 3.6

1. i క.సా.గు = 120 ii క.సా.గు = 200
 గ.సా.భా = 3 గ.సా.భా = 1
 iii క.సా.గు = 48
 గ.సా.భా = 12
2. 36 3. 546 4. 18



అభ్యాసం - 3.7

1. i, ii, iii, iv 2. ii, iv, v
3. i కాదు ii అవును iii అవును
4. 4వే నిశ్చేషంగా భాగింపబడేవి - i, ii, iii, iv
8వే నిశ్చేషంగా భాగింపబడేవి - i, ii, iii
5. 1 6. 1
7. 1001, 1012, 1023, 1034, 1045, 1056, 1067, 1078, 1089
8. 1243 9. 104



EXERCISE - 4.1

1. i. $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{AC}$ ii. $\overline{PQ}, \overline{QR}, \overline{RS}, \overline{ST}, \overline{PT}$
3. i. uncalculated/many ii. one
4. iii. line segment
5. i. two ii. one iii. none
6. i. T ii. T iii. F iv. F v. T



EXERCISE - 4.2

1. i ii iv
2. Open (i., v) closed (ii, iii., iv)
3. Interior (A, B, E, G, I), boundary (K, F, C), exterior (J, D)



EXERCISE - 4.3

1. ii. $\angle BOC, O, \overline{OB}, \overline{OC}$ iii. $\angle COD, O, \overline{OC}, \overline{OD}$
iv. $\angle DOA, O, \overline{OA}, \overline{OD}$
2. $\angle BAD, \angle ABC, \angle BCD, \angle ADC$
4. i., iii.



EXERCISE - 4.4

2. i. PS ii. $\angle R$ iii. PS and QR iv. $\angle P$ and $\angle R$
3. i. S, R ii. A, B, C, D, E iii. T, P, Q



EXERCISE - 4.5

3. i. T ii. T iii. T iv. F v. F



అభ్యాసం - 4.1

1. i. $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{AC}$ ii. $\overline{PQ}, \overline{QR}, \overline{RS}, \overline{ST}, \overline{PT}$
3. i. లెక్కింపలేనన్ని / చాలా ii. ఒకటి
4. iii. రేఖా ఖండం
5. i. రెండు ii. ఒకటి iii. లేవు
6. i. T ii. T iii. F iv. F v. T



అభ్యాసం - 4.2

1. i ii iv
2. వివృత (i., v) సంవృత (ii., iii., iv)
3. అంతరం (A, B, E, G, I), సరిహద్దు (K, F, C), బాహ్యం (J, D)



అభ్యాసం - 4.3

1. ii. $\angle BOC, O, \overline{OB}, \overline{OC}$ iii. $\angle COD, O, \overline{OC}, \overline{OD}$
iv. $\angle DOA, O, \overline{OA}, \overline{OD}$
2. $\angle BAD, \angle ABC, \angle BCD, \angle ADC$
4. i., iii.



అభ్యాసం - 4.4

2. i. \overline{PS} ii. $\angle R$ iii. \overline{PS} మరియు \overline{QR} iv. $\angle P$ మరియు $\angle R$
3. i. S, R ii. A, B, C, D, E iii. T, P, Q



అభ్యాసం - 4.5

3. i. T ii. T iii. T iv. F v. F



EXERCISE - 5.1

3. Largest line segment is AE.
4. Reshma located correct.



EXERCISE - 5.2

1.
 - i True
 - ii False A right angle measure 90°
 - iii False A straight angle measure 180°
 - iv True
 - v True
2. Acute angle $\angle 1, \angle 3$
Obtuse angle $\angle 2, \angle 4$
3. $\angle ABC = 60^\circ$
 $\angle FED = 120^\circ$
 $\angle RQP = 90^\circ$
 $\angle FED$ is the largest angle
4.

i right angle	ii straight angle
iii zero angle	iv obtuse angle
v reflex angle	
5. Acute angle, 45°
Right angle, 90°
Obtuse angle, 150°
Reflex angle, 270°
Straight angle, 180°



EXERCISE - 5.3

1.

i Parallel lines	ii Parallel lines	iii perpendicular
iv Neither of them	v Parallel	
3. Parallel lines $AB \parallel CD, AD \parallel BC$
Perpendicular $AD \perp AB, AB \perp BC, BC \perp CD, CD \perp DA$
Pair of intersecting line AC, BD



అభ్యాసం - 5.1

3. అతి పెద్ద రేఖాఖండం AE.
4. రేపూ గుర్తించినది సరైనది.



అభ్యాసం - 5.2

1.
 - i సత్యం
 - ii అసత్యం లంబకోణం కొలత 90°
 - iii అసత్యం సరళకోణం కొలత 180°
 - iv సత్యం
 - v సత్యం
2. అల్పకోణాలు $\angle 1, \angle 3$
అధిక కోణాలు $\angle 2, \angle 4$
3. $\angle ABC = 60^\circ$
 $\angle FED = 120^\circ$
 $\angle RQP = 90^\circ$
 $\angle FED$ అతి పెద్ద కోణం
4.

i లంబకోణం	ii సరళ కోణం
iii శూన్య కోణం	iv అధిక కోణం
v పరావర్తన కోణం	
5. అల్ప కోణం 45°
లంబ కోణం 90°
అధిక కోణం 150°
పరావర్తన కోణం 270°
సరళ కోణం 180°



అభ్యాసం - 5.3

1.

i సమాంతర రేఖలు	ii సమాంతర రేఖలు	iii ఏది కాదు
iv సమాంతర రేఖలు	v లంబ రేఖలు	
3. సమాంతర రేఖలు $AB \parallel CD, AD \parallel BC$
లంబాలు $AD \perp AB, AB \perp BC, BC \perp CD, CD \perp DA$
ఖండన రేఖల జత AC, BD

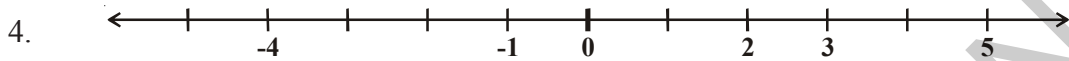


EXERCISE - 6.1

1. i. + 3000 meters ii. -10 meters
 iii. + 35°C iv. 0°C
 v. -36°C vi. -500 meters
 vii. -19°C viii. +18°C

2. (-1, -2, -3, -4, -5 etc.)

3. (1, 2, 3, 4, 5 etc.)



5. i. [False, left side] ii. [False]
 iii. [True] iv. [True]

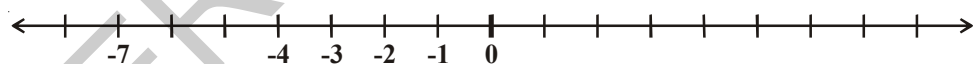


EXERCISE - 6.2

1. i. < ii. > iii. < iv. > v. < vi. <
2. i. (-7, -3, 5) ii. (-1, 0, 3)
 (5, -3, -7) (3, 0, -1)
 iii. (-6, 1, 3) iv. (-5, -3, -1)
 (3, 1, -6) (-1, -3, -5)
3. i. (True) ii. (False, -12 is negative integer and + 12 is positive integer)

- iii. (True) iv. (True)
- v. (False, $-100 < +100$) vi. (False, $-1 > -8$)

4. i. 0 ii. -4, -3, -2, -1
 iii. -7 iv. -1, -2



5. Kufri, $-6^{\circ}\text{C} < 4^{\circ}\text{C}$

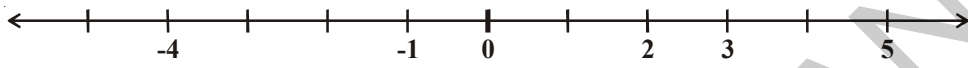


EXERCISE - 6.3

1. i. 1 ii. -10 iii. -9
 iv. 0 v. -16 vi. 3
2. i. 7 ii. 6 iii. 0
 iv. -115 v. -132 vi. 6
3. i. -154 ii. -40 iii. 199 iv. 140
4. i. 6 ii. -78 iii. -64 iv. 25

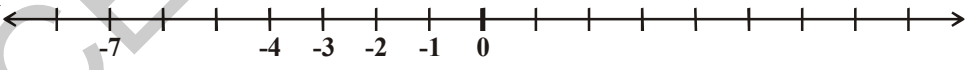


అభ్యాసం - 6.1

1. i. + 3000 మీటర్లు ii. -10 మీటర్లు
iii. + 35°C iv. 0°C
v. -36°C vi. -500 మీటర్లు
vii. -19°C viii. +18°C
2. (-1, -2, -3, -4, -5 ... మొదలగునవి)
3. (1, 2, 3, 4, 5 ... మొదలగునవి)
4. 
5. i. [అసత్యం, ఎడమవైపు] ii. [అసత్యం]
iii. [సత్యం] iv. [సత్యం]



అభ్యాసం - 6.2

1. i. < ii. > iii. < iv. > v. < vi. <
2. i. (-7, -3, 5) ii. (-1, 0, 3)
 (5, -3, -7) (3, 0, -1)
iii. (-6, 1, 3) iv. (-5, -3, -1)
 (3, 1, -6) (-1, -3, -5)
3. i. (సత్యం) ii. (అసత్యం -12 ఋణపూర్ణ సంఖ్య మరియు + 12 ధనపూర్ణ సంఖ్య)
iii. (సత్యం) iv. (సత్యం)
v. (అసత్యం -100 < + 100) vi. (అసత్యం, -1 > -8)
4. i. 0 ii. -4, -3, -2, -1
iii. -7 iv. -1, -2

5. కుటీ (-6°C < 4°C)



అభ్యాసం - 6.3

1. i. 1 ii. -10 iii. -9
iv. 0 v. -16 vi. 3
2. i. 7 ii. 6 iii. 0
iv. -115 v. -132 vi. 6
3. i. -154 ii. -40 iii. 199 iv. 140
4. i. 6 ii. -78 iii. -64 iv. 25



EXERCISE - 6.4

1. i. 18 ii. -14 iii. -33
 iv. -33 v. 44 vi. 19
2. i. < ii. > iii. > iv. =
3. i. 13 ii. 0 iii. -9 iv. -6
4. i. -13 ii. 21 iii. -33 iv. 88



EXERCISE - 7.1

1. ii, iii
2. iv, v
- $$\left[\begin{array}{l} \frac{13}{2} \text{ between 6 and 7} \\ \frac{7}{3} \text{ between 2 and 3} \end{array} \right]$$
3. ii, iv
4. i. $2\frac{1}{3}$ ii. $5\frac{1}{2}$ iii. $2\frac{1}{4}$ iv. $6\frac{3}{4}$ 5. i. $\frac{9}{7}$ ii. $\frac{26}{8} = \frac{13}{4}$ iii. $\frac{92}{9}$ iv. $\frac{79}{9}$



EXERCISE - 7.2

1. i, ii
3. i. $\left(\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{1}{3}, \frac{4}{6} = \frac{2}{3}\right)$ ii. $\left(\frac{3}{5} \text{ and } \frac{2}{5}\right)$ iii. $\left(\frac{7}{8}, \frac{2}{8}\right)$



EXERCISE - 7.3

1. Ascending Descending
- i. $\frac{1}{8} < \frac{3}{8} < \frac{4}{8} < \frac{6}{8}$ or $\frac{6}{8} > \frac{4}{8} > \frac{3}{8} > \frac{1}{8}$
- ii. $\frac{3}{9} < \frac{4}{9} < \frac{6}{9} < \frac{8}{9}$ Write in descending order yourself.



$$\frac{2}{6} < \frac{4}{6} < \frac{5}{6} < \frac{6}{6} < \frac{8}{6}$$



అభ్యాసం - 6.4

1. i. 18 ii. -14 iii. -33
iv. -33 v. 44 vi. 19
2. i. < ii. > iii. > iv. =
3. i. 13 ii. 0 iii. -9 iv. -6
4. i. -13 ii. 21 iii. -33 iv. 88



అభ్యాసం - 7.1

1. ii, iii
2. iv, v $\frac{13}{2}$ భిన్నం 6,7 ల మధ్య ఉంటుంది.
3. ii, iv $\frac{7}{3}$ భిన్నం 2,3 ల మధ్య ఉంటుంది.
4. i. $2\frac{1}{3}$ ii. $5\frac{1}{2}$ iii. $2\frac{1}{4}$ iv. $6\frac{3}{4}$ 5. i. $\frac{9}{7}$ ii. $\frac{26}{8} = \frac{13}{4}$ iii. $\frac{92}{9}$ iv. $\frac{79}{9}$

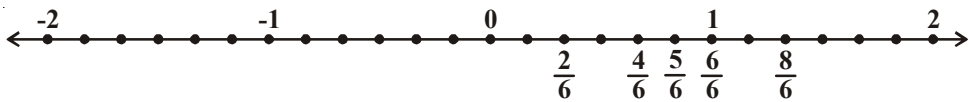


అభ్యాసం - 7.2

1. i, ii
3. i. $\left(\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{1}{3}, \frac{4}{6} = \frac{2}{3}\right)$ ii. $\frac{3}{5}$ మరియు $\frac{2}{5}$ iii. $\left(\frac{7}{8}, \frac{2}{8}\right)$



అభ్యాసం - 7.3

1. ఆరోహణ క్రమం అవరోహణ క్రమం
i. $\frac{1}{8} < \frac{3}{8} < \frac{4}{8} < \frac{6}{8}$ or $\frac{6}{8} > \frac{4}{8} > \frac{3}{8} > \frac{1}{8}$
ii. $\frac{3}{9} < \frac{4}{9} < \frac{6}{9} < \frac{8}{9}$ అవరోహణ క్రమంగా మీ సొంతంగా తెలుపండి
2. 

$$\frac{2}{6} < \frac{4}{6} < \frac{5}{6} < \frac{6}{6} < \frac{8}{6}$$

3. i $\frac{1}{6} < \frac{1}{3}$ ii $\frac{3}{4} > \frac{2}{6}$ iii $\frac{2}{3} > \frac{2}{4}$

iv $\frac{6}{6} = \frac{3}{3}$ v $\frac{5}{6} < \frac{5}{5}$

4. i $\frac{1}{2} > \frac{1}{5}$ ii $\frac{2}{4} = \frac{3}{6}$ iii $\frac{3}{5} < \frac{2}{3}$

iv $\frac{3}{4} > \frac{2}{8}$ v $\frac{3}{5} < \frac{6}{5}$ vi $\frac{7}{9} > \frac{3}{9}$

5. i No ; because $\frac{4}{5}$ is greater than $\frac{5}{9}$

ii No ; $\frac{9}{16}$ is greater than $\frac{5}{9}$

iii Yes $\frac{4}{5} = \frac{16}{20}$; $\frac{16}{20} = \frac{4}{5}$

iv No, because $\frac{4}{30}$ is greater than $\frac{1}{15}$; $\frac{4}{30} = \frac{2}{15} > \frac{1}{15}$

6. Varshith, because Lalita read $\frac{2}{5}$ of 100 that is 40 pages.

7. i + ii - iii +

8. i $\frac{2}{18} = \frac{1}{9}$ ii $\frac{11}{15}$ iii $\frac{2}{7}$ iv $\frac{22}{22} = 1$

v $\frac{5}{15}$ vi $\frac{8}{8} = 1$ vii $\frac{1}{3}$ viii $\frac{1}{4}$ ix $\frac{3}{5}$

9. i $\frac{4}{10}$ ii $\frac{8}{21}$ iii $\frac{9}{6}$ iv $\frac{7}{27}$

10. 1 (Complete wall) 11. $\frac{2}{7}$ 12. $\frac{5}{8}$

13. Snigdha takes less time she takes $\frac{9}{20}$ minutes less to walk across the school ground.

3. i $\frac{1}{6} < \frac{1}{3}$ ii $\frac{3}{4} > \frac{2}{6}$ iii $\frac{2}{3} > \frac{2}{4}$

iv $\frac{6}{6} = \frac{3}{3}$ v $\frac{5}{6} < \frac{5}{5}$

4. i $\frac{1}{2} > \frac{1}{5}$ ii $\frac{2}{4} = \frac{3}{6}$ iii $\frac{3}{5} < \frac{2}{3}$

iv $\frac{3}{4} > \frac{2}{8}$ v $\frac{3}{5} < \frac{6}{5}$ vi $\frac{7}{9} > \frac{3}{9}$

5. i కాదు ఎందుకనగా $\frac{5}{9}$ కన్నా $\frac{4}{5}$ పెద్దది

ii కాదు $\frac{5}{9}$ కన్నా $\frac{9}{16}$ పెద్దది

iii అవును $\frac{4}{5} = \frac{16}{20}$; $\frac{16}{20} = \frac{4}{5}$

iv కాదు $\frac{1}{15}$ కన్నా $\frac{4}{30}$ పెద్దది ; $\frac{4}{30} = \frac{2}{15} > \frac{1}{15}$

6. వర్షిత తక్కువగా చదివింది, ఎందుకనగా లలిత 100 లో $\frac{2}{5}$ భాగం అనగా 40 పేజీలు చదివింది.

7. i + ii - iii +

8. i $\frac{2}{18} = \frac{1}{9}$ ii $\frac{11}{15}$ iii $\frac{2}{7}$ iv $\frac{22}{22} = 1$

v $\frac{5}{15}$ vi $\frac{8}{8} = 1$ vii $\frac{1}{3}$ viii $\frac{1}{4}$ ix $\frac{3}{5}$

9. i $\frac{4}{10}$ ii $\frac{8}{21}$ iii $\frac{9}{6}$ iv $\frac{7}{27}$

10. మొత్తం గోడ 11. $\frac{2}{7}$ 12. $\frac{5}{8}$

13. స్పిర్డ్ తక్కువ సమయాన్ని తీసుకొంది. ఆమెకు పాఠశాల గ్రౌండు చుట్టు నడిచి రావడానికి $\frac{9}{20}$ నిమిషాలు తక్కువ సమయం పట్టింది.



EXERCISE - 7.4

1. i $\frac{8}{10}$ ii 15 iii 9 iv tenth or $\frac{8}{10}$ v decimal point
2. i 125.4 ii 20.2 iii 8.6
3. i .16 ii .278 iii .06 iv 3.69
v .016 vi 34.5
4. i 4 ii $\frac{8}{100}$ iii $\frac{9}{10}$ iv $\frac{5}{10}$
v $\frac{3}{100}$ vi $\frac{7}{10}$
5. i 0.4 ii 70.7 iii 6.6 iv 7.4 v 0.8
6. i $0.04 < 0.14 < 1.04 < 1.14$ ii $.99 < 1.1 < 7 < 9.09$
7. i $8.8 > 8.6 > 8.59 > 8.09$ ii $8.68 > 8.66 > 8.06 > 6.8$



EXERCISE - 7.5

1. i 1.25 rupees ii 0.75 iii 3.75 rupees
2. i 28.91 ii 17.09 iii 10.46 iv 21.24 v 6.32
3. 8 km. 845 meter
4. 12 m



అభ్యాసం - 7.4

1. i. $\frac{8}{10}$ ii. 15 iii. 7 iv. పదవది $\frac{8}{10}$ v. దశాంశ బిందువు
2. i. 125.4 ii. 20.2 iii. 8.6
3. i. 0.16 ii. 0.278 iii. 0.06 iv. 3.69
v. 0.016 vi. 34.5
4. i. 4 ii. $\frac{8}{100}$ iii. $\frac{9}{10}$ iv. $\frac{5}{10}$
v. $\frac{3}{100}$ vi. $\frac{7}{10}$
5. i. 0.4 ii. 70.7 iii. 6.6 iv. 7.4 v. 0.8
6. i. $0.04 < 0.14 < 1.04 < 1.14$ ii. $0.99 < 1.1 < 7 < 9.09$
7. i. $88 > 8.6 > 8.59 > 8.09$ ii. $8.68 > 8.66 > 8.06 > 6.8$



అభ్యాసం - 7.5

1. i. ₹1.25 ; ₹ 0.75 ; ₹ 3.75
2. i. 28.91 ii. 17.09 iii. 10.46 iv. 21.24 v. 6.32
3. 8 కి.మీ. 845 మీ.
4. 12 మీ.

INSTRUCTIONS TO TEACHERS

Dear Teachers

Greetings and a hearty welcome to the newly developed textbook Mathematics for class VI.

- The present textbook is developed as per the syllabus and academic standards conceived by the mathematics position paper prepared based on SCF – 2011 and RTE – 2009 for Upper Primary stage of education.
- The new textbook constitutes 14 chapters with concepts from the main branches of mathematics like Number system, Arithmetic, Algebra, Geometry, Mensuration and Statistics.
- The concepts in these chapters emphasize the prescribed academic standards of Problem Solving, Reasoning-proof, Communication, Connections and representation. These are aimed at to develop the skills of observation of patterns, making generalization through deductive, inductive and logical thinking finding different methods for problem solving, questioning, interaction etc., and the utilization of the same in daily life.
- The situations, examples and activities given in the textbook are based on the competencies acquired by the child at Primary Stage. So the child participates actively in all the classroom activities and enjoys learning of Mathematics.
- Primary objective of teacher should be to achieve the “Academic standards” by involving students in the discussions and activities suggested in the textbook and making them to understand the concepts.
- Mere completion of a chapter by teacher doesn't make any sense. The skills specified in the syllabus and academic standards prescribed should be exhibited by the student only ensures the completion of the chapter.
- Students should be encouraged to answer the questions given in the chapters. These questions help to improve logical, inductive and deductive thinking of the child.
- Understanding and generalization of properties are essential. Student first finds the need and then proceeds to understand, followed by solving similar problems on his own and then generalises the facts. The strategy in the presentation of concepts followed.
- Clear illustrations and suitable pictures are given wherever it was found connection and corrects the misconnection necessary.
- Exercises of 'Do This' and 'Try This' are given extensively after completion of each concept. Exercises given under 'Do This' are based on the concept taught. After teaching of two or three concepts some exercises are given based on them. Questions given under 'Try This' are intended to test the skills of generalization of facts, ensuring correctness of statements, questioning etc., 'Do This' exercise and other exercises given are supposed to be done by students on their own. This process helps the teacher to know how far the students can fare with the concepts they have learnt. Teacher may assist in solving problem given in 'Try This' sections.
- Students should be made to digest the concepts given in “what have we discussed” completely. The next chapter is to be taken up by the teacher only after satisfactory performance by the students in accordance with the academic standards designated for them (given at the end).
- Teacher should prepare his own problems related to the concepts besides solving the problems given in the exercises. Moreover students should be encouraged to identify problems from day-to-day life or create their own problems.
- Above all the teacher should first study the textbook completely thoroughly and critically. All the given problems should be solved by the teacher well before the classroom teaching.
- Teaching learning strategies and the expected learning outcomes, have been developed class wise and subject-wise based on the syllabus and compiled in the form of a Hand book to guide the teachers and were supplied to all the schools. With the help of this Hand book the teachers are expected to conduct effective teaching learning processes and ensure that all the students attain the expected learning outcomes.

ఉపాధ్యాయులకు సూచనలు

ప్రియమైన ఉపాధ్యాయినీ, ఉపాధ్యాయులకు,

విద్యాభివృద్ధి మరయు నూతనంగా అభివృద్ధి పరచిన నూతన 6వ గణిత పాఠ్యపుస్తకాలలోకి స్వాగతం.

- ప్రాథమికోన్నత స్థాయి విద్య కోసం SCF - 2011 మౌఖిక సూత్రాలు, గణిత ఆధార పత్రం, నిర్బంధ ఉచిత విద్యహక్కు చట్టం, 2009 ఆధారంగా సిలబస్ను తయారుచేసుకొని ప్రస్తుత పాఠ్యపుస్తకాలను రూపొందించారు.
- గణితంలోని వివిధ శాఖలైన సంఖ్యావ్యవస్థ, అంకగణితం, బీజగణితం, రేఖాగణితం, క్షేత్రమితి మరియు సాంఖ్యిక శాస్త్రాలకు సంబంధించిన విషయాలను 14 అధ్యాయాల్లో పొందుపరచారు.
- ఈ అధ్యాయాలు గణితంలో నిర్ధారించిన విషయ వైపుణ్యాలు, సమస్య సాధన, కారణాలు చెప్పడం మరియు నిరూపణలు చేయడం, వ్యక్తపరచడం, వివిధ విషయాలను సంధానం చేయడం, ప్రాతినిధ్యపరచడం వంటి విద్యా ప్రమాణాలను పిల్లలు సాధించడానికి దోహదపడుతాయి. అమరికల పరిశీలన (observation of patterns), ఆగమం ద్వారా సాధారణీకరించడం, అనుగమన ఆలోచనలు, తార్కిక ఆలోచనలు, వివిధ పద్ధతులలో సమస్యలను పరిష్కరించడం, ప్రశ్నించడం, పరస్పర చర్చలు వంటి వైపుణ్యాలను విద్యార్థులలో అభివృద్ధిపరచే దిశగా అధ్యాయాలు రూపొందించారు.
- ప్రాథమిక స్థాయిలో పిల్లలు అభ్యసించిన సామర్థ్యాలను ఆధారంగా చేసుకొని ఉదాహరణలు, కృత్యాలు, సన్నివేశాలను ఈ పుస్తకంలో పొందుపరచారు. దీని వల్ల పిల్లలు ఉత్సాహంగా కృత్యాల్లో పాల్గొని గణిత అధ్యయనంలో ఆసక్తిని పెంచుకుంటారు.
- ఈ పుస్తకంలో పొందుపరచిన విద్యా ప్రమాణాలను పిల్లలందరూ సాధించడానికి అధ్యాయాలలో సూచించిన విధంగా చర్చల్లో, కృత్యాలలో విద్యార్థులు నిరంతరం పాల్గొనేలా ఉపాధ్యాయులు కృషి చేయాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు కేవలం అధ్యాయాన్ని పూర్తి చేయడం అర్థవంతం కాదు. అధ్యయనం పూర్తయిందని భావించాలంటే సిలబస్లో ఇచ్చిన వైపుణ్యాలను మరియు నిర్దేశించిన విద్యా ప్రమాణాలను విద్యార్థులు ప్రదర్శించగలగాలి.
- ప్రతీ అధ్యాయంలోని ప్రశ్నల గురించి పిల్లలందరూ ఆలోచించడానికి, సమాధానాలు కనుక్కోవడానికి తగు ప్రోత్సాహం ఇవ్వాలి. ఇటువంటి ప్రశ్నలు విద్యార్థుల్లో తార్కిక, ఆగమన, నిగమన విధానాలలో ఆలోచించే విధంగా దోహదపడతాయి.
- గణిత విషయాలను నేర్చుకోవడంలో అర్థంచేసుకోవడం, వాటిని సాధారణీకరించడం ప్రధానమైనవి. విద్యార్థులు మొదట నేర్చుకొనే విషయం ఆవశ్యకతను గుర్తించడం, తర్వాత అవగాహన చేసుకోవడం ద్వారా సమస్యలను తమకు తాముగా పరిష్కరించి అందులోని సత్యాలను సాధారణీకరించుకొంటారు. ప్రతీ అధ్యాయంలో పిల్లలు భావనలు ఏర్పరచుకొనేలా, వాటిని అర్థం చేసుకుని తదుపరి అభ్యసనలో వినియోగించేలా ప్రతి అధ్యాయంలో దృష్టి పెట్టాలి.
- సందర్భానుసారంగా వివరణలు, పొందుపరిచిన చిత్రాలు సరైన అవగాహన కల్పించి అపోహలను తొలగించడానికి దోహదపడుతాయి.
- భావనలపై అవగాహన కల్పించిన తర్వాత వాటికి సంబంధించిన “ఇవి చేయండి”, “ప్రయత్నించండి” లాంటి అభ్యాసాలను విస్తృతంగా ఇచ్చారు. “ఇవి చేయండి” అనేవి నేర్పిన భావన మీద ఆధారపడినవి. అభ్యాసాలు రెండు మూడు భావనలు నేర్పించిన తర్వాత వెనువెంటనే సాధన కోసం ఉద్దేశించినవి. వీటిని పిల్లలతో తమకు తాముగా గాని, జట్లలో గాని చేయించాలి. “ప్రయత్నించండి” అనే అభ్యాసాలు పిల్లల్లో సత్యాలకు సంబంధించిన సాధారణీకరణలు చేసుకోవడానికి, సరిచూసుకోవడానికి దోహదం చేస్తాయి. ఈ క్రమంలో అవసరం మేరకు సహాయ సహకారాలను ఉపాధ్యాయులు పిల్లలకు అందించాలి. ఇలా చేయడం వల్ల పిల్లలు ఏ మేరకు నేర్చుకున్నారో తెలుసుకోవచ్చు.
- అధ్యాయాల్లో చివరగా పొందుపరచిన “మనం నేర్చుకొన్నవి” అనే శీర్షిక కింద ఉన్న అంశాలు విద్యా ప్రమాణాలను దృష్టిలో పెట్టుకొని క్రోడీకరించబడ్డాయి. కాబట్టి వీటిని పిల్లలందరూ సంపూర్ణంగా సాధించాలి. ఇలా నేర్చుకొన్న వైపుణ్యాలన్నింటినీ పిల్లలందరూ ప్రదర్శించగలరని నిర్ధారించుకొన్న తర్వాతనే తదుపరి అధ్యయనం ప్రారంభించాలి.
- అధ్యాయాల్లో ఇచ్చిన అభ్యాసాలతోబాటు ఉపాధ్యాయుడు కూడా మరికొన్ని సమస్యలను సొంతంగా తయారుచేసుకోవాలి. అలాగే పిల్లలు కూడా నిత్య జీవితంలో ఎదురయ్యే సమస్యలను గణితాన్ని ఉపయోగించి సాధించేట్లు, సొంతంగా సమస్యలు తయారు చేసేట్లు ప్రోత్సహించాలి.
- పై అంశాల్ని విజయవంతంగా అమలు చేయడానికి ఉపాధ్యాయులు తప్పని సరిగా గణిత పుస్తకాన్ని సమూలంగా, సమగ్రంగా, విమర్శనాత్మకంగా అధ్యయనం చేయాలి. ఇందుకోసం పుస్తకంలోని అభ్యాసాలలోని అన్ని సమస్యలను తాను చేసిచూడాలి. ఆ తర్వాతనే బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలను నిర్వహించాలి.
- ఉపాధ్యాయుల మార్గదర్శనం కోసం బోధనాభ్యసన వ్యూహాలను, ఆశించిన అభ్యసన ఫలితాలను, తరగతి వారీగా, విషయం వారీగా, సిలబస్ వారీగా కరదీపిక రూపంలో తయారుచేసి పాఠశాలలకు అందివ్వడం జరిగింది. ఈ కరదీపిక సహాయంతో ఉపాధ్యాయులు ఉత్తమ బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలను నిర్వహించి తద్వారా విద్యార్థులందరూ ఆశించిన అభ్యసన ఫలితాలు సాధించేలా కృషి చేయాలి.

Syllabus

Area & Chapters

Syllabus Description

Number System (60 hrs)

1. **Knowing our Numbers**
2. **Whole Numbers**
3. **Playing with Numbers**
6. **Integers**
7. **Fractions and Decimals**

(i) Knowing our Numbers

- Consolidating the sense of Number up to 99,999; Estimation of numbers, Comparison of numbers; Place value (recapitulation and extension); connectives: use of symbols =, <, >; Use of brackets.
- Word problems on number operations involving large numbers up to a maximum of 6 digits in the answer (This would include conversions of units of length & mass from the larger to the smaller units).
- Estimation of outcome of number operations.
- Introduction to large numbers (a) up to lakhs and ten lakhs (b) up to crores and ten crores: International system of numbers (Millions..)

(ii) Whole numbers

- Natural numbers, whole numbers.
- Properties of numbers (closure, commutative, associative, distributive, additive identity, multiplicative identity).
- Number line. Seeing patterns, identifying and formulating rules to be done by children.
- Utility of properties in fundamental operations.

(iii) Playing with Numbers

- Consolidating divisibility rules of 2,3,5,6,9,10.
- Discovering divisibility rules of 4,8,11 through observing patterns.
- Multiples and factors, Even/odd numbers, prime/composite numbers, Co-prime numbers.
- Prime factorization, every number can be written as products of prime factors.
- HCF and LCM BY prime factorization and division method.
- Property: $LCM \times HCF = \text{product of two numbers}$.
- LCM & HCF of co-primes.
- Importance of Zero, and its properties

(iv) Negative Numbers and Integers

- How negative numbers arise, models of negative numbers, connection to daily life, ordering of negative numbers, representation of negative numbers on number line.
- Children to see patterns, identify and formulate rules.
- Understanding the definition of integers, identification of integers on the number line.
- Operation of addition and subtraction of integers, showing the operations on the number line (Understanding that the addition of negative integer reduces the value of the number).
- Comparison of integers, ordering of integers.

సిలబస్

అధ్యాయాలు

విషయ వివరణ

సంఖ్యా వ్యవస్థ
(60 గంటలు)

1. సంఖ్యల పరిచయం
2. పూర్ణాంకాలు
3. సంఖ్యలతో ఆడుకోవడం
6. పూర్ణ సంఖ్యలు
7. భిన్నాలు మరియు దశాంశ భిన్నాలు

(i) సంఖ్యల పరిచయం

- 99,999 వరకు సంఖ్యల స్వభావాన్ని అవగాహన చేసుకొనుట. సంఖ్యలను అంచనా వేయటం. సంఖ్యలను పోల్చటం. స్థానవిలువలు - పునశ్చరణ, విస్తరణ. సంయోజకాలు, సంజ్ఞల వినియోగం (=, <, >)
- చతుర్విధ ప్రక్రియలపై పద సమస్యలు. (గరిష్ఠంగా 6-అంకెల సంఖ్యలు వచ్చే వరకు). పొడవు, బరువుల ప్రమాణాల మార్పిడి.
- చతుర్విధ ప్రక్రియలలోని సమాధానాలను అంచనా వేయడం. (పద సమస్యల ద్వారా)
- పెద్ద సంఖ్యల పరిచయం. (అ) ఒక లక్ష మరియు పది లక్షలు వరకు (ఆ) ఒక కోటి మరియు పది కోట్ల వరకు • అంతర్జాతీయ సంఖ్యా మానము (మిలియన్లు)

(ii) పూర్ణాంకాలు

- సహజ సంఖ్యలు, పూర్ణాంకాలు.
- సంఖ్యల ధర్మాలు (సంవృత, స్థిత్యంతర, సహచర, విభాగ న్యాయాలు, సంకలన తత్వమాంశము, గుణకార తత్వమాంశము).
- సంఖ్యారేఖ : సంఖ్యా క్రమాలను పరిశీలించటం. సూత్రాలను గుర్తించటం, తయారు చేయటం.
- చతుర్విధ ప్రక్రియలలోని ధర్మాల వినియోగం.

(iii) సంఖ్యలతో ఆడుకోవడం

- 2,3,5,6,9 మరియు 10ల భాజనీయతా సూత్రాలను క్రోడీకరించటం.
- క్రమాలను పరిశీలించుట ద్వారా 4, 8 మరియు 11ల భాజనీయతా సూత్రాలను కనుగొనటం.
- గుణిజాలు, కారణాంకాలు. సరి, జేసి సంఖ్యలు. ప్రధాన, సంయుక్త సంఖ్యలు. పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు.
- ప్రధాన కారణాంక విభజన. ఒకటి కన్నా పెద్దదైన ప్రతి సంఖ్యను ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధంగా వ్రాయటం.
- గ.సా.భా మరియు క.సా.గు. లను కారణాంక విభజన పద్ధతి, భాగాహార పద్ధతి ద్వారా కనుగొనుట.
- ధర్మం : రెండు సంఖ్యల లబ్ధము = వాటి క.సా.గు. × గ.సా.భా.
- పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యల క.సా.గు మరియు గ.సా.భా.
- సున్నా ప్రాధాన్యత మరియు దాని ధర్మాలు.

(iv) ఋణ సంఖ్యలు మరియు పూర్ణ సంఖ్యలు

- ఋణ సంఖ్యల ఆవశ్యకత. ఋణ సంఖ్యల నమూనాలు. ఋణ సంఖ్యలకు నిత్య జీవిత అవసరాలకు గల సంబంధం. ఋణ సంఖ్యల క్రమానుగతం. సంఖ్యా రేఖపై ఋణ సంఖ్యలను గుర్తించటం.
- సంఖ్యా క్రమాలను పరిశీలించటం, సూత్రాలను గుర్తించటం, తయారు చేయటం.
- పూర్ణ సంఖ్యల నిర్వచనాన్ని అవగాహన చేసుకొనటం. సంఖ్యా రేఖపై పూర్ణసంఖ్యలను గుర్తించటం.
- పూర్ణ సంఖ్యల సంకలన, వ్యవకనాలు. సంఖ్యా రేఖపై ఈ ప్రక్రియలను సూచించటం (ఋణ పూర్ణసంఖ్యలను సంఖ్యలకు కలిపితే వాటి విలువ తగ్గుతుందని అవగాహన చేసుకొనటం).
- పూర్ణ సంఖ్యలను పోల్చటం, క్రమంలో ఉంచటం.

	<p>(v) Fractions and Decimals</p> <ul style="list-style-type: none"> • Revision of what a fraction is, Fraction as a part of whole. • Representation of fractions (pictorially and on number line) • Fraction as a division, proper, improper & mixed fractions • Equivalent fractions, like, unlike fractions, comparison of fractions. • Addition and subtraction of fractions. • Word problems (Avoid large and complicated calculations). • Estimates the degree of closeness of a fractions ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$ etc.,). • Review of the idea of a decimal fraction • Place value in the context of decimal fraction. • Inter conversion of fractions and decimal fractions (avoid recurring decimals at this stage). • Word problems involving addition and subtraction of decimals (word problems should involve two operations) Contexts: money, mass, length temperature.
<p>Algebra (15 hrs)</p> <p>9. Introduction Algebra</p>	<p>Introduction Algebra</p> <ul style="list-style-type: none"> • Introduction to variable through patterns and through appropriate word problems and generalizations (example $5 \times 1 = 5$ etc.). • Generate such patterns with more examples. • Introduction to unknowns through examples with simple contexts (single operations). • Number forms of even and odd ($2n$, $2n+1$). • Solving simple equations by trial and error method.
<p>Arithmetic (15hrs)</p> <p>11. Ratio and Proportion</p>	<p>Ratio and Proportion</p> <ul style="list-style-type: none"> • Concept of Ratio • Proportion as equality of two ratios • Unitary method (with only direct variation implied) • Word problems • Understanding ratio and proportion in Arithmetic
<p>Geometry (65 hrs)</p> <p>4. Basic geometrical ideas</p>	<p>Basic geometrical ideas (2-D)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Introduction to geometry. Its linkage with and reflection in everyday experience. • Line, line segment, ray, open and closed figures. • Interior and exterior of closed figures. • Curvilinear and linear boundaries • Angle — Vertex, arm, interior and exterior, • Triangle — vertices, sides, angles, interior and exterior, altitude and median. • Quadrilateral — Sides, vertices, angles, diagonals, adjacent sides and opposite sides (only convex quadrilateral are to be discussed), interior and exterior of a quadrilateral. • Circle — Centre, radius, diameter, interior and exterior, arc, chord, sector, segment, semicircle, circumference,

	<p>(V) భిన్నాలు మరియు దశాంశ భిన్నాలు</p> <ul style="list-style-type: none"> • భిన్నం అంటే ఏమిటో పునర్విమర్శ చేయటం. భిన్నాన్ని మొత్తంలో కొంత భాగంగా చెప్పటం • సంఖ్యారేఖపై పట సహాయంతో భిన్నాలను సూచించటం • భిన్నాన్ని ఒక భాగాహారంగా చెప్పటం. క్రమ, అపక్రమ, మిశ్రమ భిన్నాలు • సమాన భిన్నాలు. సజాతి, విజాతి భిన్నాలు. భిన్నాలను పోల్చడం • భిన్నాల సంకలన, వ్యవకనాలు • పద సమస్యలు (క్లిష్ట మరియు పెద్ద గణనలు లేకుండా) • సామీప్యత పరిమాణాన్ని అంచనా వేయడం ($\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$.....) • దశాంశ భిన్నాల భావన పునర్విమర్శ • దశాంశ భిన్నాలలో స్థాన విలువలు • దశాంశ భిన్నాలు, సామాన్య భిన్నాల పరస్పర మార్పిడి (ఆవృత దశాంశాలు తప్ప) • దశాంశాలపై సంకలన, వ్యవకలనాలతో పద సమస్యలు (రెండు ప్రక్రియలపై) (ద్రవ్య, భార, దైర్ఘ్యంపై సమస్యలు)
<p>బీజ గణితం (15 గంటలు) 9. బీజ గణిత పరిచయం</p>	<p>బీజ గణిత పరిచయం</p> <ul style="list-style-type: none"> • సంఖ్యా క్రమాలు, పద సమస్యలు మరియు సాధారణీకరణల ద్వారా బీజాల (చరరాశుల) పరిచయం. (ఉదా : $5 \times 1 = 5$ మొ॥నవి). • తగినన్ని ఉదాహరణలతో అమరికలు క్రమాలు తయారు చేయడం. • ఉదాహరణల ద్వారా అవ్యక్తరాశుల పరిచయం (ఒకే ఒక ప్రక్రియతో కూడినట్టివి) • సరి, బేసి సంఖ్యల సాధారణ రూపాలు ($2n$, $2n+1$). • యత్నదోష పద్ధతి ద్వారా సమీకరణాల సాధన
<p>అంకగణితం (15 గంటలు) 11. నిష్పత్తి మరియు అనుపాతము</p>	<p>నిష్పత్తి మరియు అనుపాతము</p> <ul style="list-style-type: none"> • నిష్పత్తి భావన • అనుపాతాన్ని రెండు నిష్పత్తుల సమానత్వంగా సూచించడం • ఏకవస్తు మార్గము (అనులోమాను పాతం మాత్రమే) • పద సమస్యలు • అంక గణితంలో నిష్పత్తి, అనుపాతాలను అవగాహన చేసుకొనటం.
<p>రేఖా గణితం (65 గంటలు) 4. ప్రాథమిక జ్యామితి భావనలు</p>	<p>ప్రాథమిక జ్యామితి భావనలు (2-D)</p> <ul style="list-style-type: none"> • జ్యామితి పరిచయం. నిత్యజీవిత సంబంధం మరియు అన్వయం. • సరళరేఖ, రేఖాఖండం మరియు కిరణం. సంవృత మరియు వివృత పటాలు. • సంవృత పటాల అంతరం మరియు బాహ్యం • రేఖీయ, వక్రరేఖీయ అంచులు. • కోణం, శీర్షం, కోణ భుజం, కోణ అంతరం, కోణ బాహ్యం • త్రిభుజము - శీర్షాలు, భుజాలు, కోణాలు. త్రిభుజ అంతరం, త్రిభుజ బాహ్యం, లంబరేఖ, మధ్యగతరేఖ. • చతుర్భుజం - భుజాలు, శీర్షాలు, కోణాలు, కర్ణాలు, ఆసన్న భుజాలు, అభిముఖ భుజాలు / కుంభాకార చతుర్భుజాలకు మాత్రమే), చతుర్భుజ అంతరం-బాహ్యం. • వృత్తం - కేంద్రం, వ్యాసార్ధం, వ్యాసం, వృత్త అంతరం-బాహ్యం. చాపము, జ్యా, సెక్టర్ (త్రిజ్యాంతరం), వృత్త ఖండం, అర్ధవృత్తం, వృత్త పరిధి.

<p>5. Measures of Lines and Angles</p> <p>12. Symmetry</p> <p>13. Practical Geometry</p> <p>14. Understanding 3D, 2D Shapes</p>	<p>Measures of Lines and Angles:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Measure of Line segment. • Measure of angles. • Types of angles- acute, obtuse, right, straight, reflex, complete and zero angle. • Pair of lines Intersecting and perpendicular lines Parallel lines.
	<p>Symmetry:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Observation and identification of 2-D symmetrical objects for reflection symmetry. • Operation of reflection (taking mirror images) of simple 2-D objects. • Recognising reflection symmetry (identifying axes).
	<p>Practical Geometry (Constructions):</p> <ul style="list-style-type: none"> • Drawing of a line segment (using Straight edge Scale, protractor, compasses). • Construction of circle. • Perpendicular bisector. • Construction of angles (using protractor) • Angle 60°, 120° (Using Compasses) • Angle bisector - making angles of 30°, 45°, 90° etc. (using compasses) • Angle equal to a given angle (using compass) • Drawing a line perpendicular to a given line from a point <ul style="list-style-type: none"> a) on the line b) outside the line.
	<p>Understanding 3D, 2D Shapes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Polygons- Introduction, regular and irregular polygons (upto pentagon). • Identification of 3-D shapes: Cubes, cuboids, cylinder, sphere, cone, prism (triangular), pyramid (triangular and square). Identification and locating in the surroundings • Elements of 3-D figures. (Faces, edges and vertices) • Nets for cube, cuboids, cylinders, cones and tetrahedrons.
<p>Mensuration (15 hrs)</p> <p>10. Perimeter and Area</p>	<p>Perimeter and Area:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Introduction and general understanding of perimeter using many shapes. • Shapes of different kinds with the same perimeter. • Concept of area, Area of a rectangle and a square Counter examples to different misconceptions related to perimeter and area. • Perimeter of a rectangle – and its special case – a square. • Deducing the formula of the perimeter for a rectangle and then a square through pattern and generalisation.
<p>8. Data Handling (10 hrs)</p>	<p>Data Handling:</p> <ul style="list-style-type: none"> • What is data. • Collection and organisation of data - examples of organising it in tally marks and a table. • Pictograph- Need for scaling in pictographs interpretation & construction. • Making bar graphs for given data, interpreting bar graphs.

<p>5. రేఖలు మరియు కోణముల కొలతలు</p> <p>12. సౌష్ఠ్యము (పరావర్తనం)</p> <p>13. ప్రాయోగిక జ్యామితి</p> <p>14. త్రిమితీయ ద్విమితీయ ఆకృతుల అవగాహన</p>	<p>రేఖలు మరియు కోణముల కొలతలు</p> <ul style="list-style-type: none"> • రేఖా ఖండం కొలత • కోణాల కొలతలు • కోణాల రకాలు. అల్ప - అధిక, లంబ, సరళ, పరావర్తన మరియు సంపూర్ణ కోణాలు; శూన్య కోణం • ఖండన రేఖలు, లంబ రేఖలు, సమాంతర రేఖలు
	<p>సౌష్ఠ్యము (పరావర్తనం)</p> <ul style="list-style-type: none"> • పరావర్తన సౌష్ఠవానికి తగిన ద్విమితీయ ఆకృతులను గుర్తించటం మరియు పరిశీలించటం. • పరావర్తన ప్రక్రియలు. సాధారణ ద్విమితీయ ఆకృతులు ప్రతిబింబాలు పట్టడం • పరావర్తన సౌష్ఠవాన్ని గుర్తించడం (అక్షాలను గుర్తించుట)
	<p>ప్రాయోగిక జ్యామితి (నిర్మాణాలు)</p> <ul style="list-style-type: none"> • రేఖాఖండ నిర్మాణం. (స్కేలు, వృత్త లేఖిని, కోణమానిని సహాయంతో) • వృత్తం గీయటం • లంబ సమద్వి ఖండన రేఖ • కోణం నిర్మించుట (కోణమానినితో) • 60°, 120° లను వృత్త లేఖినితో నిర్మించుట • కోణ సమద్విఖండన రేఖలు (30°, 45° మరియు 90° ఏర్పడునట్లు, వృత్తి లేఖినితో) • వృత్త లేఖినితో ఇచ్చిన కోణానికి సమానమైన కోణాన్ని నిర్మించుట • ఇచ్చిన రేఖకు లంబ రేఖలను గీయటం • అ) రేఖపై గల బిందువు వద్ద ఆ) రేఖపై లేనట్టి బిందువు నుండి
	<p>త్రిమితీయ, ద్విమితీయ ఆకృతుల అవగాహన</p> <ul style="list-style-type: none"> • సాధారణ బహుభుజాలు - పరిచయం. క్రమ, క్రమేతర పంచభుజాల వరకు. • త్రిమితీయ ఆకృతులను గుర్తించటం. సమఘనం, దీర్ఘ ఘనం, స్థూపము, గోళము, శంఖువు, పట్టకం (త్రిభుజాకార), పిరమిడ్ (త్రిభుజాకార, చతురస్ర)లను పరిసరాలలో గుర్తించడం. • త్రిమితీయ ఆకృతుల (ఘనాల) మూలకాలు, ముఖాలు, అంచులు, శీర్షాలు • సమఘనం, దీర్ఘ ఘనం, స్థూపం, శంఖువుల వలచిత్రాలు మరియు చతుర్విశ్చీయాలు.
<p>క్షేత్ర గణితం (15 గంటలు)</p> <p>10. చుట్టుకొలత మరియు వైశాల్యం</p>	<p>చుట్టుకొలత భావన, మరియు వైశాల్యం</p> <ul style="list-style-type: none"> • వివిధ ఆకారాల ద్వారా చుట్టుకొలత భావన పరిచయం, అవగాహన • ఒకే చుట్టుకొలత కలిగిన వివిధ ఆకారాలు • వైశాల్యం భావన. చతురస్ర వైశాల్యం, దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యం, చుట్టుకొలత, వైశాల్యాలకు సంబంధించిన దురభిప్రాయాలకు ప్రత్యుదాహరణలు ఇవ్వడం • దీర్ఘ చతురస్రం చుట్టుకొలత, చతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత ప్రత్యేక సందర్భంగా • దీర్ఘచతురస్రం, చతురస్రం చుట్టుకొలత, వైశాల్యాల సూత్రాలను ఉదాహరణల ద్వారా సాధారణీకరించడం
<p>8. దత్తాంశ నిర్వహణ (10 గంటలు)</p>	<p>దత్తాంశ నిర్వహణ</p> <ul style="list-style-type: none"> • దత్తాంశం అంటే ఏమిటి? • దత్తాంశ సేకరణ మరియు నిర్వహణ. దత్తాంశ నిర్వహణ - గణన చిహ్నాలు - పట్టికలకు ఉదాహరణ. • పట చిత్రాలు. పట చిత్రాలలో "స్కేలు" ఆవశ్యకత. పట చిత్రాల నిర్మాణము మరియు వివరణ. • కమ్మీ రేఖా చిత్రాలను ఇచ్చిన దత్తాంశానికనుగుణంగా నిర్మించటం, కమ్మీరేఖ చిత్రాల వివరణ.

Academic Standards

CONTENT	ACADEMIC STANDARDS
Number system 1. Knowing our numbers	Problem Solving <ul style="list-style-type: none"> • Word problems on number operations involving large numbers up to a maximum of 5 digits in the answers. • Conversions of units of length and mass.
	Reasoning, Proof <ul style="list-style-type: none"> • Estimation of outcome of number operations. • Comparison of numbers up to large numbers with concept of place value. • Formation of different numbers by using given numbers and select biggest, smallest among them.
	Communication: <ul style="list-style-type: none"> • Writes any five digit numbers in words and vice versa. • Comparison of five digit numbers using the symbols $<$, $>$, $=$.
	Connections: <ul style="list-style-type: none"> • Understands the Usage of large numbers in daily life (village population, income from land, etc.)
	Representation: <ul style="list-style-type: none"> • Expresses the numbers into expanded and compact form By using unit, ten, hundred, thousand blocks represents numbers through them.
2. Whole numbers	Problem Solving <ul style="list-style-type: none"> • Solves problems by using four fundamental operations with the properties of whole numbers.
	Reasoning, Proof <ul style="list-style-type: none"> • Verification of properties of whole numbers such as closure, associative, inverse, identity, distributive, commutative (+, -, x)
	Communication: <ul style="list-style-type: none"> • Understands the need of whole number instead of natural numbers.
	Connections: <ul style="list-style-type: none"> • Finds the usage of whole numbers from their daily life. • Understands the relation between N, and W.
	Representation: <ul style="list-style-type: none"> • Represents the whole numbers on the number line.
3. Playing with Numbers	Problem Solving <ul style="list-style-type: none"> • Simplification of numerical statements involving two or more brackets • Tests the divisibility rules • Understands the use of LCM and HCF in different situations and find them in division, prime factorization method.

విద్యా ప్రమాణాలు

అధ్యాయాలు

విషయ వివరణ

<p>సంఖ్యా వ్యవస్థ</p> <p>1. మన సంఖ్యలను తెలుసుకొందాం</p>	<p>సమస్య సాధన</p> <ul style="list-style-type: none"> సమాధానం గరిష్టంగా 5 అంకెల సంఖ్యల వచ్చేట్లు సంఖ్యా ప్రక్రియల పై పద సమస్యలు. మితి, ద్రవ్యరాశి ప్రమాణాల మార్పిడి <p>కారణాలు చెప్పడం</p> <ul style="list-style-type: none"> సంఖ్యా ప్రక్రియలలో ఫలితాన్ని అంచనా వేయడం. <p>నిరూపణలు చేయడం</p> <ul style="list-style-type: none"> స్థాన విలువల భావనతో పెద్ద సంఖ్యలను పోల్చడం ఇచ్చిన అంకెలతో వేర్వేరు సంఖ్యలను తయారు చేసి పెద్ద సంఖ్యను ఎన్నుకొనడం, చిన్న సంఖ్యను ఎన్నుకొనడం. <p>వ్యక్తపరచడం</p> <ul style="list-style-type: none"> 5 అంకెల సంఖ్యను వ్రాసి వాక్యరూపంలో చెప్పడం. వాక్యరూపంలోని సంఖ్యను సంజ్ఞారూపంలో రాయడం 5 అంకెల సంఖ్యలను $<$, $>$, $=$. గుర్తుల సహాయంతో పోల్చడం. <p>సంధానం చేయడం</p> <ul style="list-style-type: none"> నిత్య జీవితంలో పెద్ద సంఖ్యల వినియోగాన్ని అర్థం చేసుకోవడం. ఉదాహరణకు గ్రామ జనాభా, ఆదాయం మొ॥నవి. <p>ప్రాతినిధ్య పరచడం</p> <ul style="list-style-type: none"> సంఖ్యలను విస్తరణ రూపంలోనూ, సంక్షిప్త రూపంలోనూ తెలపడం ఒకట్లు, పదులు, వందలు, వేల సముదాయాలతో సంఖ్యలను సూచించడం.
<p>2. పూర్ణాంకాలు</p>	<p>సమస్య సాధన</p> <ul style="list-style-type: none"> పూర్ణాంకాల ధర్మాల ఆధారంగా చతుర్విధ ప్రక్రియలను ఉపయోగించి సమస్యలు సాధించడం. <p>కారణాలు చెప్పడం</p> <ul style="list-style-type: none"> సంవృత, సహచర, స్థిత్యంతర, తత్సమాంశము, విభాగ న్యాయాలను పూర్ణాంకాలలో $+$, $-$, \timesల పరంగా సరిచూడడం <p>నిరూపణలు చేయడం</p> <ul style="list-style-type: none"> సహజ సంఖ్యలకు బదులుగా పూర్ణాంకాల ఆవశ్యకతను అవగాహన చేసుకొనడం <p>వ్యక్తపరచడం</p> <ul style="list-style-type: none"> సహజ సంఖ్యలకు బదులుగా పూర్ణాంకాల ఆవశ్యకతను అవగాహన చేసుకొనడం <p>సంధానం చేయడం</p> <ul style="list-style-type: none"> నిత్య జీవితంలో పూర్ణాంకాల వినియోగాన్ని కనుగొనడం. N మరియు W ల మధ్య సంబంధాన్ని అవగాహన చేసుకొనుట. <p>ప్రాతినిధ్య పరచడం</p> <ul style="list-style-type: none"> పూర్ణాంకాలను సంఖ్యరేఖపై గుర్తించుట
<p>3. సంఖ్యలతో ఆడుకొందాం</p>	<p>సమస్య సాధన</p> <ul style="list-style-type: none"> రెండు లేక అంతకన్నా ఎక్కువ కుండలీకరణలు ఉన్న సంఖ్యా ప్రవచనాలను సూక్ష్మీకరించటం. భాజనీయతా సూత్రాలను సరిచూడటం. క.సా.గు మరియు గ.సా.భాలను వివిధ సందర్భాలలో అవగాహన చేసుకొనుట. క.సా.గు., గ.సా.భాలను కారణాంక విభజన ద్వారా భాగాహారం ద్వారా కనుగొనుట.

	Reasoning, Proof	<ul style="list-style-type: none"> • Finds the logic behind the divisibility rules. • Understands the relationship between LCM and HCF of two numbers by verification, why this relation hold only in two numbers, take more than two numbers and see the pattern, conclude
	Communication:	• Uses brackets involving fundamental operations.
	Connections:	<ul style="list-style-type: none"> • Establishes the relation among factors. • Under stands the use of LCM and HCF from their real life situations. • Finds the patterns in division, multiplication tables.
	Representation:	• _____
6. Integers	Problem Solving	• Solves the problems on addition, subtraction and multiplication involving integers.
	Reasoning, Proof	<ul style="list-style-type: none"> • Compares integers, and ordering of integers. • Difference of +, _ between N, and Z.
	Communication:	• Understands the necessity of set of integers.
	Connections:	• Finds the connection among N, W and Z.
	Representation:	<ul style="list-style-type: none"> • Represents the integers on the number line. • Shows the addition, subtraction on the number line.
	7. Fractions and Decimals	Problem Solving:
	Reasoning, Proof:	<ul style="list-style-type: none"> • Gives reasons in conversion of mixed fractions and improper fractions. • Compares fractions.
	Communication:	• Express improper fraction into mixed fraction and vice-versa.

	<p>కారణాలు చెప్పడం • భాజనీయతా సూత్రాల వెనుక గల తార్కికతను కనుగొనును.</p> <p>నిరూపణలు చేయడం • క.సా.గు. గ.సా.భాల మరియు ఇచ్చిన రెండు సంఖ్యల మధ్యగల సంబంధాన్ని సరిచూచును. రెండు సంఖ్యల కన్నా ఎక్కువ సంఖ్యలను తీసుకొని ఈ సంబంధాన్ని పరిశీలించును.</p>
	<p>వ్యక్తపరచడం • చతుర్విధ ప్రక్రియలలో కుండలీకరణాలను వినియోగించును.</p>
	<p>సంధానం చేయడం • కారణాంకాల మధ్య సంబంధాన్ని ఏర్పరుచును</p> <p>• నిత్యజీవితంలో క.సా.గు. మరియు గ.సా.భాల వినియోగాన్ని అవగాహన చేసుకొనును.</p> <p>• గుణకార, భాగాహార పట్టికలలో క్రమాన్ని కనుగొనుము.</p>
	<p>ప్రాతినిధ్య పరచడం • _____</p>
<p>6. పూర్ణ సంఖ్యలు</p>	<p>సమన్యా సాధన • పూర్ణసంఖ్యల సంకలన, వ్యవకలన, గుణకార సమస్యలను సాధించును.</p>
	<p>కారణాలు చెప్పడం • పూర్ణ సంఖ్యలను పోల్చును. పూర్ణ సంఖ్యలను క్రమంలో ఉంచును.</p> <p>నిరూపణలు చేయడం • N మరియు Z లలోని $+$, $-$ ల మధ్య తేడాలను చెప్పును.</p>
	<p>వ్యక్తపరచడం • పూర్ణసంఖ్యల సమితి అవశ్యకతను అవగాహన చేసుకొనును.</p>
	<p>సంధానం చేయడం • N, W మరియు Z ల అనుసంధానమును కనుగొనును.</p>
	<p>ప్రాతినిధ్య పరచడం • పూర్ణ సంఖ్యలను సంఖ్యారేఖపై గుర్తించును.</p> <p>• సంకలనం, వ్యవకలనం, గుణకారాలను సంఖ్యారేఖపై చూపును.</p>
<p>7. భిన్నాలు మరియు దశాంశాలు</p>	<p>సమన్యా సాధన • సజాతి, విజాతి, భిన్నాల కూడికలు, తీసివేతలు, గుణకారాలు చేయును (చిన్న లెక్కలు).</p> <p>• భిన్నాలను దశాంశ భిన్నాలను పరస్పరం మార్పిడి చేయును.</p> <p>• దశాంశములతో సంకలన, వ్యవకలనాలతో కూడిన పద సమస్యలను సాధించును. (మితి, ద్రవ్యరాశి, ద్రవ్యము మరియు ఉష్ణోగ్రత).</p>
	<p>కారణాలు చెప్పడం • మిశ్రమ భిన్నాలను అపక్రమ భిన్నాలుగా మార్చడంలో తగిన కారణాలను చూపును.</p> <p>నిరూపణలు చేయడం • భిన్నాలను పోల్చును.</p>
	<p>వ్యక్తపరచడం • అపక్రమ భిన్నాలను మిశ్రమ భిన్నాలుగా, మిశ్రమ భిన్నాలను అపక్రమ భిన్నాలుగా తెలపగలరు.</p>

	Connections: <ul style="list-style-type: none"> • Connections between fraction, decimal fractions, decimal numbers
	Representation: • Represents fractions on number line.
Algebra 9. Introduction Algebra	Problem Solving <ul style="list-style-type: none"> • Finds the value of the expression when substituting a value in place of variable (Simple expressions can be taken and single operation)
	Reasoning, Proof <ul style="list-style-type: none"> • Generalizes the given patterns and express as algebra expression.
	Communication: • Converts the real life simple contexts into Algebraic expression (vice versa)
	Connections: <ul style="list-style-type: none"> • Finds the usage of algebraic expression when occurring the unknown values. • Inter links the number system with algebraic system by usage of simple contexts.
	Representation: • Represents the even, odd number in general form as $2n, 2n+1$.
Arithmetic 11. Ratio and Proportion	Problem Solving <ul style="list-style-type: none"> • Calculates inverse ratio, compound of two ratios. • Solves word problem involving unitary method
	Reasoning, Proof <ul style="list-style-type: none"> • Compares the given ratios. • Verifies the rule of proportion involving the ratios. • Gives the reasons why the same units can be taken in expressing of ratios.
	Communication: • Write ratios in symbols and equivalent fractional form.
	Connections: <ul style="list-style-type: none"> • Observes the relation between time and work, time and distance using proportions. • Understands the usage of ratios and proportion in daily life problems.
	Representation: • _____

	<p>సంధాన చేయడం • భిన్నాలు, దశాంశములు, దశాంశ భిన్నముల మధ్య సంధానాలు.</p>
	<p>ప్రాతినిధ్య పరచడం • భిన్నాలను సంఖ్యరేఖపై ప్రాతినిధ్యపరుచును.</p>
<p>బీజ గణితం 9. బీజ గణిత పరిచయం</p>	<p>సమస్య సాధన • చరరాశి విలువను ప్రతిక్షేపించడం ద్వారా సమాసముల విలువలను కనుగొనును. (ఒకే ప్రక్రియతో కూడిన సరళ సమాసములు).</p>
	<p>కారణాలు చెప్పడం • ఇచ్చిన క్రమాలను సాధారణీకరించి బీజీయ సమాసంగా వ్యక్తపరచును. నిరూపణలు చేయడం</p>
	<p>వ్యక్తపరచడం • నిత్య జీవిత సందర్భాలను (సరళమైన) బీజీయ సమాస రూపంలోనూ, బీజీయ సమాసాలను నిత్య జీవిత సమస్యల రూపంలోనూ వ్యక్తపరచును.</p>
	<p>సంధానం చేయడం • రాశుల విలువ తెలియనప్పుడు బీజీయ సమాసాల వినియోగాన్ని అవగాహన చేసుకొనును. • తేలిక సందర్భాల ద్వారా సంఖ్యా వ్యవస్థను, బీజీయ వ్యవస్థను పరస్పరం సంధానించును.</p>
	<p>ప్రాతినిధ్య పరచడం • సరి, బేసి సంఖ్యల సాధారణ రూపాలను $2n, 2n+1$ లుగా తెల్పును.</p>
<p>అంకగణితం 11. నిష్పత్తి - అనుపాతము</p>	<p>సమస్య సాధన • విలోమ నిష్పత్తులను, రెండు నిష్పత్తులు ఇచ్చిన బహుళ నిష్పత్తిని కనుగొనును. • ఏకవస్తు మార్గముపై పద సమస్యలను సాధించును.</p>
	<p>కారణాలు చెప్పడం • ఇచ్చిన నిష్పత్తులను పోల్చును. నిరూపణలు చేయడం • నిష్పత్తుల అనుపాత ధర్మాన్ని సరిచూచును. • నిష్పత్తులను కనుగొనుటలో రాశులు ఒకే ప్రమాణంలో ఎందుకు ఉండాలో వివరించును.</p>
	<p>వ్యక్తపరచడం • నిష్పత్తులను సంజ్ఞారూపంలో వ్రాయును మరియు వాటి సమ భిన్నాలను వ్రాయును.</p>
	<p>సంధానం చేయడం • అనుపాత ధర్మాన్ని అనుసరించి కాలము పని, కాలము - దూరము మధ్య గల సంబంధాలను పరిశీలించును. • నిత్యజీవిత సమస్యలలో నిష్పత్తి - అనుపాతముల వినియోగాన్ని అవగాహన చేసుకొనును.</p>
	<p>ప్రాతినిధ్య పరచడం • _____</p>

Geometry 4. Basic Geometrical Ideas	Problem Solving <ul style="list-style-type: none"> • _____
	Reasoning, Proof <ul style="list-style-type: none"> • Differentiates the basic geometric shapes (triangle, circle, Quadrilaterals) • Differentiates and compares the Quadrilaterals and triangle.
	Communication: • Gives the example of basic geometry shapes (from surface of the surrounding objects).
	Connections: <ul style="list-style-type: none"> • Visualizes the basic geometric shapes from surroundings. • Understands the inter relation between various components of a circle (Circle, Semi Circle, Sector, Diameter, Radius, chord etc).
	Representation: • Gives pictorial representation of basic geometric shapes.
5. Measures of Lines and Angles	Problem Solving <ul style="list-style-type: none"> • Measures the given line segment
	Reasoning, Proof <ul style="list-style-type: none"> • Compares the lengths of line segments by estimation and verification. • Classifies the given angles. • Differentiates the pair of lines as intersecting, perpendicular lines. • Estimates the type of given angle. • Compares the given angle. • Rounds off an angle to nearest measure by estimation.
	Communication: • Finds the usage of elementary shapes and their measurements in surroundings.
	Connections: <ul style="list-style-type: none"> • Draws a line segment with given measurement. • Draws the given angle using apparatus.
	Representation: • _____

రేఖాగణితం
4. ప్రాథమిక జ్యామితి
భావనలు

సమన్వయ సాధన • _____

కారణాలు చెప్పడం • ప్రాథమిక జ్యామితి ఆకారం తేడాలను (త్రిభుజం, వృత్తం, చతుర్భుజం) చెప్పును.
నిరూపణలు చేయడం • త్రిభుజం, చతుర్భుజాలను పోల్చును, తేడాలు చెప్పును.

వ్యక్తపరచడం • పరిసరాలలోని ప్రాథమిక జ్యామితీయ ఆకారాలకు ఉదాహరణలు ఇచ్చును.

సంధానం చేయడం • పరిసరాల నుండి జ్యామితీయ ఆకారాలను దృశ్యీకరించుకొనును.
• వృత్తం యొక్క వివిధ భాగాల మధ్యగల పరస్పర సంబంధాన్ని అవగాహన చేసుకొనను. (వృత్తం, అర్థ వృత్తం, సెక్టర్, వ్యాసం, వ్యాసార్థం, జ్యా మొ॥నవి).

ప్రాతినిధ్య పరచడం • ప్రాథమిక జ్యామితీయ ఆకారాలను పటరూపంలో ప్రదర్శించును.

5. రేఖలు, కోణముల
కొలతలు

సమన్వయ సాధన • ఇచ్చిన రేఖాఖండంను కొలుచును

కారణాలు చెప్పడం • రేఖా ఖండాల పొడవులను అంచనా వేయును, సరిచూచును.
నిరూపణలు చేయడం • ఇచ్చిన కోణాలను వర్గీకరించును
• ఇచ్చిన రేఖల జతను ఖండన రేఖలుగా, లంబ రేఖలుగా విభజించును.
• ఇచ్చిన కోణాన్ని ఏ రకమైన కోణమో అంచనా వేయును.
• కోణాలను పోల్చును
• అంచనా ద్వారా కోణాల కొలతలను సవరించును

వ్యక్తపరచడం • పరిసరాలలో ప్రాథమిక ఆకారాల వినియోగాన్ని, కొలతలను కనుగొనును.

సంధానం చేయడం • ఇచ్చిన కొలతతో రేఖాఖండాన్ని గీయును.
• పరికరాల ద్వారా ఇచ్చిన కోణాలను గీయును.

ప్రాతినిధ్య పరచడం • _____

12. Symmetry	Problem Solving	<ul style="list-style-type: none"> • Finds the symmetric axis of given 2D shapes.
	Reasoning, Proof	<ul style="list-style-type: none"> • Distinguishes symmetrical and non symmetrical shapes. • Explains the reflection symmetry in the given 2D figure
	Communication:	• Explains reflection symmetry with its axis in 2D objects
	Connections:	<ul style="list-style-type: none"> • Observes and identify the reflective symmetry from surroundings. • Appreciates the reflection symmetric nature in surroundings.
	Representation:	• Draws the symmetric axis in the given 2D figures
13. Practical Geometry	Problem Solving	• _____
	Reasoning, Proof	<ul style="list-style-type: none"> • Estimates the given pair of lines whether they are perpendicular or not. • Estimates the given line whether it is angle bisector or not
	Communication:	• Communicate how constructions made in line segment, Circle, Perpendicular bisector, angle, angle bisector.
	Connections:	• _____
	Representation:	• Draws the line segment, circle, perpendicular bisector, angle, angle bisector.
14. Understanding 3D, 2D Shapes	Problem Solving	• _____
	Reasoning, Proof	<ul style="list-style-type: none"> • Differentiates polygon and regular polygon. Check whether given polygon is regular or not. Give reasons. • Differentiates the 3D shapes as per faces edges, vertices (Cube, Cuboids, Cylinder, Sphere, Cone, Prism, Pyramid)
	Communication:	• _____

12. సౌష్ఠ్యము	సమస్య సాధన	• ద్విమితీయ ఆకృతుల సౌష్ఠ్యాలను కనుగొనును.
	కారణాలు చెప్పడం	• సౌష్ఠ్య, అసౌష్ఠ్య ఆకారాల మధ్య తేడాలను వివరించును.
	నిరూపణలు చేయడం	• ఇచ్చిన ద్విమితీయ ఆకారపు పరావర్తన సౌష్ఠ్యాన్ని వివరించును.
	వ్యక్తపరచడం	• ద్విమితీయ పటాలో పరావర్తన సౌష్ఠ్యాన్ని వాటి సౌష్ఠ్య అక్షాలతో వివరించును.
	సంధానం చేయడం	• పరిసరాలలో పరావర్తన సౌష్ఠ్యాన్ని గుర్తించును, పరిశీలించును. • ప్రకృతిలోని పరావర్తన సౌష్ఠ్యాన్ని అభినందించును
	ప్రాతినిధ్య పరచడం	• ఇచ్చిన ద్విమితీయ పటాలలోని సౌష్ఠ్య అక్షాలను గీయును.
13. ప్రాయోగిక జ్యామితి	సమస్య సాధన	• _____
	కారణాలు చెప్పడం	• ఇచ్చిన రేఖల జతలు లంబాలో కాదో అంచనా వేయును.
	నిరూపణలు చేయడం	• ఇచ్చిన రేఖ, కోణ సమద్విఖండన రేఖ అగునో కాదో అంచనా వేయును.
	వ్యక్తపరచడం	• రేఖాఖండం, వృత్తం, లంబ సమద్విఖండన రేఖ, కోణము, కోణ సమద్విఖండన రేఖల నిర్మాణ సోపానాలను వ్యక్తపరుచును.
	సంధానం చేయడం	• _____
	ప్రాతినిధ్య పరచడం	• రేఖాఖండం, వృత్తం, లంబ సమద్విఖండన రేఖ, కోణం మరియు కోణ సమద్విఖండన రేఖలను గీయును.
14. త్రిమితీయ, ద్విమితీయ ఆకారాల అవగాహన	సమస్య సాధన	• _____
	కారణాలు చెప్పడం	• క్రమబహుభుజి, సాధారణ బహుజిల మధ్య భేదాలను వివరించును. ఇచ్చిన నిరూపణలు చేయడం
	నిరూపణలు చేయడం	• క్రమమో కాదో కారణాలు చెప్పును. • 3D ఆకారాలను ముఖాలు, అంచులు, శీర్షాల ఆధారంగా వేరు చేయును (సమఘనం, దీర్ఘ ఘనం, స్థూపం, గోళం, శంఖువు, పట్టకం, పిరమిడ్).
	వ్యక్తపరచడం	• _____

	<p>Connections:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Establish the relation between polygons and their names. • Identifies the 3D shape by their names from surroundings. • Understands the relation between cube, cuboid, cylinder and their nets.
	<p>Representation:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identifies suitable objects for drawing regular polygons. • Represents 3D shape as 2D on paper.
<p>Mensuration 10. Perimeter and Area</p>	<p>Problem Solving</p> <ul style="list-style-type: none"> • Solves the problems involving perimeter and area of rectangle and square. • Solves word problems
	<p>Reasoning, Proof</p> <ul style="list-style-type: none"> • Differentiates perimeter and area of a figure. • Finds the perimeter of a given figure, involving more than 2 shapes. • Gives the measurements of rectangle/ square which have same area but different perimeters. • Identifies the same perimeter with different shapes from given shapes. • Finds errors in solving of perimeter, area and rectifying them.
	<p>Communication:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Perimeter / area of rectangle / square is expressed in formulae and in words also
	<p>Connections:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Establishes relation between units to area and perimeter.
	<p>Representation:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Shows the area of the polygon by shading the region.
<p>8. Data Handling</p>	<p>Problem Solving</p> <ul style="list-style-type: none"> • Organization of raw data into classified data.
	<p>Reasoning, Proof</p> <ul style="list-style-type: none"> • Interpretation of tabular data into verbal form.
	<p>Communication:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Merits, demerits of bar graphs and pictographs.
	<p>Connections:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Understands the usage of bar graphs, pictographs in daily life situations (Year-wise population, Annual Budget, Production of crops etc).
	<p>Representation:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Represents data in tally marks. • Represents data in tabular forms. • Represents data into bar graphs and pictographs.

	<p>సంధాన చేయడం</p> <ul style="list-style-type: none"> • బహుభుజులకు, వాటి పేర్లకు మధ్య సంబంధాలను నెలకొల్పును. • పరిసరాలలో క్రమబహుభుజి ఆకారాల ముఖాలు గల వస్తువులను పరిశీలించును. • ఘనం, దీర్ఘ ఘనం, స్థూపం మరియు వాటి వలరూపాల మధ్య సంబంధాన్ని అవగాహన చేసుకొనును.
	<p>ప్రాతినిధ్య పరచడం</p> <ul style="list-style-type: none"> • క్రమ బహుభుజులను గీయడానికి సరియైన వస్తువులను ఎన్నుకొనును. తన ఎంపికకు కారణాలు చెప్పును. • 3D ఆకారాలను 2Dగా కాగితంపై గీయును.
<p>10. చుట్టుకొలత భావన మరియు వైశాల్యం పరిచయం</p>	<p>సమస్య సాధన</p> <ul style="list-style-type: none"> • చతురస్ర మరియు దీర్ఘ చతురస్ర చుట్టుకొలతల వైశాల్యాల సమస్యలను సాధించును. • పద సమస్యలను సాధించును.
<p>కారణాలు చెప్పడం</p> <p>నిరూపణలు చేయడం</p>	<ul style="list-style-type: none"> • ఒక పటం యొక్క చుట్టుకొలత, వైశాల్యాల తేడాను వివరించును. • ఇచ్చిన పటం యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనును (2 కన్నా ఎక్కువ ఆకారాల గల సందర్భంలో). • ఒకే వైశాల్యం కలిగి వేరు వేరు చుట్టుకొలత కలిగిన చతురస్రాలకు, దీర్ఘ చతురస్రాలకు ఉదాహరణలిచ్చును. • ఇచ్చిన పటాలలో ఒకే చుట్టుకొలత కలిగిన పటాలను గుర్తించును. • చుట్టుకొలత వైశాల్యాలను కనుగొనుటలో దోషాలను గుర్తించి సవరించును.
<p>వ్యక్తపరచడం</p>	<ul style="list-style-type: none"> • చతురస్ర, దీర్ఘచతురస్రం, చుట్టుకొలత మరియు వైశాల్యాలకు సూత్రాలను రాసి అందులోని పదాలను వివరించును.
<p>సంధానం చేయడం</p>	<ul style="list-style-type: none"> • చుట్టుకొలత మరియు వైశాల్యాల ప్రమాణాల మధ్య సంబంధాన్ని నెలకొల్పును.
<p>ప్రాతినిధ్య పరచడం</p>	<ul style="list-style-type: none"> • బహుభుజి వైశాల్యాన్ని షేడ్ చేయుట ద్వారా సూచించును.
<p>8. దత్తాంశ నిర్వహణ</p>	<p>సమస్య సాధన</p> <ul style="list-style-type: none"> • అవర్గీకృత దత్తాంశాన్ని వర్గీకృత దత్తాంశంగా నిర్మించును.
<p>కారణాలు చెప్పడం</p> <p>నిరూపణలు చేయడం</p>	<ul style="list-style-type: none"> • పట్టికలోని సమాచారాన్ని పదాలలో వివరించును.
<p>వ్యక్తపరచడం</p>	<ul style="list-style-type: none"> • దిమ్మె చిత్రాల, పటచిత్రాల గుణ-దోషాలను పోల్చును, వివరించును.
<p>సంధాన చేయడం</p>	<ul style="list-style-type: none"> • నిత్యజీవితంలో దిమ్మె చిత్రాల, పట చిత్రాల వినియోగాన్ని అవగాహన చేసుకొనును. (సంవత్సరాల వారీ జనాభా, వార్షిక ఆదాయ - వ్యయాల పట్టిక, వ్యయసాయ ఉత్పత్తులు మొ॥నవి).
<p>ప్రాతినిధ్య పరచడం</p>	<ul style="list-style-type: none"> • దత్తాంశాన్ని గణన చిహ్నాల ద్వారా సూచించును. • దత్తాంశాన్ని పట్టికల ద్వారా సూచించును. • దత్తాంశాన్ని పట చిత్రాలు, దిమ్మెచిత్రాలలో సూచించును.

LEARNING OUTCOMES

MATHEMATICS

CLASS 6

The learner....

- Reads the larger numbers in Indo-Arabic, English systems and compares the numbers.
- Applies L.C.M. and H.C.F. in real life situations.
- Explains properties of whole numbers. Explains significance of zero also.
- Solves problems involving addition and subtraction of integers.
- Solves problems in real life situations by using ratio and proportions.
- Solves problems in daily life situations involving addition and subtraction of fractions and decimals.
- Expresses relationships in a given situation in daily life in the form of an expression or equation by using variable. .
- Demonstrates an understanding of geometrical ideas like point, line segment, straight line, ray and curve.
- Identifies simple closed figures. Expresses angle, vertex and side of the figure in mathematical notations.
- Identifies circle and parts (center, diameter, radius, arc, and sector) in it and explains.
- Calculates perimeters of regular polygons and area of a given rectangle.
- Represents the data collected from real life situations in a tabular form by using tally marks and in a pictorial form and a bar graph.
- Identifies 3D shapes like sphere, cube, cuboids, cylinder, cone in real life situations on the basis of their fundamental properties.
- Demonstrates symmetry in objects by using symmetrical line.
- Draws multiple symmetrical lines to the figures wherever possible.



పాఠశాల విద్యా శాఖ,
తెలంగాణ ప్రభుత్వం

शिक्षण 5 प्रवर्ग



एन सी ई आर टी
NCERT

ఆశించిన అభ్యసన ఫలితాలు

గణితం

6వ తరగతి

విద్యార్థులు ఇవన్నీ నేర్చుకుంటారు.....

- పెద్ద సంఖ్యలను హిందూ-అరబిక్, ఆంగ్ల సంఖ్యామానములలో చదవగలుగుతారు, రాయగలుగుతారు. సంఖ్యలను పోల్చగలుగుతారు. పెద్ద సంఖ్యలపై చతుర్విధ ప్రక్రియలు చేయగలుగుతారు.
- నిజ జీవితంలోని సందర్భాలలో క.సా.గు మరియు గ.సా.భాలను వినియోగించుకోగలుగుతారు.
- పూర్ణాంకాల ధర్మాలను వివరించగలుగుతారు.
- ప్రాథమిక జ్యామితీయ భావనలైన బిందువు, రేఖాఖండం, సరళరేఖ, కిరణం మరియు వక్రాల గురించి వివరించగలరు.
- సరళ సంవృత పటాలను గుర్తించగలరు. వాటిలో కోణం, శీర్షం, భుజాలను గుర్తించగలరు. వాటిని గణిత భాషలో తెలుపగలరు.
- వృత్తం, వృత్తంలోని భాగాలను వాటి పేర్లతో సహా గుర్తించగలరు. (కేంద్రం, వ్యాసార్థం, వ్యాసం, చాపం, సెక్టార్).
- పూర్ణ సంఖ్యలపై కూడిక మరియు తీసివేత ప్రక్రియల ఆధారంగా సమస్యలు సాధించగలరు.
- భిన్నాలు మరియు దశాంశ సంఖ్యలపై కూడిక మరియు తీసివేత ప్రక్రియల ఆధారంగా నిజజీవిత సమస్యలను సాధించగలరు.
- నిజ జీవిత సందర్భాలలో నిష్పత్తి, అనుపాతం భావనల ఆధారంగా సమస్యలను సాధించగలరు.
- క్రమ బహుభుజుల చుట్టుకొలత, దీర్ఘచతురస్ర, చతురస్ర వైశాల్యములను సూత్రాల ఆధారంగా కనుగొనగలరు.
- ఇవ్వబడిన దత్తాంశాన్ని వివిధ రకాల గణన చిహ్నాల సహాయంతో పట్టిక రూపంలో, పటచిత్ర రూపంలో, కమ్మి రేఖా చిత్రరూపంలో చూపగలరు.
- త్రిమితీయ వస్తువులైన గోళం, ఘనం, దీర్ఘఘనం, స్థూపం, శంకువులను వాటి ధర్మాల ఆధారంగా నిజజీవిత వస్తువులతో గుర్తించగలరు.
- సౌష్ఠవ వస్తువులలో సౌష్ఠవత్వాన్ని సౌష్ఠవ రేఖల ఆధారంగా వివరించగలరు.
- నిజజీవిత సందర్భాలలోని అంశాలను చరరాశిని ఉపయోగించి సమాసము, లేదా సమీకరణం రూపంలో వ్యక్తపరచగలరు.



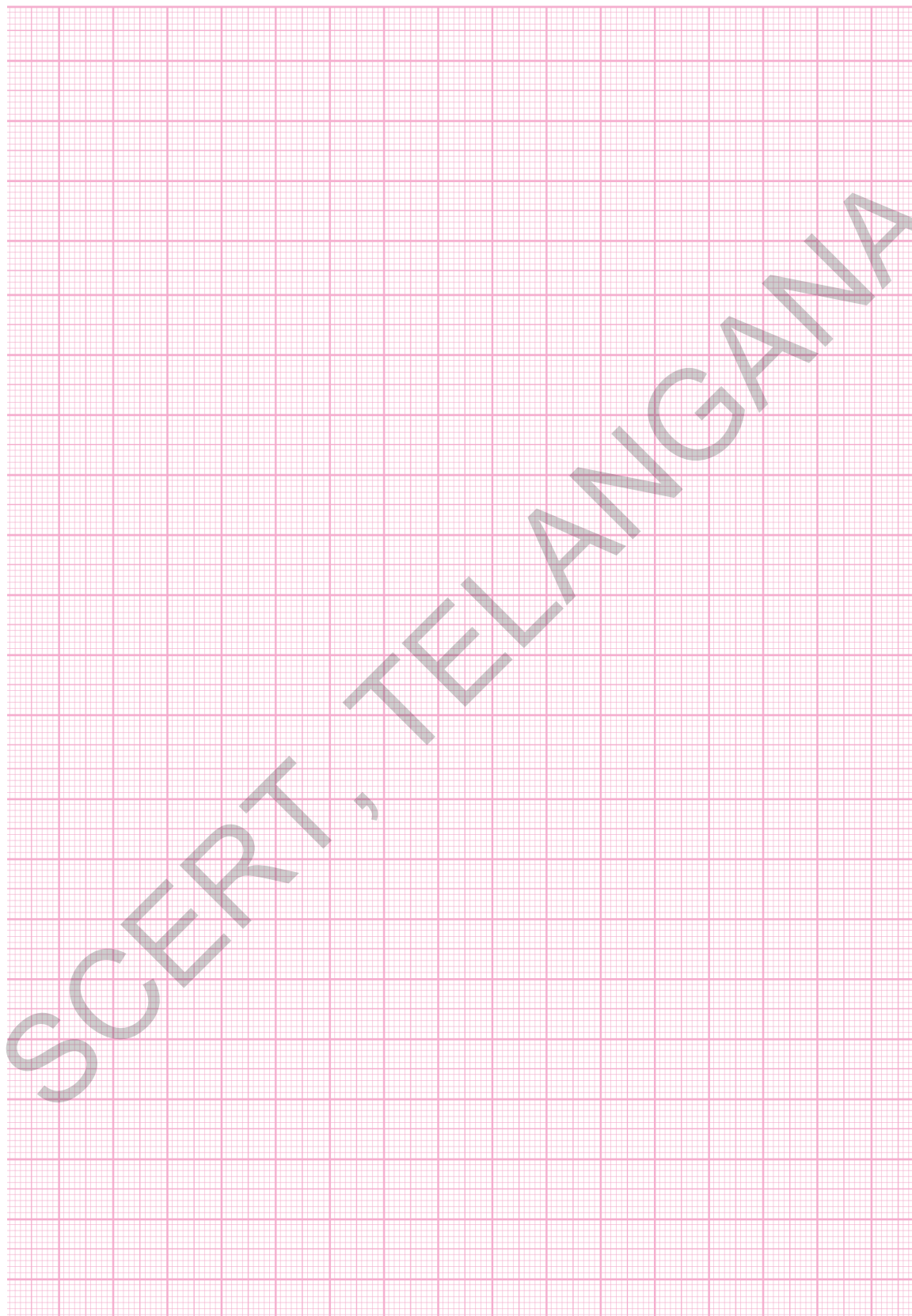
పాఠశాల విద్యా శాఖ,
తెలంగాణ ప్రభుత్వం

विद्यया ऽ मृतमश्नुते



एन सी ई आर टी
NCERT

Graph paper



Textbook Development Committee Members

Writers

- Sri. Dr. P. Ramesh**, Lecturer, Govt. IASE, Nellore
Sri. M. Ramanjaneyulu, Lecturer, DIET, Vikarabad, Ranga Reddy
Sri. T.V. Rama Kumar, HM, ZPHS, Mulumudi, Nellore
Sri. P. Ashok, HM, ZPHS, Kumari, Adilabad
Sri. P. Anthoni Reddy, HM, St. Peter's High School, R.N.Peta, Nellore
Sri. S. Prasada Babu., PGT, APTWR School, Chandrashekarapuram, Nellore
Sri. Kakulavaram Rajender Reddy, SA, UPS Thimmapur, Chandampet, Nalgonda
Sri. G.V.B.Suryanarayana Raju, SA, Municipal High School, Kaspa, Vizianagaram
Sri. S. Narasimha Murthy, SA, ZPHS, Mudivarthipalem, Nellore
Sri. P. Suresh Kumar, SA, GHS, Vijayanagar Colony, Hyderabad
Sri. K.V. Sunder Reddy, SA, ZPHS, Thakkasila, Alampur Mdl., Mababoobnagar
Sri. G. Venkateshwarlu, SA, ZPHS, Vemulakota, Prakasham
Sri. Ch. Ramesh, SA, UPS, Nagaram (M), Guntur.
Sri. P.D.L. Ganapathi Sharma, SA, GHS, Jamisthanpur, Manikeshwar Nagar, Hyderabad

Co-ordinators

- Sri. K.K.V. Rayalu**, Lecturer, Govt., IASE, Masabtank, Hyderabad.
Sri. Kakulavaram Rajender Reddy, SA, UPS Thimmapur, Chandampet, Nalgonda

Editors

- Smt.B. Seshu Kumari**, Director, SCERT, Hyderabad.
Sri. K. Bramhaiah, Professor, SCERT, Hyderabad
Sri. P. Adinarayana, Retd., Lecturer, New Science College, Ameerpet, Hyderabad

Chairperson for Position Paper and Mathematics Curriculum and Textbook Development

Professor V. Kannan, Dept. of Mathematics and Statistics, University of Hyderabad

Chief Advisor

Dr. H. K. Dewan, Education Advisor, Vidya Bhavan Society, Udaipur, Rajasthan.

Academic Support Group Members

- Smt. Namrita Batra**, Vidyabhavan Society Resource Centre, Udaipur, Rajasthan
Sri. Inder Mohan, Vidyabhavan Society Resource Centre, Udaipur, Rajasthan
Sri. Yashwanth Kumar Dave, Vidyabhavan Society Resource Centre, Udaipur, Rajasthan
Smt. Padma Priya Sherali, Community Mathematics Centre, Rishi Vally School, Chittoor
Kumari. M. Archana, Dept. of Mathematics & Statistics, University of Hyderabad
Sri. Sharan Gopal, Dept. of Mathematics & Statistics, University of Hyderabad
Sri. P. Chiranjevi, Dept. of Mathematics & Statistics, University of Hyderabad

Illustration & Design Team

- Sri. Prashanth Soni**, Artist, Vidyabhavan Society Resource Centre, Udaipur, Rajasthan
Sri. S.M. Ikram, Operator, Vidyabhavan Society Resource Centre, Udaipur, Rajasthan
Sri. R. Madhusudhana Rao, Computer Operator, SCERT, A.P., Hyderabad.

Cover Page Designing

Sri. K. Sudhakara Chary, HM, UPS Neelukurthy, Mdl.Maripeda, Dist. Warangal

TEXTBOOK DEVELOPMENT & PUBLISHING COMMITTEE

- Chief Production Officer : **Smt.B. Seshu Kumari**
Director, SCERT, Hyderabad.
- Executive Chief Organiser : **Sri. B. Sudhakar,**
Director, Govt. Text Book Press, Hyderabad.
- Organising Incharge : **Dr. Nannuru Upender Reddy**
Prof. Curriculum & Text Book Department,
SCERT, Hyderabad.
- Asst. Organising Incharge : **Sri. K. Yadagiri**
Lecturer, SCERT, Hyderabad.

QR CODE TEAM

